

Курс развивающего обучения математике для четырехлетней начальной школы

Г. Г. Микулина,
кандидат психологических наук

Представляемый здесь вариант курса развивающего обучения (РО) математике (по системе В. В. Давыдова — Д. Б. Эльконина) имеет следующие особенности. Понятие числа в нем строится на основе действия счета, а не измерения, однако при этом учащиеся знакомятся с идеей относительности числовой характеристики объекта, выполняя задания на смену оснований счета. Поскольку целью курса является обучение детей начиная с 6 лет, в нем более развернуто, чем это имеет место в курсе для семилеток, представлены этапы формирования учебных действий [1]. Усилено внимание к формированию навыков вычислений и решения текстовых задач. Однако большая часть традиционных методических проблем решается по технологии РО.

Изложим более подробно основные моменты предлагаемого подхода к обучению школьников началам математики, которые отличают его от общепринятого (т. е. построенного не на принципах РО) подхода.

Обычно при введении математических знаков, структур, действий почти не уделяется внимания раскрытию учащимся их специфики и целесообразности. Так, сложение и вычитание вводятся не как специфические **действия с числами**, а как описания предметных изменений, т. е. они при этом ничего не решают, а лишь «протоколируют» действия с предметами, в том числе и результат этих действий.

Покажем, как это можно сделать иначе. Сначала учащимся предлагается решить задачу (вида $6 + 3 = ?$), выкладывая на партах круги. Затем учитель, выступая в роли «хитроумного Буратино», объясняет, как можно найти ответ к задаче без использования предметов, а лишь определенным образом передвигаясь по числовому ряду. При решении новых задач обнаруживается, что учащиеся, действующие по просьбе учителя с числовым рядом «как Буратино», получают ответы быстрее, чем остальные учащиеся, работающие, как и прежде, с предметными совокупностями. Варианты нового и «удобного» способа действия описываются как сложение и вычитание, в зависимости от направления движения по числовому ряду.

Важно (особенно при обучении шестилетних учеников) то, что достаточно длительное время числовой ряд представлен материально, а действия учащихся при этом имеют форму легко наблюдаемых жестов. Лишь после такой подготовки можно ставить перед учащимися задачу **мысленного** перемещения по числовому ряду и запоминания его конкретных случаев.

При введении умножения (во II классе) обучение организуется таким образом, что школьники сначала основательно знакомятся со спецификой соответствующих предметных ситуаций, а затем обнаруживают практическое преимущество умножения чисел не только

перед счетом предметов, но и перед другим, возможным в данных обстоятельствах арифметическим действием-сложением.

Психологические исследования показывают, что у младших школьников формирование понятий происходит через выполнение ими учебного действия моделирования. Общепринятая методика, как правило, не предусматривает моделирования, а пытается сформировать обобщения у детей введением формулировок разного рода правил и многократным повторением конкретных действий с конкретными объектами. В результате несколько учеников в классе (так называемые способные) действительно приходят к содержательному обобщению, но большинство ребят осваивают лишь умение манипулировать правилами.

Особенности процесса формирования действия моделирования у шестилетних школьников уже описывались нами [2]. Здесь же мы приведем примеры функционирования некоторых средств моделирования. Одним из них является абстрактная символика: сначала это произвольные знаки — «сказочные цифры», а затем буквы. Как это ни покажется невероятным для сторонников традиционной методики, абстрактная символика воспринимается школьниками легко. По нашей методике это происходит на 19-м уроке первого года обучения [2]. Появление символика позволяет затем ставить перед детьми задачи, нацеленные на обобщение учебного материала в форме конкретных заданий.

Так, учащимся предъявляется «оборванная» с двух сторон лента, на которой «сказочными цифрами» записан отрезок числового ряда. Неизвестно конкретное значение Цифр, но известно, что ряд построен по тем же правилам, что и обычный. Предлагается записать «посказочному» значения нескольких выражений:

$$\boxed{\forall \Sigma \delta * \wedge} \quad \begin{array}{cc} \delta + 1 & \delta - 1 \\ \delta + 2 & \delta - 2 \end{array}$$

Выполнение таких заданий требует от учащихся актуализации общей идеи порядка и способствует усвоению принципа ее использования в вычислительных операциях. Заметим, что «сказочные цифры» не требуется запоминать. Зачастую учащимся предлагается самим придумать знаки и установить их порядок в отрезке числового ряда.

Приведем примеры использования абстрактной символика в заданиях на освоение позиционного принципа построения многозначных чисел и их разрядного состава. В первой группе заданий требуется сравнить числа в каждой паре, во второй — определить знаменья выражений.

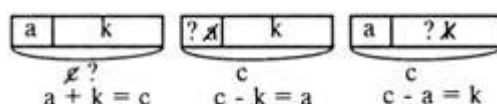
$$\begin{array}{ccc} \delta \wedge \dots \delta 0 & \delta \wedge \dots \delta 0 \wedge & \delta \dots * 0 0 \\ \delta \wedge \dots * & \delta 0 \wedge \dots \delta \wedge 0 & \delta 0 8 \dots \delta \wedge 5 \\ \delta 0 + \wedge & \delta 0 0 + \wedge & \delta \wedge * - * \\ \wedge \delta - \delta & * + \delta 0 + \wedge 0 0 & \delta \wedge * - \delta 0 \end{array}$$

Задания с абстрактной символикаой, с одной стороны, требуют от учащихся обобщения, а с другой создают определенные условия для его осуществления. Аналогично используются и конкретные числа, но подобранные таким образом, чтобы ученики не могли выполнить неосознанных вычислений. Так, первоклассники часто не в состоянии прийти к общему способу действия при решении текстовых арифметических задач в силу того, что, сталкиваясь с «маленькими» числами, использованными в сюжетах, могут получить ответ не в результате анализа отношений, заложенных в условии задачи, а при манипулировании числами. Оказывается, что замена в задачах однозначных чисел двузначными мобилизует мышление первоклассника на оценку отношений и выбор арифметического действия (которое затем может быть выполнено на калькуляторе).

Конечно, в определенных случаях одной мобилизации недостаточно, и тогда для формирования обобщения требуется прибегнуть к использованию других средств моделирования, в частности к пространственно-графическим построениям-чертежам. Осваивая форму чертежа, ученики выделяют фиксируемое им отношение, а преобразовывая чертеж, выявляют общие свойства отношения и их частные следствия. Покажем это на примере изучения свойств отношения целого и частей (в I классе).

Предметные действия увеличения и уменьшения объема исходных совокупностей (выполняемые с неопределенными количествами объектов) фиксируются в тетрадах прямоугольниками, которые как бы загораживают объекты счетных действий (см. рис. ниже). В полученном чертеже выделяются целое и части. При подборе их конкретных значений выясняется, что целое всегда больше своей части, что значения двух элементов отношения однозначно определяют значение третьего и, наконец, что значение целого вычисляется сложением, а части — вычитанием. Далее, простейший сюжет, фиксированный чертежом, перестраивается в три задачи, так как значение каждого из трех элементов сюжета можно определить по значениям двух других.

Таким образом, учащиеся переходят от изучения общих свойств отношения целого и частей к построению и решению текстовых задач. Один из этапов этого процесса может получить в тетрадях учащихся следующий вид:



Приведенная форма чертежа в дальнейшем постепенно преобразуется сначала при рассмотрении свойств разностного отношения, затем при введении ситуаций, связанных с действиями умножения и деления, наконец, уточняется для случаев кратного сравнения двух отдельных совокупностей. С помощью условных графических построений и перестроений удастся, с одной стороны, обусловить выбор арифметического действия свойствами отношения, а с другой — проследить характер связи между самими арифметическими действиями.

Отметим некоторые особенности учебно-методического комплекта, реализующего предлагаемый курс обучения. Комплект состоит из методического пособия «Учим понимать математику» [6, 7] и учебника-тетради «Учимся понимать математику» [3, 4, 5]. Значительное число упражнений в учебнике помечено знаком «ловушки», который предупреждает, что среди заданий имеется такое, для выполнения которого недостаточно определены условия. Эти задания важны для формирования у школьников учебных действий контроля и оценки. Есть упражнения, помеченные «звездочкой». Их могут выполнять самостоятельно сильные учащиеся (или желающие попробовать свои силы).

Многие задания (особенно со «сказочными цифрами») можно использовать при работе по любым программам, причем в качестве как обучающих, так и диагностирующих.

Предлагаемый вариант методики РО опробовался в течение 8 лет. В экспериментальных классах обучалось в среднем по 27 учеников, зачисленных в школу в возрасте 6 лет без какого-либо отбора. Результаты психологических тестов, а также итоги проверок качества и объема математических умений учащихся показали, что в развитии мышления и учебной деятельности они продвинулись значительно, чем их сверстники, обучавшиеся по общепринятой методике.

Литература

1. Давыдов В. В., Горбов С. Ф., Микулина Г. Г., Савельева О. В. Обучение математике: Методическое пособие. I класс трехлетней начальной школы. М., 1994.
2. Микулина Г. Г. Некоторые особенности формирования действия моделирования при обучении математике детей шести лет // Психологическая наука и образование. 1996. № 1.
3. Микулина Г. Г. Учимся понимать математику. I класс (I-IV). М., 1995.
4. Микулина Г. Г. Математика. II класс (I-IV). Часть I. М., 1996.
5. Микулина Г. Г. Математика. II класс (I-IV). Часть II. М., 1996.
6. Микулина Г. Г. Учим понимать математику: Пособие для учителя. I класс (I-IV). М., 1995.
7. Микулина Г. Г. Учим понимать математику: Пособие для учителя. II класс (I-IV). М., 1996.