УДК 004.942

ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ И ПУСТОЕ СЛОВО

ЙОЗЕФ БОКР

В статье рассматривается преобразование слов конечной длины конечным автоматом, уделяется особое внимание преобразованию пустых слов.

The article deals with the transformation of words of finite length by finite automata, special attention is paid to the transformation of empty words.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА
Преобразователь, слово в алфавите, пустое слово, конечный автомат, возмущение.

1. ВВЕДЕНИЕ

В статье рассматривается преобразование слов конечной длины конечным автоматом, уделяя особое влияние преобразованию пустых слов.

Как осуществляется восприятие пустого, ненаблюдаемого слова преобразователем и как может преобразователь выдавать пустое слово? Что собой, по сути дела, представляет пустое слово? Можно считать возможным обозначение непосредственно ненаблюдаемых входных слов или неизмеримых возмущений, воздействующих на преобразователь, через символ, зарезервированный для пустого слова? На эти, часто задаваемые вопросы, попытается предлагаемая статья ответить.

2. ПОНЯТИЕ

Определение 1: Как известно, понятие – это форма мышления, отражающая группу однородных предметов в их существенных признаках. Содержанием понятия называется совокупность существенных признаков предметов, которая мыслится в данном понятии. Совокупность предметов, которые мыслятся в понятии, образует объем понятия [1].

Пустое понятие – это понятие, объем которого соответственно содержит один предмет, пустой. Поскольку имеет силу закон обратного отношения между объемом и содержанием понятия, содержание пустого понятия располагает всеми возможными признаками несуществующего предмета, в их числе и противоречивыми признаками, например, отрицательное натуральное число. Заметим, что т.н. «круглый квадрат» не является пустым понятием.

Определение 2: «Ничто» (с латинского nihil) – это единичное понятие, выражающее отсутствие какого-либо конкретного предмета, т.е. его содержание - это свойство быть недостающим конкретным предметом и объем «ничего» содержит то, что отсутствует, т.е. в объем «ничего» входит пустое множество. Единичное понятие «манипулируемо», т.е. может входить в некоторые операции над понятиями, в отличие от пустого понятия.

«Ничто» не относится к предметам действительности, а является лишь «человеческим» понятием, не обозначающем пустоту, ибо никакое «ничто» не существует.

Понятие выражается в словах и в словосочетаниях.

3. ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Дискретную информацию, носителем которой является дискретный сигнал, можно считать алфавитной, обозначая значения отдельных уровней (квант) сигнала буквами некоторого алфавита. Число квант дискретного сигнала конечно.

Рассмотрим логический стационарный динамический **преобразователь** дискретной информации [2,3]. Основным свойством логического динамического преобразователя является наличие дискретного конечного множества состояний и скачкообразного (мгновенного) перехода преобразователя из одного состояния в другое. Разумеется, для любого реального преобразователя длится действительный переход между состояниями ненулевое, конечное время $\Delta\tau$, ибо преобразователь в течение перехода между состояниями находится в ненаблюдаемом **п**ромежуточном состоянии. Отождествив промежуточное состояние либо с исходным, либо с конечным состоянием перехода и учитывая, что переходы между соответственно промежуточным и конечным состояниями и также исходным и промежуточным состояниями мгновенные, добьёмся того, что, с одной стороны, реакция преобразователя длится весь переход, и с другой, что промежуточные состояния в таблице переходов служат показателями на достижимое «устойчивое» состояние.

Характерной особенностью логических преобразователей является «дискретность» времени его работы. Дискретные моменты ν времени отождествляются с натуральными числами, считая нулевой момент времени начальным. Выделяются некоторые моменты $\nu, \nu+1, \nu+2, \ldots$ реального времени, в которые рассматриваются состояния преобразователя и предполагается, что последовательность состояний и внешних воздействий описывает действие преобразователя. Выбор моментов времени представляет собой последовательность либо с постоянным, либо с переменным шагом $\tau\left(t_i = t_{i-1} + \tau\right)$ в зависимости от того, определяются ли моменты времени тактовым генератором (τ = const >> $\Delta\tau$) или выходом автосинхронного преобразователя (τ = $\Delta\tau$), либо моменты соответствуют «устойчивым» состояниям, и тогда интервалы между последовательными моментами времени различны (τ = $\Delta\tau$).

Ограничимся детерминированными преобразователями информации.

4. СЛОВО В АЛФАВИТЕ

Определение 3: Пусть A некоторый алфавит. Конечная последовательность $\alpha : \{0,1,\ldots,l-1\} \to A : 0 \mapsto a_{i1},\ 1 \mapsto a_{i2}, \ldots,\ \ l-1 \mapsto a_{il}$ называется словом [3,4,5] конечной длины $\left(|\alpha| = l\right)$ в A; в частности, последовательность $\alpha : \{j\} \to A : j \mapsto a$ именуем словом длиной в один $\left(|\alpha| = 1\right)$.

Для краткости пишут $\alpha = a_{i1}a_{i2}\ldots a_{il}$, в частности, $\alpha = a$. Следует подчеркнуть, что слово есть множество упорядоченных пар $j \mapsto a_{i,j+1}$ $(j=0,1,\ldots,l-1)$, или же произведение слов длиной в один, а не приписывание одной буквы к другой.

Определение 4: **Пустым словом** ε в любом алфавите A называется пустая последовательность $\varepsilon : \varnothing \to A$ нулевой длины $\left(|\varepsilon| = 0\right)$, т.е. ε = ∅.

Объем понятия «пустое слово» – это пустое множество, его содержание представляет собой слово длиной ноль и пустое слово является нейтральным элементом по отношению к операции произведения слов. Пустое слово (Λ) по [3, с.9.] значит, что нет внешних воздействий на преобразователь. У условимся считать, что символ a_0 внешнего алфавита A является «пустым». Наличие [6, с.148-149] пустого символа (Λ) в некоторой ячейке (например, ленты машины Тьюринга) содержательно означает, что в ней ничего не записано. С одной стороны, символ m_0– специальный знак пробела между словами [7, с.258], и с другой [7, с.259], тот же самый символ m_0 играет роль пустого символа, причем символом m_0 (буквой) подразумевается элемент алфавита [7, с.258]. Пусть $A1$ – алфавит и $\lambda \notin A1$[8, с.511]: «Назовем λ пустым символом (пробелом), а $A2$ =$A1$ $\cup\{\lambda\}$ – алфавитом с пустым символом.» Напротив, в [9, с.240], говорится: «Предполагается, что все ячейки (ленты машины Тьюринга) заполнены буквами, т.е. совсем пустых ячеек нет. В то же время удобно иметь символ, помечающий ячейку как незаполненную – букву # (пробел), которая обязательно присутствует в ленточном алфавите».

Резюмируя, пустое слово является или не является буквой алфавита, играет или не играет роль пробела и пробел входит или не входит в алфавит.

Теорема 1: Пустое слово ε - это семиотическая модель «ничто».

Доказательство: Действительно, пустое слово ε не содержит никакую конкретную пару $j \mapsto a$ в любом алфавите.

Как ни странно, хотя слово ε именуем пустым, оно не является пустым понятием; его содержание не противоречиво и его объем не пуст. Кроме того, пробел (␣) – это регулярная буква всякого алфавита, хотя, как правило, не публикуется. Очевидно ε ∉ A, а ε ∈ A*, ␣ ∈ A, а ␣ ∉ A*, т.е. ␣ ≠ ε.

Множество всех слов A* над алфавитом A, генерируемых алфавитом A, и свободных от A, является объединением

$$A^* = A^{\varnothing} \cup A^{\{\nu\}} \cup A^{\{\nu,\nu+1\}} \cup \ldots \cup A^{\{\nu,\nu+1,\ldots,\kappa-1\}} \cup \ldots,\ \text{где}\ A^{\varnothing} = \{\varnothing \to\ \to A\} = \{\varepsilon\},$$

$$A^{\{\nu\}} = \{\{\nu\} \mapsto A : \nu \mapsto a\},\ A^{\{\nu,\nu+1\}} = \{\{\nu,\nu+1\} \mapsto A : \nu \mapsto a_{i1}, \nu+1 \mapsto a_{i2}\}, \ldots,$$

$$A^{\{\nu,\nu+1,\ldots,\kappa-1\}} = \{\{\nu,\nu+1,\ldots,\kappa-1\} \mapsto A : \nu \mapsto a_{i1}, \nu+1 \mapsto a_{i2},\ldots,\kappa-1 \mapsto a_{i\kappa}\},\ldots\ \text{при}\ \nu,\kappa \in \boldsymbol{N}_0.$$

Напомним, что $A \neq A^{\{\nu\}}$, и что $\langle A^*,\bullet,\varepsilon\rangle$ – свободный (от A) моноид, где • – оператор конкатенации слов.

Определение 5: Операция **произведения** (конкатенации) слов в A – это операция A* × A*→ → A*: $\langle\alpha,\beta\rangle \mapsto \alpha\beta$ такая, что, если $\alpha = \{0 \mapsto a_{i1}, 1 \mapsto a_{i2},\ldots,l-1 \mapsto a_{il}\}$ и $\beta = \{0 \mapsto a_{j1}, 1 \mapsto a_{j2}, \ldots, k-1 \mapsto a_{ik}\}$, то $\alpha\beta = \{0 \mapsto a_{i1}, 1 \mapsto a_{i2},\ldots,l-1 \mapsto a_{il}, l \mapsto a_{j1}, l+1 \mapsto a_{j2},\ldots,l+k-1 \mapsto a_{jk}\}$.

Слово длиной l в алфавите A может быть определено как упорядоченная l-ка $\langle a_{i1},a_{i2},\ldots,a_{il}\rangle\left(\langle a_{i1},a_{i2},\ldots,a_{il}\rangle \in A^l\right)$ рекурсивно:

- $\langle a_{i1},a_{i2}\rangle$ – упорядоченная пара $\left(\langle a_{i1},a_{i2}\rangle \in A^2\right)$;
- если $\langle a_{i1}\langle a_{i2},\ldots,a_{i3},\ldots,a_{il}\rangle\rangle$ – упорядоченная пара $\left(\langle a_{i1},\langle a_{i2},a_{i3},\ldots,a_{il}\rangle\rangle \in A^1 \times A^{l-1}\right)$, то $\langle a_{i1},a_{i2},\ldots,a_{il}\rangle$ упорядоченная l-ка $\left(\langle a_{i1},a_{i2,\ldots,}a_{il}\rangle \in A^l\right)$;
- ничто другое не есть упорядоченная l-ка.

Упорядоченная пара $\langle a_{i1}, a_{i2}\rangle$ вводится, с одной стороны, неявно: $\langle a_{i1}, a_{i2}\rangle = \langle a_{i3}, a_{i4}\rangle \Leftrightarrow a_{i1} = a_{i3} \& \ a_{i2} = a_{i4}$ и, с другой, в явном виде по Винеру $\{\{\varnothing, \{a_{i1}\}\}, \{\{a_{i2}\}\}\}$, Куратовскому $\{\{a_{i1}\}, \{a_{i1}, a_{i2}\}\}$, Хаусдорфу $\{\{a_{i1}, 1\}, \{a_{i2}, 2\}\}$ и т.п. Остается доопределить упорядоченные «единицу» $(\langle a\rangle)$ и «ноль» $(\langle\ \rangle)$. Введем неупорядоченную l-ку $(a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{il}) = \{a_{i1}, a_{i2}, ..., a_{il}\}$; тогда естественно считать, что $\langle a\rangle = (a) = \{a\}$ и $\langle\ \rangle = \{\ \} = \varnothing$. К сожалению, $A^l = A^1 \times A^{l-1}\ (l \geq 1)$, причем $A^1 = A$)*, т.е. если $\langle a\rangle \in A^1$ то $\langle a\rangle \in A$ и тем самым $\langle a\rangle = a$, что не приемлемо, т.к. буква *a*, генерирующая слово $\langle a\rangle$ длиной один, не совпадает с вырабатываемым словом.

Теорема 2: Существует только одно пустое ε слово в любом алфавите *A*, для которого, если α слово в *A*, то εα = αε = α. (*Доказательство следует из* определения 4 от противного с учетом определения 5).

5. КОНЕЧНЫЙ АВТОМАТ

Пусть $\boldsymbol{R}_0^+$ – множество неотрицательных вещественных чисел, $t, t+\Delta\tau$ – моменты времени ($t, t+\Delta\tau \in \boldsymbol{R}_0^+, \Delta\tau > 0$) и $[t, t+\Delta\tau)$ – промежуток времени $([t, t+\Delta\tau) \subset \boldsymbol{R}_0^+)$. Функция $[t, t+\Delta\tau) \to \boldsymbol{N}_0 : t \mapsto \nu, t+\Delta\tau \mapsto \nu+1$ кодирует моменты времени $t, t+\Delta\tau$ натуральными числами ν,ν + 1. Модифицируя входное слово, «состояние» и выходное слово длиной в один, т.е. $\{[\nu, \nu+1)\} \to X : [\nu, \nu+1) \mapsto x^{\nu,\nu+1}, \{\nu\} \to S : \nu \mapsto s^{\nu}$, $\{[\nu, \nu+1)\} \to Y : [\nu, \nu+1) \mapsto \mapsto y^{\nu,\nu+1}$, получим множество соответственно *X*, *S*, *Y* слов длиной в один.

Аналогично, пусть *X* *, *Y* * суть соответственно множества входных и выходных слов вида (к = 1, 2,...) ($\{s\} \neq \varnothing; \langle a,\ s\ \rangle \in A \times A^0$ с тем, что $\langle a,\ s\rangle\ = a$ и s – любой символ, а не $A^0 = \varnothing$, ибо $A = A \times A^0$.)

$$\{[\nu, \nu+1), [\nu+1, \nu+2), ..., [\nu+\kappa-1, \nu+\kappa)\} \to X : [\nu, \nu+1) \mapsto x^{\nu,\nu+1}, [\nu+1, \nu+2) \mapsto x^{\nu+1,\nu+2}, ...,$$
$$[\nu+\kappa-1, \nu+\kappa) \mapsto x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\left(= x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}...x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right),$$
$$\{[\nu, \nu+1), [\nu+1, \nu+2), ..., [\nu+\kappa-1, \nu+\kappa)\} \to Y : [\nu, \nu+1) \mapsto y^{\nu,\nu+1}, [\nu+1, \nu+2) \mapsto y^{\nu+1,\nu+2}, ...,$$
$$[\nu+\kappa-1, \nu+\kappa) \mapsto y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\left(= y^{\nu,\nu+1}y^{\nu+1,\nu+2}...y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right).$$

Определение 6: **Конечный** детерминированный **автомат** Мили задается как упорядоченная шестерка

$$\mathcal{A} = \langle X, S, Y, \delta, \lambda, s^0\rangle, \tag{1}$$

где *X*, *S*, *Y* – алфавит соответственно входов, состояний, выходов, δ, λ функции соответственно переходов $\delta : S \times X \to S : \langle s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\rangle \mapsto s^{\nu+1}$, выходов $\lambda : S \times X \to \to Y : \langle s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\rangle \mapsto y^{\nu+1}$ и s^0 – начальное состояние $(s^0 \in S)$[2,10,11, 12].

Автомат (1) можно рассматривать как модель динамического, стационарного (т.е. с независящими от времени свойствами) логического преобразователя, который, находясь в момент времени ν в исходном состоянии s^{ν} и получая входное воздействие $x^{\nu,\nu+1}$ на промежутке времени [ν,ν +1), оказывается в момент времени ν + 1 в, предсказанном (!) в момент времени ν, состоянии – преемнике $s^{\nu+1}$ и реагирует на промежутке времени [ν, ν +1) откликом $y^{\nu,\nu+1}$. Еще раз, в записи $\delta\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right)=s^{\nu+1}$ не является $s^{\nu+1}$ состоянием из будущего момента времени ν +1 относительно момента времени ν, а своим актуальным (в момент времени ν) предсказанием.

Мы можем непосредственно продолжить функции δ, λ на X^*, Y^*:

$$\delta^* : S \times X^* \to S : \left\langle s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right\rangle \mapsto s^{\nu+\kappa},$$

$$\lambda^{**}: S \times X^* \to Y^*: \left\langle s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right\rangle \mapsto y^{\nu,\nu+1}y^{\nu+1,\nu+2}\dots y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa},$$

в частности,

$$\lambda^*: S \times X^* \to Y : \left\langle s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right\rangle \mapsto \mathrm{proj}_{\nu+\kappa-1} y^{\nu,\nu+1}y^{\nu+1,\nu+2}\dots y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa} = y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa},$$

определив эти функции с помощью композиций ($\circ$- оператор композиции) функций

$(S \times X^* \to S) = (S \times X \to S) \circ (S \times X^* \to S)$, т.е. $\delta^*\left(\delta\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right), x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right) = = s^{\nu+\kappa}$ с тем, что $\delta\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right)=\delta^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right)$,

$$(S \times X^* \to Y^*) = ((S \times X^* \to S) \circ (S \times X \to Y))^*,$$

т.е. $\lambda^{**}\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right)=\lambda\left(\delta^*\left(s^{\nu}, \sqcup^{-,\nu}\right), x^{\nu,\nu+1}\right)\lambda\left(\delta^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right), x^{\nu+1,\nu+2}\right)\dots$

$$\lambda\left(\delta^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-2,\nu+\kappa-1}\right), x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right)= y^{\nu,\nu+1}y^{\nu+1,\nu+2}\dots y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa},$$

$$(S \times X^* \to Y) = (S \times X^* \to S) \circ (S \times X \to Y),$$

т.е.

$$\lambda^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right)=\lambda\left(\delta^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-2,\nu+\kappa-1}\right), x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right)= y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa};$$

иными словами

$$\lambda^{**}\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right)=\lambda^*\left(s^{0}, x^{\nu,\nu+1}\right)\lambda^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\right)\dots$$
$$\dots\lambda^*\left(s^{\nu}, x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}\right),$$

причем $\mathrm{proj}_{\nu+\kappa-1}$ – проекция на ось $(\nu+\kappa-1)$.

Обозначим для простоты $x^{\nu,\nu+1}x^{\nu+1,\nu+2}\dots x^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}$ и $y^{\nu,\nu+1}y^{\nu+1,\nu+2}\dots y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}$ соответственно через $\xi^{\nu,\nu+\kappa}$ и $\upsilon^{\nu,\nu+\kappa}$. По Теореме 2. имеет место $\varepsilon\,\xi^{\nu,\nu+\kappa}=\xi^{\nu,\nu+\kappa}\varepsilon=\xi^{\nu,\nu+\kappa}$ и $\varepsilon\upsilon^{\nu,\nu+\kappa}=\upsilon^{\nu,\nu+\kappa}\varepsilon=\upsilon^{\nu,\nu+\kappa}$. Отсюда естественно $\delta^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=\delta^*\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\varepsilon\right)= =\delta\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=s^{\nu+\kappa}$ и $\lambda^{**}\left(s^{\nu}, \varepsilon\xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=\lambda^{**}\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\varepsilon\right)=\lambda^{**}\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=\upsilon^{\nu,\nu+\kappa}$, в частности, $\lambda^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)= \lambda^*\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\varepsilon\right)=\lambda^*\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=y^{\nu+\kappa-1,\nu+\kappa}$.

Но, например в [3, с.17; 12, с.218] приводится, что $\delta^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\right)=s^{\nu}$, $\lambda^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\right)=\varepsilon$, хотя в [3, с. 9] находим: пустое слово значит, что нет внешних воздействий на автомат. Действительно, $\delta^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=\delta^*\left(\delta^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\right), \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=\delta^*\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)$; отсюда $\delta^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\right)=s^{\nu}$. Также $\lambda^{**}\left(s^{\nu}, \varepsilon\xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)=\lambda^*\left(s^{\nu}, \varepsilon^{o,\nu}\right)\lambda^{**}\left(\delta^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\right), \xi^{\iota,\nu+\kappa}\right)=\varepsilon\lambda^{**}\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right) =\lambda^{**}\left(s^{\nu}, \xi^{\nu,\nu+\kappa}\right)$; отсюда $\lambda^*\left(s^{\nu}, \varepsilon\right)=\varepsilon$. Напротив, «пустая» последовательность ε обладает тем свойством, что произведение любой последовательности α на ε дает слова αε = εα = α, т.е. на вход автомата не подается ни αε, ни εα, а α [11, с.227]. Введение «пустой» последовательности удобно при записи регулярных выражений, где «пустая» последовательность не выступает как входное или выходное слово автомата[13, с.227].

Как показано выше, можно обобщить функции δ, λ, не прибегая к пустому слову, ибо, несомненно, нельзя «отсутствие непустого слова» подать на вход автомата; тем более, что вряд ли можно автомат заставить вырабатывать «отсутствие непустого слова». Но можно предполагать, что автомат виртуально реагирует на пробел, т.е. $\delta^*\left(s^0, \sqcup^{0,\nu}\right) = s^0$ и пробел вырабатывает, т.е. $\lambda^{**}\left(s^0, \sqcup^{0,\nu}\right) = \sqcup^{0,\nu}$.

6. НЕНАБЛЮДАЕМЫЕ СЛОВО И ВОЗМУЩЕНИЕ

Пусть задан полуавтомат

$$\mathscr{A} = \left\langle X,\ S,\ \delta,\ s^0 \right\rangle, \tag{1}$$

в котором все его состояния достижимы из s^0, т.е. $\left(\forall s^\nu \in S\right)\left(\exists \xi^{0,\nu} \in \mathscr{X}^*\right)\left(\delta^*\left(s^0, \xi^{0,\nu}\right) = s^\nu\right)$. Далее пусть на X^* задана право инвариантная эквивалентность (правая конгруэнтность) $\xi^{0,\nu} \equiv_N \zeta^{0,\nu} \left(\xi, \zeta, \eta \in \mathscr{X}^*\right)$ [10,12] тогда и только тогда, когда

$$\delta^*\left(s^0, \xi^{0,\nu}\right) = \delta^*\left(s^0, \zeta^{0,\nu}\right) = s^\nu \Rightarrow \delta^*\left(s^\nu, \xi^{0,\nu}\eta^{\nu,\nu+\kappa}\right) = \delta^*\left(s^0, \zeta^{0,\nu}\eta^{\nu,\nu+\kappa}\right) = s^{\nu+\kappa},$$

определяющая на X^* конечное разбиение

$$\left(\mathscr{X}^*/\equiv_N\right) = \bigcup_{s^\nu \in S} \left[\xi^{0,\nu}\right]_{s^\nu},$$

классы которого $\left[\xi^{0,\nu}\right]_{s^\nu} = \left\{\xi^{0,\nu} \in \mathscr{X}^* \middle|\ \delta^*\left(s^0, \xi^{0,\nu}\right) = s^\nu\right\}$ располагают избранными входными словами в качестве своих представителей. Тогда определяем полуавтомат Нерода [13,14]

$$\left\langle X, \left(\mathscr{X}^*/\equiv_N\right), \Delta, \left[\varepsilon\right]\right\rangle, \tag{2}$$

где Δ – функция переходов $\Delta : \left(\mathscr{X}^*/\equiv_N\right) \times X \to \left(\mathscr{X}^*/\equiv_N\right)$: $\left\langle \left[\xi^{0,\nu}\right]_{s^\nu} x^{\nu,\nu+1}\right\rangle \mapsto \left[\xi^{0,\nu} x^{\nu,\nu+1}\right]_{s^{\nu+1}} \left(= \left[\xi^{0,\nu+1}\right]_{s^{\nu+1}}\right)$ с тем, что, если $\left[\xi^{0,\nu}\right]_{s^\nu} = \left[\zeta^{0,\nu}\right]_{s^\nu} \Rightarrow$
$\Rightarrow \left[\xi^{0,\nu+1}\right]_{s^{\nu+1}} = \left[\zeta^{0,\nu+1}\right]_{s^{\nu+1}}$, то $\Delta\left(\left[\xi^{0,\nu}\right]_{s^\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right) = \left[\xi^{0,\nu+1}\right]_{s^{\nu+1}} = \Delta\left(\left[\zeta^{0,\nu}\right]_{s^\nu}, x^{\nu,\nu+1}\right) = \left[\zeta^{0,\nu+1}\right]_{s^{\nu+1}}$

■

Поскольку не известна входная предыстория полуавтомата (2), т.е. не известны входные слова, переводившие автомат (2) в его начальное состояние s^0, и входная предыстория в начальном состоянии существует в накопленном виде, постольку входная предыстория ненаблюдаемая. Таким образом, вполне оправдано обозначить ее через символ ε. Аналогично дела обстоят в случае любой входной истории того или иного состояния. Накопленная, «неразборчивая» форма входных предыстории и историй объясняется отсутствием стирания «содержимого» состояний автомата.

Преобразователь и его окрестность вырабатывают массовые, однородные, относительно независимые, случайные возмущения. Случайность воздействия возмущений на преобразователь неустранима и представляет собой неопределенность вида физической неоднозначности. Определение причин случайности не является ни существенным, ни нужным и принципиально не осуществимо. В данном рассмотрении ограничимся неизмеримыми возмущениями.

Определение 7. **Эпсилон-полуавтоматом** называется упорядоченная четверка [15]

$$(3) \qquad \mathcal{A}_\varepsilon = \left\langle X \cup \{\varepsilon\},\ S,\ \delta_\varepsilon,\ s^0 \right\rangle,$$

где δ_ε – функция переходов $\delta_\varepsilon = \mathcal{S} \times \left(\mathcal{X} \cup \{\varepsilon\}\right) \to \mathcal{S} : \left\langle s^\nu, x^{\nu,\nu+1} \right\rangle \mapsto s^{\nu+1}, \left\langle s^\nu, \varepsilon \right\rangle \mapsto s^\nu$ и $\left\langle s^\nu, \varepsilon \right\rangle \mapsto s^{\nu+1}$ $\left(s^\nu \neq s^{\nu+1}\right.$ при воздействии неизмеримого возмущения) – ε - переход.

Теорема 3.: Из эпсилон-автомата можно исключить его ε-переходы.

Доказательство: Введем ε-**замыкание** состояния s^ν: ε-closure (s^ν) = $\delta_\varepsilon\left(s^\nu, \varepsilon\right)$. Тогда для автомата без ε-переходов (2) имеет силу $s^{\nu+1} = \delta\left(s^\nu, x^{\nu,\nu+1}\right) = \bigcup_{\hat{s}^\nu} \delta_\varepsilon\left(\hat{s}^\nu, x^{\nu,\nu+1}\right)$, где $\hat{s}^\nu = \varepsilon - \text{closure}\left(s^\nu\right)$. □

Нам не известен ни способ, ни момент времени возникновения возмущений. Если неизмеримое возмущение воздействует на (4), находящемся в s^ν то (целенаправленный стимул $x^{\nu+1,\nu+2}$ вызовет переход в $s^{\nu+2}$; но, если неизмеримое возмущение не воздействует на (3), то стимул $x^{\nu,\nu+2} = x^{\nu,\nu+2}$ подается на вход, находящемся в $s^{\nu+1}$, а не в s^ν ?

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Автор надеется, что удалось убедительно показать несостоятельность воздействия пустого слова на автомат и выдачи пустого слова автоматом. Ведь в случае надобности вместо пустого слова имеется слово с пробелом.

Следует отметить опасность толкования сокращений; ведь слово не есть буква и не состоит из букв, а представляет собой произведение слов длиной в один.

Поскольку символ ε зарезервирован для ненаблюдаемого пустого слова, постольку может стать опасным обозначать через ε хотя неизмеримые, но непустые возмущения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кирилов В.И., Старченко А.А. Логика. – М.: Высшая школа, 1962.
2. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. – М.: ГИФМЛ, 1962.
3. Курдавцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. – М.: Наука, 1985.
4. Harrison M.A. Introduction to Switching and Automata Theory - New York - … - Sydney: Mc Graw – Hill Book Co., 1965.
5. Hopcroft J.E., Ullman J.D. Formálne jazyky a automaty. – Bratislava: Alfa, 1975, перевод с английского Rovan B., Mikulecký P.
6. Шоломов Л.А. Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. - С.П.,М., Краснодар: изд. Лань, 2011, 3-е изд., ISBN 978-5-8114 – 1197-9
7. Горбатов В.А. Фундаментальные основы дискретной математики. Инфор-мационная математика. – М.: Наука,1999, ISBN 5-02-015238-2
8. Иванов В.А., Медведев В.С. Математические основы теории оптимального и логического управления. – М.: изд. МГТУ, 2011, ISBN 978-5-7038-3366-7

9. Крупский В.И., Плиско В.Е. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Академия, 2013, ISBN 978-5-7695-9559-2
10. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. – М.: Наука, 1979
11. Крупский В.Н., Плиско В.Е. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Академия, 2013, ISBN 978-5-7695-95559-2
12. Трахтенброт Б.А., Барздинь Г.М. Конечные автоматы (Поведение и синтез) – М.: Наука, 1970.
13. Калман Р., Фалб М., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. – М.: Мир, 1971,. перевод с английского Наппембаума Э.Л.
14. Айзерман М.А., Гусев Л.А., Розоноэр Л.И., Смирнова И.М., Таль А.А. Логика, автоматы, алгоритмы. – М.: ГИФМЛ , 1963.
15. DŚouza D., Shankar P. Modern Applications of Automata Theory. – New Jersey - … - Chennai: World Scientific Publishing Co., 2012,ISBN – 13-978-981-4271-04-2

Работа поступила 18.06.2018г.