

Использование web-сервисов для повышения согласованности суждений матриц парных сравнений

Куренных А.Е. *

МАИ, Москва, Россия
alexey.kurennykh@gmail.com

Судаков В.А. **

МАИ, Москва, Россия
ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия
sudakov@ws-dss.com

Осипов В.П. ***

ИПМ им. М.В.Келдыша РАН, Москва, Россия
РЭУ им. Г.В. Плеханова, Москва, Россия
osipov@keldysh.ru

Парные сравнения критериев и альтернатив широко применяются в большом количестве актуальных технических и научных задач современности, в которых требуется провести ранжирование конечного множества объектов или выполнить оценку какого-либо объекта. Парные сравнения понятны и просты для эксперта, являются качественным и достоверным способом выставления оценок, однако стоит отметить, что сложность и размерность пространства критериев во многих задачах ведет к оказанию высокой нагрузки

Для цитаты:

Куренных А.Е., Судаков В.А., Осипов В.П. Использование web-сервисов для повышения согласованности суждений матриц парных сравнений // Моделирование и анализ данных. 2019. Том 09. № 4. С. 80–87. doi: 10.17759/mda.2019090406

***Куренных Алексей Евгеньевич**, аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия, E-mail: alexey.kurennykh@gmail.com

****Судаков Владимир Анатольевич**, доктор технических наук, профессор, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), ведущий научный сотрудник, Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В. Келдыша РАН), Москва, Россия. E-mail: sudakov@ws-dss.com.

*****Осипов Владимир Петрович**, кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник, Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук» (ИПМ им. М.В.Келдыша РАН), ведущий научный сотрудник, Российский экономический университет имени Г.В. Плеханова (РЭУ им. Г.В. Плеханова), Москва, Россия. E-mail: osipov@keldysh.ru



возникать некорректные или ошибочные ситуации, ведущие к снижению согласованности суждений, а, в следствие, к принятию нерациональных решений. Алгоритмическое обеспечение для повышения согласованности суждений является востребованными среди экспертов и исследователей, что, в совокупности с большим количеством разнообразных задач, формирует требования по разработке соответствующего программного обеспечения: возможность доступа большого числа пользователей и независимость от предметной области, которые в высокой степени удовлетворяются web-интерфейсом. В данной работе авторы приводят описание эффективного метода повышения согласованности суждений в матрицах парных сравнений. Основная задача метода – максимальное повышение согласованности суждений при минимуме изменений, вносимых в матрицу, предложенную экспертом в качестве первоначальных оценок. В качестве количественной меры согласованности суждений используется классический показатель – индекс согласованности. На основании созданного алгоритма авторами было разработано программное обеспечение, которое доступно для исследователей в распределенных web-сервисах для поддержки принятия решений ws-dss.com.

Ключевые слова: парные сравнения, индекс согласованности, повышение согласованности, поддержка принятия решений, web-сервисы.

Введение

Одной из основных задач в поддержке принятия решений является ранжирование конечного множества объектов (альтернатив), которые характеризуются конечным числом критериев, благодаря которым является возможным проводить сравнение между собой предметов ранжирования. В случае сложной научной или технической задачи, когда размерность множества альтернатив достаточно велика, а каждая из них, при этом, характеризуется своим множеством критериев, их ручной анализ становится затруднительным и, как правило, невозможным, что вынуждает использовать специализированное программное обеспечение – системы поддержки принятия решений (СППР), реализующие математический аппарат теории принятия решений. Современный уровень научно-технического развития требует применения СППР в самых разнообразных областях [1–3], процессы деятельности в которых зачастую сопровождаются рисками, требуют тщательного планирования и анализа каждого управленческого решения [4, 5]. В настоящее время существует большое количество методов, позволяющих выполнять ранжирование объектов, среди которых одним из самых распространенных и известных является метод парных сравнений. Применение метода парных сравнений берет свое начало более двухсот лет назад в работах Мари Кондорсе [6] и Жана-Шарля де Борда [7], посвященных проблемам голосований. В первой половине XX века метод приобрел большую популярность и с тех пор применяется в различных задачах, таких как метод анализа иерархий [8], в области здравоохранения [9], менеджмента [10, 11] и пр.

Цель проводимого авторами исследования заключается в разработке алгоритмического и программного обеспечения, задача которого – вырабатывать рекомендации по повышению точности и корректности приводимых экспертами матриц парных сравнений за счет повышении согласованности суждений, выражаемой индексом согласованности.



Постановка задачи

В процессе оценивания n объектов составляется квадратная положительная обратнo-симметричная матрица \mathbf{A} , на главной диагонали которой стоят единицы, а остальными ее элементами являются степени предпочтительности одного объекта над другим:

$$\mathbf{A} = \|\|a_{i,j}\|\|: a_{i,j} > 0; a_{i,i} = 1; a_{j,i} = \frac{1}{a_{i,j}}, \forall i, j = \overline{1, n}.$$

Особое внимание стало уделяется такому показателю как согласованность суждений эксперта. Наиболее известный и распространенный $CI_{\mathbf{A}}$ способ количественно оценить этот показатель – использовать индекс согласованности, предложенный Томасом Л. Сати. Этот показатель можно вычислить, имея максимальное собственное значение λ_{max} матрицы и зная ее размер n :

$$CI_{\mathbf{A}} = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1}.$$

Принято считать, $CI_{\mathbf{A}} \leq 0,1$ что матрица парных сравнений хорошо согласована, если выполняется неравенство, однако на практике это условие часто нарушается ввиду целого ряда причин, среди которых можно отметить основные:

- многие распространенные программные средства для поддержки принятия решений и многокритериального анализа альтернатив имеют функционал, позволяющий только оценить индекс согласованности, но никак не могут помочь лицу, принимающему решения, или эксперту в устранении некорректных суждений;
- исправление нарушений транзитивности суждений – крайне трудоемкий процесс, который требует проведения повторного анализа предметной области, в задаче которой применяются парные сравнения.

Авторы данной работы рассматривают следующую постановку оптимизационной задачи в процессе разработки алгоритмического и программного обеспечения для повышения согласованности суждений в матрицах парных сравнений:

$$\min_{x_{i,j} \in \mathbb{R}} CI_{\mathbf{A}+\mathbf{X}}.$$

При ограничении на количество корректируемых элементов:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j>i} sgn^2(x_{i,j}) \leq K; K \leq \frac{n^2 - n}{2}.$$

В данной постановке задачи приняты следующие обозначения:

$\mathbf{X} = \|\|x_{i,j}\|\|; i, j = \overline{1, n}$ – действительная матрица корректировок к исходной матрице парных сравнений, которая рассчитывается оптимизационным алгоритмом; K – ограничение на количество изменяемых элементов, которое задается экспертом.

Метод решения задачи

Как уже было отмечено ранее, метод парных сравнений широко применяется в совершенно различных предметных областях, поэтому в процессе программной реализации предложенного алгоритма расчета матрицы корректировок было важно обеспечить возможность широкого доступа, инвариантность относительно предметной области а также прикладного программного обеспечения, с которым работает человек, стабильную ско-



рость работы, а также следовать требованиям кросс-платформенности и независимости от используемых аппаратных средств. Удовлетворить вышеперечисленные критерии можно только с помощью web-сервисов, реализующих распределенные облачные вычисления. Примером таких сервисов является ws-dss.com, который разработан с учетом каркасной архитектуры, и содержит набор методов для проведения многокритериального анализа альтернатив, моделирования и оптимизации.

Программная реализация метода повышения согласованности была выполнена с использованием языков программирования R и Ruby, которые отвечают за функциональную составляющую алгоритма, реализующую метод Improved stochastic ranking evolution strategy (ISRES) [12, 13]. Реализация рассматриваемого алгоритма в web-среде позволила достичь следующих положительных качеств:

- к разработанному алгоритму есть доступ с любого устройства, имеющего выход в Интернет из любой точки мира, будь то персональный компьютер, планшет или смартфон;
- процессы вычислений реализованы на серверной части, что не требует высоких технических характеристик комплекса технических средств пользователя;
- разработанный метод можно вызвать из любой специализированной прикладной программы по протоколу http(s), таким же способом web-сервисы передают ответ с результатом вычислений обратно в прикладную программу. Это позволяет расширять функционал уже разработанных средств для поддержки принятия решений посредством обращений к сервисам ws-dss для дополнительной обработки данных.

Схема обмена данными между прикладной программой и web-сервисами реализована с использованием технологии RESTfulAPI, где используются стандартные методы протокола http(s), а данные передаются в формате JSON. Выбор такого формата информационного обмена обусловлен повсеместным распространением данной технологии, которая может быть реализована в любой современной системе программирования под управлением любой операционной системы.

Апробация и обсуждение результатов

Для целей апробации предложенного метода была составлена матрица парных сравнений (рис. 1). Для полученной матрицы были рассчитаны веса, максимальное собственное значение, ИС и другие показатели, приведенные на нижней части рис. 1.

The screenshot shows the ws-dss.com interface. At the top, there is a navigation bar with links: "Задачи", "Модели", "Экспертные оценки", and "Об авторе". Below the navigation bar, the method name "pairwise_comparison" and the user "Пользователь:" are displayed. The "Входные данные:" section contains a JSON object with a 5x5 pairwise comparison matrix. The "Выходные данные:" section contains a JSON object with calculated results, including weights, maximum eigenvalue, consistency index, random consistency index, and consistency ratio.

```
{ "matrix": [
  [1.00000, 4.00000, 5.00000, 8.00000, 3.00000],
  [0.25000, 1.00000, 5.00000, 4.00000, 2.00000],
  [0.20000, 0.20000, 1.00000, 0.25000, 6.00000],
  [0.12500, 0.25000, 4.00000, 1.00000, 0.20000],
  [0.33333, 0.50000, 0.16667, 5.00000, 1.00000]
]
}

{
  "weight": [
    0.5097114656488333,
    0.23500448752386804,
    0.0844707607502014,
    0.07090292587992238,
    0.09991036019717486
  ],
  "_lambda_max": 6.164999326670026,
  "consistency index": 0.2912498316675065,
  "random consistency index": 1.12,
  "consistency ratio": 0.2600444925602736
}
```

Рис. 1. Исходная матрица парных сравнений.



По значению $\text{consistency_index} = 0,2912$ видно, что согласованность суждений в данной матрице является недостаточной. После этого был использован предложенный алгоритм подбора вариаций двух элементов исходной матрицы и выполнен повторный расчет ИС. В результате расчетов получились следующие корректировки и новое значение ИС, которое удовлетворяет требованиям (рис. 2):

```
Method: consistency_increase
User:
Input data:
{
  "matrix": [
    [1.00000, 4.00000, 5.00000, 8.00000, 3.00000],
    [0.25000, 1.00000, 5.00000, 4.00000, 2.00000],
    [0.20000, 0.20000, 1.00000, 0.25000, 6.00000],
    [0.12500, 0.25000, 4.00000, 1.00000, 0.20000],
    [0.33333, 0.50000, 0.16667, 5.00000, 1.00000]
  ],
  "cnt": 2
}

Output data:
{
  "best consistency": 0.053555296626156323,
  "changes": [
    {
      "items": [
        [
          2,
          3
        ],
        [
          2,
          4
        ]
      ]
    },
    "deltas": [
      1.1204,
      -5.5945
    ]
  ]
}
```

Рис. 2. Вариации элементов матрицы парных сравнений и оптимальная согласованность.

На рисунках можно видеть, что система корректно обработала введенную матрицу с учетом заданного ограничения на количество вариаций, а полученный ИС удовлетворяет условию согласованности матрицы. Соответственно, данную матрицу можно использовать для вычисления весов критериев и последующих процедур в процессе поддержки принятия решений.

Заключение

Предложенный способ реализации алгоритма повышения согласованности матриц парных сравнений показал хорошие результаты на тестовых данных и полностью удовлетворяет критерию оптимизации, а также наложенным ограничениям. Время расчетов является удовлетворительным и может сокращаться за счет применения параллельных вычислений. Разработанное программное обеспечение соответствует требованиям каркасной архитектуры, а также расположено в общем доступе для использования в сторонних системах поддержки принятия решений. Перспективным направлением продолжения исследования является масштабная апробация алгоритма с привлечением экспертов, которые смогли бы оценить результаты использования алгоритма, а также, по возможности, предложить способы повышения его эффективности.

Финансирование

Исследование выполнено при поддержке РФФИ, проект 18-01-00382а.



Литература

1. *T. Saaty, P. Pierfrancesco*. Rethinking Design and Urban Planning for the Cities of the Future // Buildings, vol. 7, 76, pp. 1–22, 2017.
2. *K.F. Yuen*. The fuzzy cognitive pairwise comparisons for ranking and grade clustering to build a recommender system: An application of smartphone recommendation // Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 61, 2017, pp. 136–151.
3. *M. Groves, J. Branke*. Top- κ selection with pairwise comparisons // European Journal of Operational Research, Vol. 274, 2, 2019, pp. 615–626.
4. *Huin S.F.* Managing deployment of ERP systems in SMEs using multiagents // International Journal of Project Management. Vol.22. N.6. pp.511–517. 2004.
5. *Batkovskiy A.M., Kurennykh A.E., Semenova E.G., Sudakov, V.A., Fomina, A.V., Balashov, V.M.* Sustainable project management for multi-agent development of enterprise information systems // Entrepreneurship and Sustainability Issues 7(1). pp.278–290. 2019.
6. *M. Condorcet*, “Essai sur l’application de l’analyse à la probabilité des décisionsrendues à la pluralité des voix”, Paris, 1785.
7. *J.C. de Borda*, “Mémoire sur les élections au scrutin”, Histoire de l’Académie Royale des Sciences, Paris, 1781.
8. *T.L.Saaty*, The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resources Allocation. McGraw-Hill, New York, 1980.
9. *T. Kakiashvili, M. Woodbury*. Smith Improving the medical scale predictability by the pairwise comparisons method: evidence from a clinical data study. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 105, 2012, pp. 210–216.
10. *K. Kulakowski, J. Szybowski, R. Tadeusiewicz*, Tender with Success – The Pairwise Comparisons Approach, Procedia Computer Science, Vol. 35, 2014, pp. 1122–1131.
11. *A. Kalinowska, T. Trzaskalik*. Bonus Distribution for Employees of a Telephone Customer Service Department: A Case Study based on Pairwise Comparisons, Procedia Computer Science, Vol. 35, 2014, pp. 1145–1154.
12. *T. Runarsson, X. Yao*, “Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization”, Evolutionary Computation, IEEE Transactions, on. 4, 2000, pp. 284–294.
13. *T. Runarsson, X. Yao*, “Search Biases in Constrained Evolutionary Optimization”, Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on. 35, 2005, pp. 233–243.



The usage of Web services for consistency improvement in pairwise comparison matrixes

Kurennykh A.E. *

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

alexey.kurennykh@gmail.com

Sudakov V.A. **

Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia

sudakov@ws-dss.com

Osipov V.P. ***

Keldysh Institute of Applied Mathematics, Moscow, Russia

osipov@keldysh.ru

Paired comparisons of criteria and alternatives are widely used in a large number of technical and scientific problems of the present, in which it is necessary to rank a finite set of objects or to evaluate an object. Paired comparisons are understandable and simple for an expert, they are a high-quality and reliable way of rating, however, it is known that the complexity and dimension of the criteria space in many problems leads to a high load on the expert, as a result of which incorrect or erroneous situations may arise when compiling matrixes of paired comparisons leading to a decrease in the coherence of judgments, and, as a consequence, to the adoption of irrational decisions. Algorithmic software to increase the consistency of judgments is in demand among experts and researchers, which, together with a large number of diverse tasks, creates requirements for the development of appropriate software: the ability to access a large number of users and independence from the subject area, which are highly satisfied by the web interface. In this paper, the authors describe an effective method for increasing the consistency of judgments in matrixes of pairwise comparisons. The main objective of the method is to maximize the consistency of judgments with a minimum of changes made to the matrix proposed by the expert as initial estimates. As a quantitative measure of consistency of judgments, a classic indicator is used – the index of consistency. Based on the created algorithm, the authors developed software that is available to researchers in distributed web services to support decision-making ws-dss.com.

For citation:

Kurennykh A.E., Sudakov V.A., Osipov V.P. The Usage of Web Services for Consistency Improvement in Pairwise Comparison Matrixes. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2019. Vol. 09, no. 4, pp. 80–87. doi: 10.17759/mda.2019090406 (In Russ., abstr. in Engl.)

***Kurennykh Alexey Evgenevich**, graduate student, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, E-mail: alexey.kurennykh@gmail.com

****Sudakov Vladimir Anatolievich**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute (National Research University), Leading Researcher, Keldysh Institute of Applied Mathematics (Russian Academy of Sciences), Moscow, Russia. E-mail: sudakov@ws-dss.com

*****Osipov Vladimir Petrovich**, Ph.D. (technical sciences), leading researcher, Keldysh Institute of Applied Mathematics RAS, leading researcher, Plekhanov Russian University of Economics, Moscow, Russia, E-mail: osipov@keldysh.ru



Keywords: paired comparisons, consistency index, increased consistency, decision support, web services.

Funding

This research was supported by RFBR № 18–01–00382a.

References

1. T. Saaty, P. Pierfrancesco Rethinking Design and Urban Planning for the Cities of the Future // Buildings, vol. 7, 76, pp. 1–22, 2017.
2. K.F. Yuen The fuzzy cognitive pairwise comparisons for ranking and grade clustering to build a recommender system: An application of smartphone recommendation // Engineering Applications of Artificial Intelligence, Vol. 61, 2017, pp. 136–151.
3. M. Groves, J. Branke Top- κ selection with pairwise comparisons // European Journal of Operational Research, Vol. 274, 2, 2019, pp. 615–626.
4. Huin S.F. Managing deployment of ERP systems in SMEs using multiagents // International Journal of Project Management. Vol.22. N.6. pp.511–517. 2004.
5. Batkovskiy A.M., Kurennykh A.E., Semenova E.G., Sudakov, V. A., Fomina, A. V., Balashov, V.M. Sustainable project management for multi-agent development of enterprise information systems // Entrepreneurship and Sustainability Issues 7(1). pp.278–290. 2019.
6. M. Condorcet, “Essai sur l’application de l’analyse à la probabilité des décisionsrendues à la pluralité des voix”, Paris, 1785.
7. J.C. de Borda, “Mémoire sur les élections au scrutin”, Histoire de l’Académie Royale des Sciences, Paris, 1781.
8. T.L.Saaty, The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority Setting, Resources Allocation. Mcgraw-Hill, New York, 1980.
9. T. Kakiashvili, M. Woodbury-Smith Improving the medical scale predictability by the pairwise comparisons method: evidence from a clinical data study. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 105, 2012, pp. 210–216.
10. K. Kułakowski, J. Szybowski, R. Tadeusiewicz, Tender with Success – The Pairwise Comparisons Approach, Procedia Computer Science, Vol. 35, 2014, pp. 1122–1131.
11. A. Kalinowska, T. Trzaskalik Bonus Distribution for Employees of a Telephone Customer Service Department: A Case Study based on Pairwise Comparisons, Procedia Computer Science, Vol. 35, 2014, pp. 1145–1154.
12. T. Runarsson, X. Yao, “Stochastic ranking for constrained evolutionary optimization”, Evolutionary Computation, IEEE Transactions, on. 4, 2000, pp. 284–294.
13. T. Runarsson, X. Yao, “Search Biases in Constrained Evolutionary Optimization”, Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews, IEEE Transactions on. 35, 2005, pp. 233–243.