

Психологический анализ условий и средств формирования элементарных математических представлений у дошкольников*

А. Н. Сиднева^{1а}, В. А. Плотникова¹, Ю. Соловьева², Л. Н. Люцко³

¹ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Российская Федерация, 119991, Москва, Ленинские горы, 1

² Автономный университет Пуэблы, Мексиканские Соединенные Штаты, 72000, Пуэбла, 4 Sur 104 Centro Histórico С. Р.

³ Открытый университет Каталонии, Испания, 08018, Барселона, ул. Рамбла-дель-Поблену, 156

Для цитирования: Сиднева А. Н., Плотникова В. А., Соловьева Ю., Люцко Л. Н. Психологический анализ условий и средств формирования элементарных математических представлений у дошкольников // Вестник Санкт-Петербургского университета. Психология. 2021. Т. 11. Вып. 4. С. 389–408. <https://doi.org/10.21638/spbu16.2021.407>

Цель данной работы — выделить и описать условия и средства обучения, формирующие зону ближайшего развития при усвоении элементарных математических представлений (ЭМП) в старшем дошкольном возрасте (в первую очередь представлений о величинах: длине, площади, массе, объеме и др.), а также проанализировать представленность этих условий и средств обучения в современных российских программах дошкольного образования, выстроенных на основе ФГОС ДО. Отбор программ осуществлялся на основе процедуры PRISMA, в результате чего из 43 было выбрано 8 программ для анализа по выделенным критериям. Было выделено три типа наиболее распространенных средств обучения в ситуациях введения новых ЭМП: образцы (наглядная или словесная инструкция, правило), модели (схематическая репрезентация существенных отношений между объектами) и символы (символическая репрезентация существенных отношений между объектами). В качестве основных условий обучения мы анализировали содержание и характеристики тех действий, в которых данные ЭМП усваиваются. Было показано, что при организации формирования представлений о величинах у старших дошкольников психологически более целесообразно подбирать условия, требующие осуществления действий подбора по величине, опосредованного сравнения, а также измерения с помощью условных мер — обязательно в ситуациях представленности средств моделирования или символизации. Полученные результаты анализа современных российских программ дошкольного образования свидетельствуют о том, что наиболее часто в них используется лишь одно средство — наглядный образец или инструкция, причем формирование представлений о величинах осуществляется исключительно на основе действия непосредственного сравнения. Проведенное исследование позволит дать психологически обоснованные

* Исследование выполнено в рамках гранта РНФ № 21-18-00584 «Сравнительная эффективность различных средств формирования элементарных математических представлений у детей дошкольного возраста и их влияние на развитие когнитивных навыков».

^а Автор для корреспонденции.

рекомендации педагогам, воспитателям и администрации дошкольных образовательных учреждений по выбору и реализации программ обучения ЭМП.

Ключевые слова: дошкольное образование, элементарные математические представления, средства обучения, образец, модель, символ.

Введение

В современном мире наблюдается тенденция ко все более раннему началу специального обучения математике (Göbel et al., 2014; Schneider et al., 2016). В исследованиях показано, что обучение элементарным математическим представлениям (далее ЭМП) в дошкольном возрасте может оказывать существенное позитивное влияние на будущую академическую успешность в математике (Jordan et al., 2009; Watts et al., 2014). В рамках культурно-исторического и деятельностного подходов (Венгер, 1986; Эльконин, 1989; Карабанова, 2005) ключевым для познавательного развития ребенка-дошкольника считается овладение универсальной формой опосредствования, то есть системой культурных средств собственной познавательной деятельности. То, какие средства и действия предлагаются детям в дошкольном образовании, в частности математическом, играет принципиальную роль в достижении развивающих эффектов, поскольку эти средства могут включаться или не включаться в состав ориентировочной основы деятельности (далее ООД) ребенка (Гальперин, 1985). От того, насколько адекватно ребенок овладеет соответствующими культурными средствами, будет зависеть его успешность в освоении математического содержания.

В настоящее время в РФ существует множество программ обучения дошкольников ЭМП как на ступени дошкольной подготовки, так и в рамках дополнительного образования, каждая из которых предполагает использование различных средств и условий их введения при формировании ЭМП. Анализ наиболее распространенных из них с точки зрения представленности тех или иных средств формирования ЭМП является важным для понимания актуальной ситуации и перспектив развития дошкольного математического образования как в России, так и за рубежом.

Математическое образование в дошкольном возрасте

Возраст начала школьного обучения в разных странах варьируется от 5 до 8 лет, при этом дошкольное образование на протяжении истории, как правило, не являлось обязательным и часто ограничивалось присмотром и уходом за детьми. В XXI в. ситуация кардинально меняется. Важность дошкольного периода для последующего развития показывает необходимость специальной организации образования в этом периоде — образования, основанного на психологических исследованиях специфики детского развития в разные периоды дошкольного детства. Несмотря на значительные различия в принципах, подходах, методиках обучения, описанных в стандартах разных стран, многие из них содержат в своей структуре раздел, касающийся познавательного развития детей 5–7 лет¹. Данный блок вклю-

¹ См.: Федеральный государственный образовательный стандарт дошкольного образования (от 17 октября 2017 г.), № 1155. URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-do/> (дата обращения: 05.11.2021);

чает в том числе стандарты математического развития и формирования ЭМП. В математическое содержание большинства программ обычно включают простейшие представления о пространстве, времени, форме, величине, количестве, их свойствах и отношениях.

Сам факт того, что уровень раннего математического развития ребенка оказывает влияние на эффективность последующего обучения в школе и в вузе, уже не вызывает сомнения (Duncan et al., 2007; Bailey et al., 2014; Watts et al., 2014; Watts et al., 2018). Однако единой общепризнанной теории и практики организации математического образования дошкольников не существует. Наибольшие возражения в российской традиции вызывают попытки буквально «посадить дошкольников за парты» и научить их конкретным математическим навыкам. Так, Н. И. Гуткина отмечает: «До тех пор пока зоны ближайшего развития образуются в игре, систематическое обучение не дает ничего существенного для психического развития ребенка, хотя и создает такую иллюзию за счет выработки у последнего новых умений и навыков, не имеющих ничего общего с психологическим развитием» (Гуткина, 2009, с. 99). Очевидно, что, когда мы говорим о математическом образовании в дошкольном возрасте, речь должна идти не о содержании и методах обучения, а скорее об условиях и средствах познавательного развития дошкольника в целом и, более конкретно, о линии овладения элементарными математическими представлениями в рамках этого развития. Что это за средства и в каких условиях они могут быть даны?

Средства развития ЭМП в старшем дошкольном возрасте

В широком смысле термин «средства обучения» включает в себя все то, что способствует передаче знаний в процессе освоения знаний (Салмина, 1988). Соответственно, к этим средствам можно отнести и рассказ преподавателя, и учебник, и любые предметы, используемые в рамках занятия. Средства могут различаться по содержанию (графические, вербальные, аудиовизуальные и т. д.) и по форме, но ключевой момент с психологической точки зрения — это различие средств по их функции в детском действии (Салмина, 1988). В этом случае средство может быть просто предметом манипуляции в действии, результатом выполнения некоторой операции или собственно инструментом решения задачи. В рамках нашего анализа мы обратимся только к тем средствам, с помощью которых дети открывают, находят решение новой для них задачи. С одной стороны, такие средства помогают ответить на конкретный вопрос, а с другой — формируют способы и приемы решения задач, выстраивая зону ближайшего развития ребенка. В данном контексте термин «средство» может использоваться как в смысле средства развития (и обучения), так и в смысле психологического средства, позволяющего овладевать новыми видами деятельности, управлять своим поведением (Выготский, 2004). Как возникают такие средства?

Обучение в дошкольном возрасте с психологической точки зрения качественно отличается от обучения в школе (Выготский, 2004, с. 345). Дошкольное и школьное образование различаются характером отношения обучения к развитию, особенно

Council of Australian Governments. Investing in the early years — a national early childhood development strategy. Canberra: Commonwealth of Australia, 2009; Common Core State Standards for Mathematics. Common Core State Standards Initiative. USA. 2010; и др.

стями условий, способствующих возникновению психологических новообразований. Здесь важно, чтобы средства обучения и развития, используемые в дошкольном образовании, осваивались в логике амплификации (Запорожец, 1986), то есть в среде, насыщенной детскими видами деятельности, в которых и создаются зоны ближайшего развития. Наиболее характерными видами деятельности для периода старшего дошкольного возраста, о котором мы будем говорить, являются сюжетно-ролевая игра, игры с правилами, продуктивная деятельность (конструирование, лепка, рисование и т. д.), проектная деятельность, чтение (слушание) сказок и историй. Согласно исследованиям, именно в них происходит как становление основных психических новообразований (Эльконин, 1978), так и развитие первоначальных математических представлений (Венгер, 1986; Гуткина, 2009). Ключевым в этом случае становится вопрос о средствах, которые предлагаются для освоения в зоне ближайшего развития. Анализ исследований позволил нам выделить три вида средств, используемых в детских видах деятельности и играющих важную роль в формировании ЭМП у старших дошкольников.

Первая группа представляет собой символические средства. Уже в дошкольном возрасте у детей наблюдаются различные формы символизации в деятельности (Венгер, Холмовская, 1978). Символическая функция, возникая в игре, распространяется и проявляется в других сферах деятельности. Мышление ребенка, таким образом, перестает нуждаться во внешних опорах в виде реальных предметов, однако тесная связь с ними все же остается, так как ребенок действует с заместителями в логике вещей и реальных связей, а не знаков. Манипуляции с представлениями о предметах становятся одним из основных средств решения познавательных практических задач (Венгер, Холмовская, 1978). Первоначально она возникает в рамках сюжетно-ролевых игр, в которых ребенок воспроизводит в символической форме отношения мира взрослых (Эльконин, 1978). Символ здесь выступает уникальным средством игровой деятельности, в котором, с одной стороны, представлен принцип одновременного удержания двух реальностей (Leslie, 1987), а с другой — эмоциональная составляющая, необходимая для высокой включенности детей в деятельность (Леонтьев, 2000). Это особое познавательное средство качественно изменяет возможности познания дошкольника, так как в ситуациях неопределенности символизация облегчает восприятие условий задачи (Веракса и др., 2014; Veraksa et al., 2020). При формировании ЭМП символические средства могут быть представлены как различные сказочные или игровые образы, сюжеты, в рамках которых воспроизводятся смыслы математических отношений. Обыгрывая разнообразные сюжеты, дети так или иначе осваивают средства решения собственно математических задач.

Вторая группа средств может быть названа моделирующими. Это различные модели и схемы, позволяющие детям усваивать обобщенные сведения о связях и закономерностях явлений действительности (Шаповаленко, 2004), при этом дети активно принимают и успешно используют в деятельности различные схематизированные средства (Дьяченко, 1975; Dienes, Golding, 1975). Формирование навыка наглядного моделирования включает в себя овладение действиями замещения, построения моделей путем придания заместителям отношений, отображающим отношения замещаемых объектов, и использования этих моделей для решения основной задачи. Рисование, работа с конструктором, создание аппли-

каций ставят перед ребенком необходимость как можно более точно воссоздать, то есть смоделировать отношение воспроизводимых объектов. В этих естественных для дошкольников видах деятельности осваиваются многие ЭМП — пространственные отношения, форма, величина, количество, различные свойства (Sarama, Clements, 2009).

Третья группа средств представляет собой разного рода инструкции, передающие словесные и наглядные образцы действий и/или их результата. Ориентировка на образец широко представлена в дошкольном образовании при проведении занятий в детском саду (Усова, 1981). Следует иметь в виду, что Л. С. Выготский, говоря о механизме обучения, выделял в качестве такового понимающее подражание, которое предполагало наличие образца (Выготский, 1983). Умение управлять своим поведением в зависимости от обозначенной инструкции развивается у дошкольников в игровой деятельности, особенно в играх с правилами, где для того чтобы победить, необходимо действовать как показано или как договорились (Еник и др., 2015). Отметим, что важным отличием этой группы средств от моделей и символов является то, что образцы не всегда отражают внутренние, существенные отношения, они могут не раскрывать оснований действий, а ограничиваются предписаниями, как надо действовать в той или иной ситуации.

Таким образом, мы будем говорить о трех типах средств развития и формирования ЭМП в старшем дошкольном возрасте:

- 1) символы (символическая представленность объектов задачи: волшебная палочка, сказочное письмо и др.), когда ребенок удерживает восприятие существенных связей через эмоциональное отношение к создаваемой ситуации, при этом далеко не безразлично, что именно символизируется, обыгрывается — это должно касаться сути осваиваемого способа решения;
- 2) модели (схематическое или модельное представление элементов реального мира, позволяющее воспроизводить существенные отношения между объектами: карта, схема, план и др.);
- 3) образцы (инструкции или правила, которые задаются через «так договорились», «так принято», «так нужно»).

Важно отметить, что выделенные типы средств используются для нахождения решения новых задач, однако при любом типе средств дети могут включать в свою деятельность различные предметы, позволяющие ими манипулировать и фиксировать результат, в том числе реальные вещи, предметы-заместители и т. д.

Описанные выше средства, имеющие аналоги в естественной для дошкольников деятельности, очевидно, будут играть разные роли в разные периоды интеллектуального развития ребенка. Так, полноценная ориентировка на образцы и правила появляется лишь в старшем дошкольном возрасте в результате интенсивного развития сюжетно-ролевой игры и развития произвольной регуляции поведения, тогда как первое использование моделирования и символизации возникает существенно раньше, уже когда ребенок начинает осваивать замещающую функцию игровых предметов (Эльконин, 1978). Переход от наглядно-действенного к наглядно-образному и затем к словесно-логическому уровню интеллектуального развития (Запорожец, 1986), как и изменение стадий по Ж. Пиаже (Пиаже, 1994), можно соотнести с овладением средствами разного типа.

Таким образом, для построения эффективного процесса обучения математике детей дошкольного возраста необходимо проанализировать, какие средства, вытекающие из особенностей естественной деятельности дошкольников (образцы, модели, символы), используются в различных программах по формированию ЭМП и в какой степени они подготавливают ребенка к переходу на следующую ступень обучения математике. При проведении подобного анализа важно рассмотреть роль каждого типа средств в зависимости от условий, в которых они предлагаются детям. Другими словами, важно понять, как, в каких ситуациях и для решения каких задач данные средства предлагаются в качестве учебных.

Условия формирования ЭМП: ситуации и действия

Еще Ж. Пиаже писал, что опыт и знания извлекаются человеком из действий, а не из самих объектов. Именно преобразование действительности позволяет выявить сами механизмы действия, поэтому невозможно оценивать средства усвоения без понимания того, каким образом они применяются в обучении (Пиаже, 1994). С точки зрения деятельностного подхода эффект использования одних и тех же средств может быть противоположным за счет включения их в разные детские действия (Гальперин, 1985), и важно найти действия, обеспечивающие условия для полноценного умственного (в данном случае математического) развития. Какие именно действия детей-дошкольников с описанными средствами создают максимально благоприятные условия для такого развития?

Одним из важных требований, выдвинутом деятельностной теорией учения по отношению к любым учебным средствам, является обеспечение ими такого действия, в котором знания раскрываются через анализ предметно-материальных условий их происхождения (Салмина, 1988). Безусловно, нахождение такого действия требует детального логико-предметного анализа содержания начального математического образования. Проведенный В. В. Давыдовым и его коллегами (Давыдов, Эльконин, 1966), такой анализ привел к выделению в качестве генетически исходных понятий «величины» и «отношения». Соответственно, знакомство с математикой, с точки зрения В. В. Давыдова, разумно начинать не со счета и изучения цифр и чисел (как это делается не только в большинстве программ начальной ступени, но и на дошкольной ступени обучения), а с того, что стоит за числом — величин и отношений между ними. Эффективность такого подхода была показана на учащихся именно старшего дошкольного возраста в исследованиях П. Я. Гальперина и Л. С. Георгиева (Гальперин, Георгиев, 1960), В. В. Давыдова и соавторов (Давыдов, Эльконин, 1966) и Л. Ф. Обуховой (Обухова, 1972). Согласно проведенным исследованиям, формирование генетически исходных ЭМП (представлений о величине и отношении) происходит через обучение действиям сравнения и измерения величин с использованием условной меры для установления отношений между ними, что позволяет сформировать полную и обобщенную ООД. Именно в ситуациях сравнения и уравнивания люди впервые сталкивались с величинами, необходимостью их измерения и, позже, числом, что позволяет предположить, что осмысленность освоения ЭМП для детей также связана с такими ситуациями. Какого типа задачи (ситуации) здесь можно создать?

Первый этап освоения данных ЭМП — непосредственное сравнение и комплектование (установление соответствия/несоответствия совокупностей), когда величины можно непосредственно соотнести друг с другом (приложить, наложить, установить прямое соответствие или отношения «больше — меньше» и пр.). Отметим, что с психологической точки зрения наиболее разумное действие на данном этапе и последующих — это не чистое сравнение, а именно подбор предмета по величине (найти, подобрать, воспроизвести такой же по определенному признаку) (Давыдов, 1962), так как эта операция подразумевает не только само сравнение, но и ориентировку на образец при удержании качества (свойства), по которому производится ориентировка (например, задача «подбери такую же ступеньку к лестнице» предполагает выделение, удерживание ширины как отдельной величины и собственно действие сравнения, «налей столько же воды в другую чашку» — выделение и удерживание именно параметра объема и сравнение по нему и т. д.). Это способствует разделению в сознании дошкольника целостного образа объекта и его отдельных свойств (Обухова, 1972). На следующем этапе должно быть организовано опосредованное сравнение. Здесь раскрывается необходимость использования посредника для измерения величин в тех случаях, когда мы не можем приложить измеряемые объекты непосредственно (например, если нам требуется сравнить длину окон в соседних классах). Развитие данного этапа предполагает анализ и создание ситуаций, в которых возможно использование посредника, являющегося лишь частью измеряемой величины (мерки).

Обобщая описанные исследования, можно определить круг действий, обеспечивающих усвоение ЭМП, которым должны соответствовать предлагаемые средства: 1) непосредственный подбор и сравнение величин; 2) опосредованный подбор и сравнение величин; 3) подбор и сравнение величины через измерение с помощью условных мер. Каждая из этих ситуаций является важным условием формирования представления о величине и отношении.

Описанные этапы введения ребенка в математическую действительность и соответствующие им задачи представляют собой только общую логику формирования ЭМП, которую, на наш взгляд, нужно удерживать при постановке задачи их формирования. При этом организация конкретных познавательных ситуаций и задач может быть обеспечена различными средствами обучения. Например, действия детей по измерению величин условными мерами могут быть включены в сказочный или бытовой сюжет, моделирующую или игровую деятельность и т. д.

Безусловно, к старшему дошкольному возрасту значительная часть детей имеют некоторые представления о величинах (в основном о длине) и размерах, умеют устанавливать отношения «больше — меньше», выстраивать ранжированные ряды (Веракса и др., 2019). Однако опосредованное соизмерение, которое и помогает получить систематическое представление о величинах, измерениях и затем действительных числах, не возникает спонтанно (Давыдов, Эльконин, 1966).

Эти соображения обосновывают критерии анализа программ дошкольного образования с точки зрения представленности в них тех или иных средств формирования ЭМП и условий их введения.

В качестве критериев анализа программ были выбраны следующие:

- 1) какого типа математические величины представлены в программе (длина, площадь, объем, масса и др.)?

- 2) как вводятся представления об этих величинах, какого типа действия и ситуации предлагается организовать (подбор по величине/сравнение/измерение и т. д.)?
- 3) какого типа средства предлагаются для успешного выполнения данных действий (средства-образцы, символические средства, модельные средства)?

Методы

Критерии отбора программ. Отбор программ осуществлялся на основе процедуры PRISMA, в результате чего из 43 было выбрано 8 программ для анализа по выделенным критериям. В обзор мы включали только программы, одобренные ФГОС ДО, так как он определяет основные принципы и содержание обучения в РФ. В качестве поисковой базы был выбран раздел сайта ФИРО «Навигатор образовательных программ дошкольного образования», составленный совместно с Министерством просвещения РФ. Отбор программ происходил в течение недели до 6 мая 2021 г. включительно. В качестве критериев для скрининга мы выделили следующие:

- 1) программа должна быть рассчитана на работу с детьми подготовительной к школе группы (6–7 лет);
- 2) в рамках раздела познавательного развития должен быть развернуто представлен блок по формированию ЭМП;
- 3) основная часть примерной программы предполагает работу с детьми без ОВЗ.

Из найденных 43 программ в базе поиска были исключены 26 программ ДО, не соответствующих выработанным критериям и, таким образом, не имеющих отношения к нашему исследованию. Было отобрано 17 разработок для дальнейшей оценки в контексте нашего обзора. Из анализа было исключено 9 из 17 программ, так как описание содержательного раздела в них представлено неполно: отсутствовало указание на конкретные приемы и средства формирования ЭМП или учебно-методические разработки к данным программам (например, конспекты занятий) оказались труднодоступны, не изданы. Таким образом, восемь программ (см. рис.), из которых семь комплексных и одна парциальная, были включены в дальнейший качественный анализ:

- 1) «От рождения до школы»: Инновационная программа дошкольного образования, Н. Е. Веракса, Т. С. Комарова, Э. М. Дорофеева;
- 2) «Истоки»: Комплексная образовательная программа дошкольного образования, Л. А. Парамонова;
- 3) «Детство»: Комплексная образовательная программа дошкольного образования, Т. И. Бабаева, А. Г. Гогоберидзе, О. В. Солнцева и др.;
- 4) «Мир открытий»: Комплексная образовательная программа дошкольного образования, Л. Г. Петерсон;
- 5) «Детский сад 2100»: Основная образовательная программа дошкольного образования, Р. Н. Бунеева;

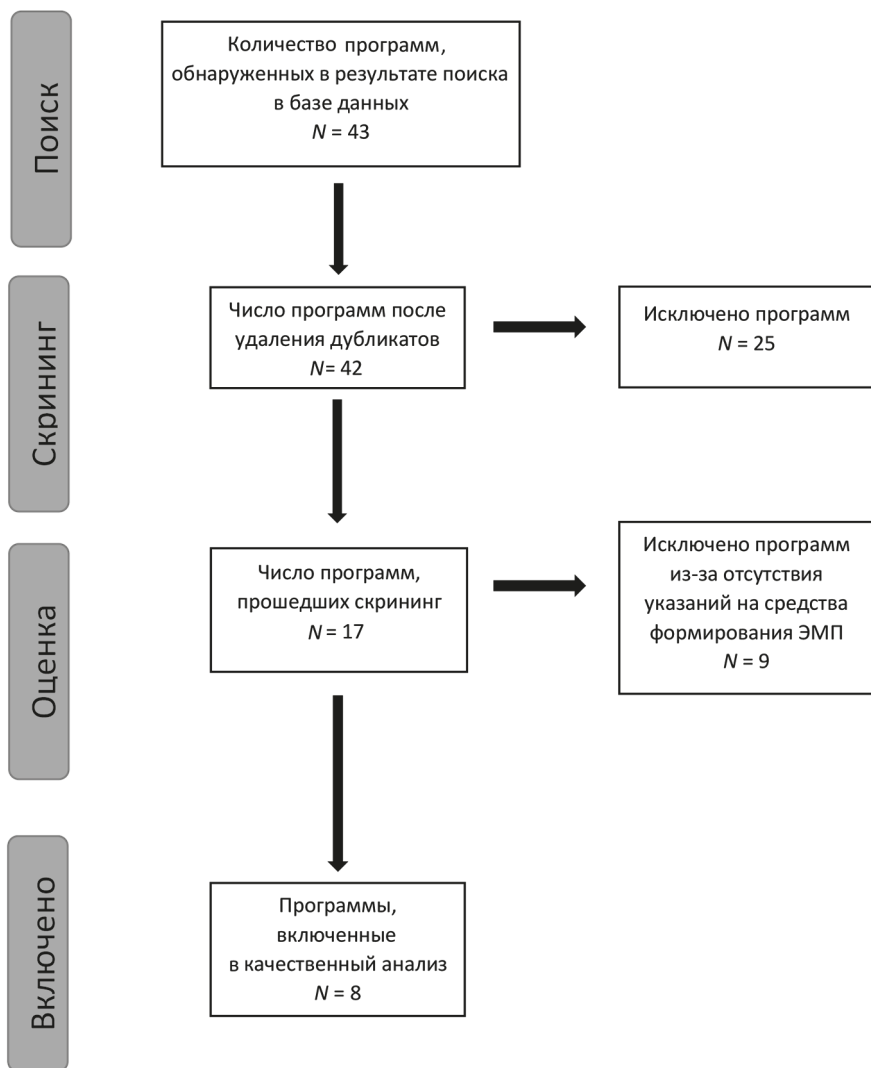


Рис. Блок-схема отбора программ для сравнительного анализа в соответствии с PRISMA

- 6) «Тропинки»: Основная образовательная программа дошкольного образования, В. Т. Кудряцева;
- 7) «Формирование элементарных математических представлений у дошкольников»: Парциальная общеобразовательная программа дошкольного образования, К. В. Шевелев;
- 8) «Детский сад по системе Монтессори»: Примерная основная образовательная программа дошкольного образования, Е. А. Хилтунен.

Результаты

Все рассматриваемые нами программы декларируют соответствие принципам, заложенным во ФГОС ДО. Однако авторами пособий также приведен ряд уникальных ключевых принципов построения, отличающих каждую отдельную программу. Принципы, обозначенные в программах «Мир открытий» и «Детский сад 2100», декларируют опору на деятельностный подход и отношение к знаниям как к ориентирам для действий. Почти все программы подчеркивают важность самостоятельных исследовательских действий воспитанников в рамках проблемных, новых ситуаций. Также во многих программах («Формирование элементарных математических представлений у дошкольников», «От рождения до школы», «Истоки», «Детский сад 2100») подчеркивается важность связи приобретаемых детьми знаний с реальной повседневной жизнью. В рамках всех программ организуются следующие виды деятельности: свободная игра, игровые упражнения, занятия, проектная, исследовательская, творческая и событийная деятельность, конструирование и физическая активность. Это означает, что построение математических знаний в обозреваемых программах происходит не только в рамках целенаправленных занятий, но и в других видах деятельности, что способствует развитию математических способностей за счет увеличения числа ситуаций, в которых ребенок может обсуждать с педагогом математические вопросы (Klibanoff et al., 2006). Таким образом, на уровне заявляемых принципов многие программы декларируют важность самостоятельного построения знаний детьми, что подразумевает уход от использования образцов при их усвоении.

В результате анализа отобранных нами программ (см. табл.) можно выделить некоторые общие тенденции. Во-первых, все рассматриваемые нами программы включают в раздел математического развития знакомство с такими величинами, как длина, масса и объем. Однако только половина из них также формирует представления о площади, хотя с математической точки зрения изучение площади логичнее осуществлять до изучения объема. Во-вторых, все программы предполагают формирование понятия «величина» с помощью такого средства, как образец. Демонстрация способа решения познавательной задачи, прямое и директивное озвучивание правила действия предполагается во всех (!) изученных пособиях, несмотря на то что в ключевых принципах многих программ обозначены поддержка инициативы и самостоятельное открытие. Использование моделей для поиска решения проблемной ситуации осуществляется только в трех из восьми программ. Только в двух программах («Формирование элементарных математических представлений у дошкольников» и «Детство») средства представлены достаточно разнообразно, то есть формирование ЭМП происходит с помощью и моделей, и символов, и образцов. Остальные программы ограничиваются использованием одного («Детский сад 2100» и «Детский сад по системе Монтессори») или двух средств обучения. Наконец, во всех программах формирование представления о величине происходит в рамках непосредственного сравнения. Также довольно часто, в шести из восьми программ, организуются действия сравнения на глаз, измерения с помощью условной меры, непосредственного подбора. Важно, что в большинстве программ используется посредник для измерения различных величин, но при этом обеспечение опосредованных действий сравнения и подбора, важных с точки зре-

Таблица. Сводная таблица сравнительного анализа программ

Критерий	«Детский сад 2100»	«Детский сад по системе Монтессори»	«Детство»	«Истоки»	«Мир открытый»	«От рождения до школы»	«Тропинки»	«Формирование ЭМП у дошкольников»
Исучаемые величины								
Длина (в том числе ширина, высота)	+	+	+	+	+	+	+	+
Площадь	-	+	-	-	+	-	+	+
Объем	+	+	+	+	+	+	+	+
Масса	+	+	+	+	+	+	+	+
Средства								
Образец	+	+	+	+	+	+	+	+
Модель	-	-	+	-	+	-	-	+
Символ	-	-	+	+	-	+	+	+
Действия, обеспечиваемые средствами								
Измерение с помощью линейки	-	+	-	-	+	+	+	+
Измерение с помощью условной меры	+	-	+	+	+	+	-	+
Сравнение на глаз	+	+	-	+	-	+	+	+
Непосредственное сравнение	+	+	+	+	+	+	+	+
Опосредованное сравнение	+	-	-	-	+	+	-	+
Опосредованный подбор	-	-	-	-	+	+	-	-
Непосредственный подбор	+	+	+	-	-	+	+	+

ния формирования представления о величине (Давыдов, 1962), происходит крайне редко, в четырех и двух программах соответственно.

Выделим теперь некоторые характерные аспекты формирования представлений о величинах в конкретных программах. Так, в рассмотренных нами пособиях программы «Детский сад 2100» (Бунеева, 2019; Корепанова и др., 2019) при достаточном разнообразии действий с величинами, в том числе работе с посредником, они обеспечиваются только одним средством: заданием правила, образца действия. Причем сами условия заданий и действия часто имеют формальный характер. Они задаются в отрыве от какого-либо сказочного, событийного или реального контекста, поэтому основания действий не отражены. Например, задание может быть сформулировано так: «Измерь длину дороги разными способами». Но с какой целью это необходимо сделать ребенку и как именно — неясно. И хотя предлагаемое средство (образец) соответствует условиям задачи, мотивационно-смысловой аспект измерения условной меркой не раскрыт в данной программе.

Образец как основное средство формирования понятия «величина» также используется и в программе «Детский сад по системе Монтессори» (Хилтунен и др., 2014), однако количество действий, обеспечиваемых данным средством, согласно программе, значительно меньше. Несмотря на то что в рамках данной системы дети большую часть времени работают с реальными объектами и предметными пособиями, мотивационно-смысловой аспект действий это также не всегда помогает раскрыть, так как ребенок повторяет действия либо за старшими детьми в группе, либо за воспитателем.

В программе «Детство» и ее пособиях (Бабаева и др., 2019; Михайлова и др., 2017) применяются различные средства: образец, модель, символ. При этом условия задач варьируются от сказочных сюжетов о Буратино и Винни-Пухе до реальных бытовых действий (приготовление пирога и т. д.), что помогает раскрыть основания действий. Важно также, что предлагаемые средства обеспечивают действия, например измерения с помощью условной меры, позволяющие раскрыть суть ЭМП. Однако спектр организуемых действий при формировании понятия величины достаточно невелик: непосредственное сравнение, непосредственный подбор и измерение с помощью условной меры.

Программа «Истоки» (Парамонова, 2018; Тарунтаева, Алиева, 2015) для формирования представлений о величинах предполагает использовать такие средства, как образец и символ. В заданиях с использованием символизации раскрываются мотивационные аспекты действий. А в заданиях, где основным средством выступает образец, смысл действий остается нераскрытым. Например, детям может быть предложено посчитать, сколько риса в чашке. При этом зачем это необходимо сделать и почему именно с помощью стаканчика — не уточняется, так как средством решения задачи выступает демонстрация измерения объема риса педагогом.

В программе «Мир открытий» (Петерсон, Кочемасова, 2018; Петерсон, Лыкова, 2019) в большинстве случаев используется такое средство, как образец, и лишь при изучении объема применяется моделирование. Поэтому в программе, несмотря на формирование навыков различных действий с величинами, многие задачи не раскрывают их смысл.

Наибольшее разнообразие действий при работе с величинами обнаружено в программе «От рождения до школы» и ее пособиях (Веракса и др., 2019; Помо-

раева, Позина, 2020). Примерно половина заданий подразумевает раскрытие основания организуемых действий через сказочный контекст или реальные бытовые действия. Однако часто встречаются задачи, в которых символизация не помогает нахождению решения. Например, в одном из таких заданий необходимо помочь Белоснежке сравнить коврики для гномиков. И хотя сказочный сюжет задан, здесь не используется символ как средство, обеспечивающее действие, и словесная инструкция, заданная после прочтения задания педагогом, выступает ключевым средством нахождения решения.

В ходе анализа программы «Тропинки» и пособий к ней (Кудрявцев, 2016; Султанова, 2021) оказалось, что изучению величин уделяется совсем небольшое внимание. Чаще всего средством формирования представлений о длине, объеме и других величинах является символ. Однако большинство действий, обеспечиваемых данным средством, не адекватны действиям, с которых целесообразно начинать знакомство с математической действительностью. Так, в данной программе не используются условные меры для измерений, сравнений и подбора величин.

Программа «Формирование ЭМП у дошкольников» (Шевелев, 2019) включает в себя изучение длины, массы, объема, площади с помощью всех трех видов средств. Организуются задания, в которых решение следует найти через использование графических схем, анализ контекста сказок и шуток, а также через наблюдение за образцом. Важный момент здесь заключается в том, что средства обеспечивают выполнение детьми почти всех предметно-специфических действий, а также некоторых других.

Обсуждение результатов

Полученные нами результаты анализа современных российских программ дошкольного образования говорят о том, что в качестве средства формирования представлений о величинах чаще всего используется образец. Для решения задачи детям демонстрируется некоторый способ действия, который они должны просто воспроизвести. Иллюстрация или сообщение правила при этом не отражает оснований для действия, не задает его мотивационно-смысловой компонент, даже если организуется такое предметно-специфическое действие, как опосредованный подбор или измерение величины с помощью посредника. Использование образца в качестве средства решения задачи, на наш взгляд, может приводить к формальному отношению к изучаемым математическим представлениям, к тому, что дети не поймут специфику математического описания действительности. Данная тенденция, видимо, связана с тем, что использование в качестве средства обучения образца гораздо проще, чем использование символа или модели, так как применение символа в силу его структурных особенностей предполагает разработку смыслового контекста, который бы содержательно, а не формально создавал для дошкольника проблемную ситуацию. Для того чтобы использовать модель, сначала необходимо разработать такую ее форму, которая была бы понятна детям и отражала бы основные свойства моделируемых объектов. Кроме того, ориентация на образец является одним из аспектов традиционного подхода к обучению (Ильенков, 1991, Давыдов, Эльконин, 1966). Однако несмотря на это, шесть из восьми рассмотренных нами

программ в качестве средств используют не только образец. Например, наиболее часто используемым средством в программе «Тропинки» является символизация, а программы «Детство» и «Формирование ЭМП у дошкольников» уделяют большое внимание моделированию. На наш взгляд, в программах следовало бы уменьшить долю заданий, где основным средством выступает образец.

Мы также увидели, что в качестве изучаемых величин в программах обычно выступают длина, масса, объем. И лишь некоторые программы предполагают обращение к площади, несмотря на то что экспериментально было показано, что у старших дошкольников можно формировать данные представления (Лыкова, 2011; Киричек, 2018; Veraksa et al., 2020). Мы предполагаем, что данная ситуация сложилась из-за того, что понятие площади, формируемое вне ее измерения с помощью мерки меньшей величины, по сути, сливается с понятием размера. Это еще раз доказывает необходимость организации адекватных предметно-специфических действий при формировании ЭМП.

Как уже было отмечено, наиболее часто в программах происходит обращение к непосредственному сравнению величин. Это важный этап формирования ЭМП, однако дети могут освоить его, согласно некоторым программам, уже в 3–4 года. На наш взгляд, разумнее в старшем дошкольном возрасте уделять больше внимания опосредованному сравнению, подбору величин и измерению их условными мерами.

Интересно, что в некоторых из рассмотренных нами программ («От рождения до школы», «Формирование ЭМП у дошкольников», «Детский сад 2100», «Мир открытий») предлагается организовать предметно-специфические действия, позволяющие сформировать представление о «величине», обладающее достаточной полнотой и разумностью. К таким действиям относятся непосредственное и опосредованное соизмерение величин, измерение с помощью условных мерок. Данный факт свидетельствует о действительном проникновении идей, высказанных в русле деятельностного и культурно-исторического подхода, в методические разработки, а не об их формальном декларировании. Однако из-за низкой осмысленности многих действий в связи с превалирующей ориентацией на образец и особенностями формулировок заданий, а также из-за отсутствия логической системы освоения данных действий программы не в полной мере способствуют формированию сознательного отношения к математическим действиям. Важно не просто обучать детей, как сравнивать и измерять, важно показывать, для чего в действительности необходимы данные действия.

По итогам анализа можно выделить наиболее перспективные, с нашей точки зрения, программы — «От рождения до школы» и «Формирование ЭМП у дошкольников». В них наиболее полно представлено формирование предметно-специфических действий усвоения ЭМП, обеспеченных различными средствами обучения. В программах предполагается использование не только образцов, иллюстрирующих правила, но и символов, а в программе «Формирование ЭМП у дошкольников» — еще и моделей для формирования таких действий, как измерение величины условной мерой, непосредственное соизмерение, опосредованное сравнение и подбор величин.

Заключение

На основе анализа современных российских программ было показано, что наиболее часто используемым средством формирования ЭМП в программах дошкольного образования является образец. Несмотря на все ограничения данного средства обучения, простота его применения в работе с детьми по сравнению с двумя другими средствами, вероятно, делает его наиболее доступным. В работе также была показана необходимость оценки средств обучения в контексте тех действий, которые они обеспечивают, поскольку одни и те же средства могут быть использованы для формирования как способствующих усвоению ЭМП, так и иных действий. Было выявлено, что большинство рассмотренных нами программ предполагают формирование понятия «величина» на основе отдельных действий, раскрывающих историческую логику его происхождения, однако эти действия не представляют собой целостной системы. Более того, оказалось, что программ, которые используют разнообразные средства (образцы, символы и модели) и одновременно с этим обеспечивают действия, адекватные усваиваемым знаниям, практически не существует.

Дальнейшая разработка и исследование темы средств и условий формирования ЭМП у старших дошкольников представляются нам перспективными и важными. На наш взгляд, развивающий потенциал модели и символа как средств, с помощью которых ребенок находит решения задачи, полностью не реализован в современных программах дошкольной подготовки. Это означает, что изучение данной проблемы может дать ключ к повышению эффективности образовательного процесса в рамках дошкольных образовательных учреждений.

Литература

- Бабаева Т. И., Гогоберидзе А. Г., Солнцева О. В. Комплексная образовательная программа дошкольного образования «Детство». СПб.: Детство-Пресс, 2019.
- Бунеева Р. Н. Основная образовательная программа дошкольного образования «Детский сад 2100». Комплексные образовательные программы развития и воспитания детей младенческого, раннего и дошкольного возраста. Изд. 3-е, перераб. М.: Баласс, 2019.
- Венгер Л. А. Развитие познавательных способностей в процессе дошкольного воспитания. М.: Педагогика, 1986.
- Венгер Л. А., Холмовская В. В. Диагностика умственного развития дошкольников. М.: Педагогика, 1978.
- Веракса А. Н., Горовая А. Е., Кисель А. В. Возможности использования знаковых и символических средств в обучении дошкольников (на примере освоения феномена радуги) // Психологическая наука и образование. 2014. Т. 6, № 2. С. 19–34. <https://doi.org/10.17759/psyedu.2014060202>
- Веракса Н. Е., Комарова Т. С., Дорофеева Э. М. «От рождения до школы». Инновационная программа дошкольного образования. Изд. 5-е (инновационное), исп. и доп. М.: Мозаика-Синтез, 2019.
- Выготский Л. С. История развития высших психических функций // Выготский Л. С. Собр. соч.: В 6 т. Т. 3. М.: Педагогика, 1983. С. 132–133.
- Выготский Л. С. Психология развития ребенка. М.: Смысл; Эксмо, 2004.
- Гальперин П. Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
- Гальперин П. Я., Георгиев Л. С. К вопросу о формировании начальных математических понятий // Доклады АПН РСФСР. М., 1960. С. 31–66.
- Гуткина Н. И. Психологическая готовность к школе. 4-е изд., перераб. и дополн. СПб.: Питер, 2009.
- Гуткина Н. И. Психологическая готовность к школе в контексте проблемы преемственности дошкольного и школьного образования // Психологическая наука и образование. 2010. Т. 15, № 3. С. 106–115.
- Давыдов В. В. Анализ строения счета как предпосылка построения программы по арифметике. М.: Психологический институт РАО, 1962.

- Давыдов В. В., Эльконин Д. Б. Возрастные возможности усвоения знаний. М.: Просвещение, 1966.
- Дьяченко О. М. О возможностях использования схематизированного образа детьми дошкольного возраста: Автореф. дис. ... канд. психол. наук. М.: МПГУ, 1975.
- Еник О. А., Болотникова О. П., Щетинина В. В., Сидякина Е. А. Формирование у детей 6–7 лет умения управлять своим поведением // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 6. С. 356. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=22968> (дата обращения: 31.05.2021).
- Запорожец А. В. Избранные психологические труды: в 2 т. Т. 1. Психическое развитие ребенка. М.: Педагогика, 1986.
- Ильенков Э. В. Философия и культура. М.: Политиздат, 1991.
- Карабанова О. А. Возрастная психология: конспект лекций. М.: Айрис-пресс, 2005.
- Киричек К. А. Формирование представлений о площади у дошкольников // Современное дошкольное образование. Теория и практика. 2018. № 2 (84). С. 14–21. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-predstavleniy-o-ploschadi-u-doshkolnikov> (дата обращения: 01.06.2021).
- Корепанова М. В., Козлова С. А., Пронина О. В. Моя математика: учебное пособие по познавательному развитию детей 5–7(8) лет: в 3 ч. М.: Баласс, 2019.
- Кудрявцев В. Т. Основная образовательная программа дошкольного образования «Тропинки». М.: Вентана-Граф, 2016.
- Леонтьев А. Н. Лекции по общей психологии. М.: Смысл, 2000.
- Лыкова И. А. О своеобразии картины мира ребенка-дошкольника // Педагогика искусства. 2011. № 4. С. 1–10. URL: <http://www.art-education.ru/electronic-journal/o-svoeobrazii-kartiny-mira-rebenka-doshkolnika> (дата обращения: 01.06.2021).
- Михайлова З. А., Полякова М. Н., Ивченко Т. А., Березина Т. А., Никонова Н. О., Римашевская Л. С. Образовательная область «Познавательное развитие» (Методический комплект программы «Детство»): учебно-методическое пособие. СПб.: Детство-Пресс, 2017.
- Обухова Л. Ф. Этапы развития детского мышления. М.: МГУ им. М. В. Ломоносова, 1972.
- Парамонова Л. А. Истоки: комплексная образовательная программа дошкольного образования. 6-е изд., перераб. М.: Сфера, 2018.
- Петерсон Л. Г., Кочемасова Е. Е. Игралочка. Практический курс математики для дошкольников: методические рекомендации. Ч. 1, 2. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018.
- Петерсон Л. Г., Лыкова И. А. Комплексная образовательная программа дошкольного образования «Мир открытый». 5-е изд., перераб. и доп. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019.
- Пиаже Ж. Избранные психологические труды. М., 1994.
- Помораева И. А., Позина В. А. Формирование элементарных математических представлений: конспекты занятий: 6–7 лет. 2-е изд., испр. и доп. М.: Мозаика-Синтез, 2020.
- Салмина Н. Г. Знак и символ в обучении. М.: Изд-во Московского ун-та, 1988.
- Султанова М. Н. Математика до школы: пособие для детей 6–7 лет: в 2 ч. 5-е изд., стереотип. М.: Вентана-Граф, 2021.
- Тарунтаева Т. В., Алиева Т. И. Развитие математических представлений у дошкольников. М.: Сфера, 2015.
- Усова А. П. Обучение в детском саду. Изд. 3-е, испр. М.: Просвещение, 1981.
- Хилтунен Е. А., Борисова О. Ф., Михайлова В. В. Примерная основная образовательная программа дошкольного образования «Детский сад по системе Монтессори». М.: Национальное образование, 2014.
- Шаповаленко И. В. Возрастная психология. М., 2004.
- Шевелев К. В. Парциальная общеобразовательная программа дошкольного образования «Формирование элементарных математических представлений у дошкольников». М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2019.
- Эльконин Д. Б. Избранные психологические труды. М.: Педагогика, 1989.
- Эльконин Д. Б. Психология игры. М.: Педагогика, 1978.
- Bailey D., Siegler R., Geary D. Early predictors of middle school fraction knowledge // *Developmental Science*. 2014. Vol. 17 (5). P. 775–785. <https://doi.org/10.1111/desc.12155>
- Dienes Z., Golding E. *Les Premiers Pas En Mathématique Logique et Jeux Logiques*. Paris, 1975.
- Duncan G., Dowsett C., Claessens A., Magnuson K., Huston A., Klebanov P., Japel C., Pagani L. S., Feinstein L., Engel M., Brooks-Gunn J., Sexton H., Duckworth K. School readiness and later achievement // *Developmental Psychology*. 2007. Vol. 43, no. 6. P. 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>
- Göbel S., Watson S., Lervåg A., Hulme C. Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts // *Psychological Science*. 2014. Vol. 25 (3). P. 789–798. <https://doi.org/10.1177/0956797613516471>

- Jordan N., Kaplan D., Ramineni C., Locuniak M. Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes // *Developmental Psychology*. 2009. Vol. 45 (3). P. 850–867. <https://doi.org/10.1037/a0014939>
- Klibanoff R., Levine S., Huttenlocher J., Vasilyeva M., Hedges L. Preschool children's mathematical knowledge: the effect of teacher "math talk" // *Developmental Psychology*. 2006. Vol. 42 (1). P. 59–69. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.1.59>
- Leslie A. Pretense and representation: The origins of "theory of mind" // *Psychological Review*. 1987. Vol. 94 (4). P. 421–426. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.94.4.412>
- Sarama J., Clements D. Building blocks and cognitive building blocks: Playing to know the world mathematically // *American Journal of Play*. 2009. Vol. 1 (3). P. 313–337.
- Schneider M., Grabner R., Paetsch J. Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in Grades 5 and 6 // *Journal of Educational Psychology*. 2009. Vol. 101 (2). P. 359–372. <https://doi.org/10.1037/a0013840>
- Veraksa A. N., Aslanova M. S., Bukhalenkova D. A., Veraksa N. E., Liutsko L. N. Assessing the effectiveness of differentiated instructional approaches for teaching math to preschoolers with different levels of executive functions // *Education Science*. 2020. Vol. 10 (7). P. 181. <https://doi.org/10.3390/educsci10070181>
- Watts T., Duncan G., Clements D., Sarama J. What is the long-run impact of learning mathematics during preschool? // *Child Development*. 2018. Vol. 89 (2). P. 539–555. <https://doi.org/10.1111/cdev.12713>
- Watts T., Duncan G., Siegler R., Davis-Kean P. What's past is prologue: relations between early mathematics knowledge and high school achievement // *Educational Researcher*. 2014. Vol. 43 (7). P. 352–360. <https://doi.org/10.3102/0013189X14553660>

Статья поступила в редакцию 2 июля 2021 г.;
рекомендована в печать 9 сентября 2021 г.

Контактная информация:

Сиднева Анастасия Николаевна — канд. психол. наук; asidneva@gmail.com

Плотникова Валерия Андреевна — студент; ler.shinelis@yandex.ru

Соловьева Юлия — канд. психол. наук; aveivolosailuy@gmail.com

Людско Людмила Николаевна — канд. психол. наук; liudmila_liutsko@yahoo.es

Psychological analysis of the means and conditions for the formation of elementary mathematical representations in preschoolers*

A. N. Sidneva^{1a}, V. A. Plotnikova¹, Yu. Solovyova², L. N. Lyutsko³

¹ Lomonosov Moscow State University,

1, Leninskie Gory, Moscow, 119991, Russian Federation

² Autonomous University of Puebla,

4, Sur 104 Centro Histórico C. P., Puebla, 72000, United Mexican States

³ Open University of Catalonia,

156, Rambla del Poblenou, Barcelona, 08018, Spain

For citation: Sidneva A. N., Plotnikova V. A., Solovyova Yu., Lyutsko L. N. Psychological analysis of the means and conditions for the formation of elementary mathematical representations in preschoolers. *Vestnik of Saint Petersburg University. Psychology*, 2021, vol. 11, issue 4, pp. 389–408. <https://doi.org/10.21638/spbu16.2021.407> (In Russian)

The article aims to identify and describe the conditions as well as means of teaching that form the zone of proximal development when mastering elementary mathematical concepts

* The study was supported by the Russian National Science Foundation grant no. 21-18-00584 "Comparative effectiveness of various means of forming elementary mathematical representations in preschool children and their impact on the development of cognitive skills".

^a Author for correspondence.

(EMC) at an older preschool age (first of all, ideas about quantities: length, area, mass, volume, etc.). Also, the work analyzes the representation of these conditions and means of teaching in modern Russian preschool education programs developed on the basis of the Federal State Educational Standard for Preschool Education. The selection of programs was carried out on the basis of the PRISMA procedure, as a result of which 8 programs were selected out of 43 for analysis according to the selected criteria. Three types of the most common teaching tools were identified in situations when introducing new EMC: samples (visual or verbal instructions, rules), models (schematic representation of essential relations between objects) and symbols (symbolic representation of essential relations between objects). For the main learning conditions, the content and characteristics of those actions in which EMC data are assimilated were analyzed. It was shown that when organizing the formation of ideas about values in older preschoolers, it is psychologically more appropriate to select conditions that require the implementation of actions of selection by magnitude, indirect comparison, as well as measurement using conditional measures that is necessary in situations of representation of modeling or symbolization tools. The obtained results of the analysis of modern Russian preschool education programs indicate that most often they use only one tool — a visual sample or instruction, and the formation of ideas about the values is carried out solely on the basis of the action of direct comparison. The conducted research will make it possible to provide psychologically sound recommendations to teachers, educators and the administration of preschool educational institutions on the choice and implementation of EMC training programs.

Keywords: preschool education, elementary mathematical representations, teaching tools, sample, model, symbol.

References

- Babaeva, T. I., Gogoberidze, A. G., Solntseva, O. V. (2019). *Comprehensive educational program of preschool education "Childhood"*. St. Petersburg, Detstvo-Press Publ. (In Russian)
- Bailey, D., Siegler, R., Geary, D. (2014). Early predictors of middle school fraction knowledge. *Developmental Science*, 17 (5), 775–785. <https://doi.org/10.1111/desc.12155>
- Buneeva, R. N. (2019). *The main educational program of preschool education "Kindergarten 2100". Comprehensive educational programs for the development and upbringing of children of infant, early and preschool age*. Publ. 3rd ed., rew. Moscow, Balass Publ. (In Russian)
- D'iachenko, O. M. (1975). *About the possibilities of using a schematized image by preschool children*. PhD dissertation (Psychology), Moscow, MGPU. (In Russian)
- Davydov, V. V. (1962). *Analysis of the structure of the account as a prerequisite for building a program in arithmetic*. Moscow, Psihologicheskii institut RAO Publ. (In Russian)
- Davydov, V. V., El'konin, D. B. (1966). *Age-related opportunities for learning knowledge*. Moscow: Prosveshchenie Publ. (In Russian)
- Dienes, Z., Golding, E. (1975). *Les Premiers Pas En Mathématique Logique et Jeux Logiques*. Paris.
- Duncan, G., Dowsett, C., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A., Klebanov, P., Japel, C., Pagani L. S., Feinstein L., Engel M., Brooks-Gunn J., Sexton H., Duckworth K. (2007) School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43 (6), 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>
- El'konin, D. B. (1978). *Psychology of the game*. Moscow, Pedagogika Publ. (In Russian)
- El'konin, D. B. (1989). *Selected psychological works*. Moscow, Pedagogika Publ. (In Russian)
- Enik O. A., Bolotnikova O. P., Shchetinina V. V., Sidiakina E. A. (2015). Formation of the ability to manage their behavior in children aged 6–7 years. *Sovremennye problemy nauki i obrazovaniia*, 6, 356. URL: <https://science-education.ru/ru/article/view?id=22968> (accessed: 05.05.2021). (In Russian)
- Gal'perin, P. Ia. (1985). *Teaching methods and mental development of the child*. Moscow, Moscow State University Press. (In Russian)
- Gal'perin, P. Ia., Georgiev, L. S. (1960). On the question of the formation of initial mathematical concepts. In: *Doklady APN RSFSR* (pp. 31–66). (In Russian)
- Göbel, S., Watson, S., Lervåg A., Hulme C. (2014). Children's arithmetic development: It is number knowledge, not the approximate number sense, that counts. *Psychological Science*, 25 (3), 789–798. <https://doi.org/10.1177/0956797613516471>

- Gutkina, N. I. (2009). *Psychological readiness for school*. 4th ed., rew., add. St. Petersburg, Piter Publ. (In Russian)
- Gutkina, N. I. (2010). Psychological readiness for school in the context of the problem of continuity between preschool and school education. *Psikhologicheskaja nauka i obrazovanie*, 15 (3), 106–115. (In Russian)
- Iľenkov, E. V. (1991). *Philosophy and culture*. Moscow, Politizdat Publ., 381–387. (In Russian)
- Jordan, N., Kaplan, D., Ramineni, C., Locuniak, M. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45 (3), 850–867. <https://doi.org/10.1037/a0014939>
- Karabanova, O. A. (2005). *Developmental psychology. Lecture notes*. Moscow: Airis-press. (In Russian)
- Khiltunen, E. A., Borisova, O. F., Mikhailova, V. V. (2014). *Approximate basic educational program of preschool education “Kindergarten according to the Montessori system”*. Moscow, Natsional’noe obrazovanie Publ. (In Russian)
- Kirichek, K. A. (2018). Formation of ideas about the area among preschoolers. *Sovremennoe doshkol’noe obrazovanie. Teoriia i praktika*, 2, 14–21. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-predstavleniy-o-ploschadi-u-doshkolnikov> (accessed: 01.06.2021). (In Russian)
- Klibanoff, R., Levine, S., Huttenlocher, J., Vasilyeva M., Hedges L. (2006). Preschool children’s mathematical knowledge: the effect of teacher “math talk”. *Developmental Psychology*, 42 (1), 59–69. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.42.1.59>
- Korepanova, M. V., Kozlova, S. A., Pronina, O. V. (2019). *My math. Textbook on the cognitive development of children 5–7 (8) years old*: In 3 parts. Moscow, Balass Publ. (In Russian)
- Kudriavtsev, V. T. (2016). *The main educational program of preschool education “Paths”*. Moscow, Ventana-Graf Publ. (In Russian)
- Leontiev, A. N. (2000). *Lectures on general psychology*. Moscow, Smysl Publ. (In Russian)
- Leslie, A. (1987) Pretense and representation: The origins of “theory of mind”. *Psychological Review*, 94 (4), 421–426. <https://doi.org/10.1037/0033-295X.94.4.412>
- Lykova, I. A. (2011). About the originality of the picture of the world of a preschool child. *Pedagogika iskusstva*, 4, 1–10. URL: <http://www.art-education.ru/electronic-journal/o-svoeobrazii-kartiny-mirarebenka-doshkolnika> (accessed: 01.06.2021). (In Russian)
- Mikhailova, Z. A., Poliakova, M. N., Ivchenko, T. A., Berezina, T. A., Nikonova, N. O., Rimashevskaja, L. S. (2017). *Educational field “Cognitive development” (Methodical set of the program “Childhood”): educational and methodical manual*. St. Petersburg: Detstvo-Press Publ. (In Russian)
- Obukhova, L. F. (1972). *Stages of development of children’s thinking*. Moscow: MGU im. M. V. Lomonosova. (In Russian)
- Paramonova, L. A. (2018). *Origins: A comprehensive educational program of preschool education*. 6th ed. rew. Moscow, TTs Sfera Publ. (In Russian)
- Peterson, L. G., Kochemasova E. E. (2018). *Practical mathematics course for preschoolers: methodological recommendations*. Parts 1, 2. Moscow, BINOM. Laboratoriia znanii Publ. (In Russian)
- Peterson, L. G., Lykova I. A. (2019). *Comprehensive educational program of preschool education “World of discoveries”*. 5th ed., rew. and add. Moscow, BINOM. Laboratoriia znanii Publ. (In Russian)
- Piaget, Zh. (1994). *Favourite psychological works*. Moscow. (In Russian)
- Podd’iakov, N. N. (2010). *Mental development and self-development of a child: from birth to six years*. St. Petersburg, Rech’ Publ. (In Russian)
- Pomoraeva, I. A., Pozina, V. A. (2020). *Formation of elementary mathematical representations: Lesson notes: 6–7 years*. 2nd ed., corr. and add. Moscow, Mozaika-Sintez Publ. (In Russian)
- Ritchie, S., Bates, T. (2013). Enduring links from childhood mathematics and reading achievement to adult socioeconomic status. *Psychological Science*, 24 (7), 1301–1308. <https://doi.org/10.1177/0956797612466268>
- Rose, H. (2006). Do gains in test scores explain labor market outcomes? *Economics of Education Review*, 25 (4), 430–446. <https://doi.org/10.1016/j.econedurev.2005.07.005>
- Salmina, N. G. (1988). *Sign and symbol in training*. Moscow State University Press. (In Russian)
- Sarama, J., Clements, D. (2009). Building blocks and cognitive building blocks: Playing to know the world mathematically. *American Journal of Play*, 1 (3), 313–337.
- Schneider, M., Grabner, R., Paetsch, J. (2009) Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in Grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology*, 101 (2), 359–372. <https://doi.org/10.1037/a0013840>
- Shapovalenko, I. V. (2004). *Developmental psychology*. Moscow. (In Russian)
- Shevelev, K. V. (2019). *Partial general education program of preschool education “Formation of elementary mathematical representations in preschoolers”*. Moscow, Binom. Laboratoriia znanii Publ. (In Russian)

- Sultanova, M. N. (2021). *Math before school: a guide for children 6–7 years old*. In 2 parts. 5th ed., stereo. Moscow, Ventana-Graf Publ. (In Russian)
- Taruntaeva, T. V., Alieva, T. I. (2015). *The development of mathematical concepts in preschoolers*. Moscow, TTs Sfera Publ. (In Russian)
- Usova, A. P. (1981). *Kindergarten education*. Ed. 3rd, corr. Moscow, Prosveshchenie Publ. (In Russian)
- Venger L. A., Kholmovskaia V. V. (1978). *Diagnostics of intellectual development of preschoolers*. Moscow, Pedagogika Publ. (In Russian)
- Venger, L. A. (1986). *Development of cognitive abilities in the process of preschool education*. Moscow, Pedagogika Publ. (In Russian)
- Venger, L. A., Slobodchikov V. I., El'konin D. B. (1988). Problems of child psychology and scientific creativity of D. B. Elkonin. *Voprosy psikhologii*, 3, 20–29. (In Russian)
- Veraksa, A. N., Aslanova, M. S., Bukhalenkova, D. A., Veraksa, N. E., Liutsko, L. N. (2020). Assessing the effectiveness of differentiated instructional approaches for teaching math to preschoolers with different levels of executive functions. *Education Science*, 10 (7), 181. <https://doi.org/10.3390/educsci10070181>
- Veraksa, A. N., Gorovaia, A. E., Kisel', A. V. (2014). The possibilities of using symbolic and symbolic means in teaching preschoolers (on the example of mastering the rainbow phenomenon). *Psikhologicheskaiia nauka i obrazovanie*, 6 (2), 19–34. (In Russian) <https://doi.org/10.17759/psyedu.2014060202>
- Veraksa, N. E., Komarova, T. S., Dorofeeva, E. M. (2019). "From birth to school". *Innovative pre-school education program*. Ed. 5th (innovative), corr. and add. Moscow, Mozaika-Sintez Publ. (In Russian)
- Vygotskii, L. S. (1983). History of the development of higher mental functions. *Sobr. soch.*: In 6 vols. Vol. 3 (pp. 132–133). Moscow, Pedagogika Publ. (In Russian)
- Vygotskii, L. S. (2004). *Psychology of child development*. Moscow, Smysl Publ., Eksmo Publ. (In Russian)
- Watts, T., Duncan, G., Clements, D., Sarama, J. (2018). What is the long-run impact of learning mathematics during preschool? *Child Development*, 89 (2), 539–555. <https://doi.org/10.1111/cdev.12713>
- Watts, T., Duncan G., Siegler, R., Davis-Kean, P. (2014). What's past is prologue: relations between early mathematics knowledge and high school achievement. *Educational Researcher*, 43 (7), 352–360. <https://doi.org/10.3102/0013189X14553660>
- Zaporozhets, A. V. (1986). *Selected psychological works*. Moscow, Pedagogika Publ. (In Russian)

Received: July 2, 2021

Accepted: September 9, 2021

Authors' information:

Anastasia N. Sidneva — PhD in Psychology; asidneva@gmail.com

Valeriya A. Plotnikova — Student; ler.shinelis@yandex.ru

Yulia Solovyova — PhD in Psychology; aveivolosailuy@gmail.com

Lyudmila N. Lyutsko — PhD in Psychology; liudmila_liutsko@yahoo.es