

Математические модели образовательных систем

Каракозов С.Д.

Московский педагогический государственный университет
(ФГБОУ ВО МПГУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9630-7768>, e-mail: skarakozov@gmail.com

Ключевые слова: образовательные системы, математические модели, теория игр, динамическое программирование, дедуктивные базы данных, нейронные сети.

Основа. Как отмечает в своей работе Z. Sardar «Мы живем в промежуточный период, без уверенности в том, что можем вернуться в прошлое, известное нам, и без уверенности в том, что какой-либо путь сможет привести нас к желаемому, достижимому и устойчивому будущему» [8], а в качестве существенных характеристик современного общества им выделяются: Chaos, Complexity, Contradictions (хаотичность, сложность, противоречивость). Одним из путей преодоления указанных проблем, являющихся одновременно одной из ведущих тенденций развития современной цивилизации, является цифровизация ее социально-экономической сферы, в рамках которой происходит вовлечение в процессы социально-экономической деятельности целой системы используемых человеком цифровых когнитивных инструментов, обеспечивающих гибкий переход между звуковым, графическим и цифровым текстом, а также поддерживающих алгоритмический интеллект (логика) и интуицию (искусственный интеллект). Действительно, как отмечал в своей лекции в Комакадемии Л.С. Выготский: «Включение орудия в процесс поведения, во-первых, вызывает к деятельности целый ряд новых функций, связанных с использованием данного орудия и с управлением им; во-вторых, отменяет и делает ненужным целый ряд естественных процессов, работу которых выполняет орудие; в-третьих, видоизменяет протекание и отдельные моменты (интенсивность, длительность, последовательность и т. п.) всех входящих в состав инструментального акта психических процессов, замещает одни функции другими, т. е. пересоздает, перестраивает всю структуру поведения совершенно так же, как техническое орудие пересоздает весь строй трудовых операций» [1]. Включение подобных инструментов в процесс деятельности индивидов вызывает к деятельности целый ряд новых функций, связанных с использованием данных инструментов, отменяет и делает ненужным целый ряд естественных процессов, работу которых выполняют данные инструменты, а также видоизменя-

ет эти процессы, замещая одни функции другими. Новые когнитивные инструменты пересоздают всю структуру поведения индивидуума точно так же, как технические орудия пересоздают весь строй трудовых операций. Происходит изменение структуры когнитивной деятельности в условиях массового включения в нее цифровых инструментов. Рассматривая историю становления и развития образования, можно отметить следующие три главенствующие технологии социализации, включая передачу знаний и опыта деятельности. Технология звука и видимого действия — устная речь, музыка, сигналы, танец, театр. Технология изображения — письмо, карты, схемы, чертежи. Технологии искусственного интеллекта — автоматизация интеллектуальной деятельности человека (вычислений, написания текста, проектирования). Соответственно, происходит постепенное, включающее этапы революции/контрреволюции, изменение структуры компетенций, которые требуется освоить человеку в процессе его социализации.

Вместе с тем цифровизация общества, в свою очередь, ведет к его дальнейшему усложнению и ускорению протекающих в нем процессов. Одним из путей изучения сложных систем является построение теории подобных систем на основе математических моделей. При этом, как отмечает в своей работе В.Ф. Турчин, «Представление о теории как о языковой модели действительности стало составной частью современной науки. Задача формализации научного языка — это семантическая задача, задача выработки новых понятий, подобная формализации и аксиоматизации, происшедшей в математике» [5].

Вместе с тем, как отмечает Т.В. Черниговская [7], в настоящее время отсутствуют эффективные математические модели когнитивных процессов.

Таким образом, актуальным является изучение и анализ существующих математических моделей когнитивных процессов и построение содержательных интерпретаций данных моделей.

Методы. В работе рассмотрены различные существующие подходы к построению математических моделей образовательных систем, включая логические модели, предложенные Лефевром В.А. [3], модели, основанные на методах динамического программирования, предложенные Цыгановым В.В. [6], а также модели, использующие подходы, изложенные в работах по анализу средствами логического программирования дедуктивных баз данных Дехтяря М.И., Диковского А.Я. [2], и эквивалентного подхода Расторгуева С.П. [4], использующего для моделирования динамические нейронные сети. На основе предложенных подходов предлагаются практические рекомендации по проектированию образовательных систем разного уровня.

Результаты. В работе [3] рассматривается классическая игра с нулевой суммой 2×2 . Платежная матрица дополняется булевой матрицей, в которой исходы и стратегии представляются как «добро» и «зло». Построенная модель интерпретируется на основе предложенных В.А. Лефевром принципа рациональности («Живое существо стремится вести себя так, чтобы получить как можно больше (потерять как можно меньше) ценного для него продукта») и принципа саморефлексии («Живое существо стремится генерировать такую линию поведения, при которой устанавливается и сохраняется соотношение подобия между ним и его внутренним подобием себя»).

В работе [6] для анализа поведения человеческого сообщества используется математический аппарат теории дискретных динамических систем и динамического программирования, с помощью которого выясняется, например, что способный к рефлексии и позитивному действию субъект становится точкой роста социума, новых социальных структур. В качестве математического результата можно привести следующую ниже теорему.

Теорема. Чтобы стать счастливым после несчастья, достаточно сохранять спокойствие, лимит потенциала и активность. Иными словами, нужно верить, надеяться и проявлять активность. В работе [2] для анализа поведения человеческого сообщества используется математический аппарат теории дедуктивных баз данных (ДБД) — логической программы, дополненной некоторым набором условий (ограничений целостности), которым должны удовлетворять динамически изменяющееся состояние базы данных. При этом ДБД является продукционной, если в модели представления знаний знания описываются с помощью правил «если-то» (явление \rightarrow реакция) и представляются в виде:

ЕСЛИ условие (антецедент);

ТО действие (консеквент).

Под условием понимается некоторое предложение-образец, по которому осуществляется поиск в базе, а под действием — набор действий, выполняемых при успешном исходе поиска. Внутри консеквента также могут генерироваться и добавляться в базу новые факты, которые были получены в результате вычислений или взаимодействия с пользователем. Программные средства, оперирующие со знаниями, представленными правилами, получили название продукционных систем.

Среди всех продукционных ДБД есть ДБД, правила которых содержат как операции удаления элементов (фактов), так и операции создания (включения). При этом теория, задающая поведение системы, является полностью известной. Внешняя среда для ДБД является недетерминированной — для нее известно лишь, как определить результат применения конкретного возмущения к состоянию системы.

Обычно рассматривают три вида «свойств живучести» (устойчивости) ДБД. В *первом случае* траектория начинается вне допустимого состояния, при этом система совместно с внешней средой в конце концов достигают допустимого состояния. Исходное состояние в этом случае называется *перспективным*. Свойство *перспективности* связано с проблемой планирования, которую можно сформулировать как проблему существования плана (траектории), приводящего систему в заданное состояние или в состояние, удовлетворяющее некоторым заранее заданным условиям. Во *втором случае* траектория начинается в допустимом состоянии и первое действие выполняет система. Ее действия могут приводить к недопустимым состояниям, которые возмущениями внешней среды переводятся в допустимые. Такие траектории называются *стабильными*. Вдоль *стабильной* траектории действия среды компенсируют возможные разрушающие действия системы. В *третьем случае* траектория стартует в допустимом состоянии, к которому применяется возмущение внешней среды. Если при этом допустимость нарушается, то система должна восстановить ее в результате своего действия. Такие траектории называются *гомеостатичными*. Вдоль *гомеостатичной* траектории система способна регулярно восстанавливать свое состояние (некоторое свойство) в ответ на разрушающие его возмущения внешней среды. Как показано в работе [2], в продукционных ДБД проблема перспективности неразрешима.

В работе [4] предлагается моделировать социальные процессы, исходя из эквивалентного теории ДБД подхода, основанного на теории нейронных сетей. При этом под нейронной информационной самообучающейся системой (ИСС) понимается искусственная нейронная сеть (система), поведение которой претерпевает изменения при информационном воздействии. Необходимо отметить, что единый принцип обучения нейросетей основан на методе минимизации эмпирической ошибки. В работе [4] рассматриваются следующие типы изменения ИСС:

- изменения связей между элементами;
- изменения функциональных возможностей самих элементов;
- изменения количества элементов: элементы могут рождаться и погибать.

Исходя из указанных типов изменения сетей мы получаем следующую классификация ИСС:

- нейросети — ИСС, в которых освоение информации происходит путем изменения связей;
- Р-сети — ИСС, в которых освоение информации происходит путем изменения связей между элементами и разрушения элементов системы.

- С-сети — ИСС, в которых освоение информации происходит путем изменения связей между элементами и самозарождения элементов системы.

- СР-сети — ИСС, в которых освоение информации происходит благодаря всем возможным способам изменения структуры.

Очевидно, что процессы обучения отдельно взятого человека более адекватны процессам, протекающим в Р-сетях — «нейроны умирают и не рождаются». Р-сеть — стратегия обучения человека

Возможности и процессы обучения человечества удобнее моделировать используя СР-сети — «люди рождаются и умирают». СР-сеть — стратегии управления обществом, как своего (цивилизационное развитие, социальная реклама), так и конкурирующего (информационная война, маркетинговая реклама).

В работе [4] установлены следующие теоремы о подобных сетях.

Теорема о возможностях Р-сети. Информационная самообучающаяся система, построенная на принципах Р-сети, при определенных условиях может быть обучена решению любой задачи (достаточная информационная емкость, отсутствует достаточно богатая система правил...)

Теорема о возможностях СР-сетей (М.И. Дехтярь, А.Я. Диковский). Проблема обучения информационной самообучающейся системы, построенной на принципах СР-сети, решению любой задачи, даже при условии, что информационная емкость СР-сети (исходное количество элементов) достаточна для хранения поступающей на вход информации является алгоритмически неразрешимой. Укажем основные задачи, изучаемые в теории Р- и СР-сетей:

- предложить такую стратегию обучения, которая переведет абсолютно невидимый факт в разряд тривиальных;
- по каждому тривиальному факту, находящемуся в ИСС, предложить такую стратегию обучения, которая сделает этот факт для нее абсолютно невидимым;
- предложить такую стратегию обучения, в ходе которой поступивший на вход системы факт уничтожит все ранее существовавшие факты и/или правила.

Дискуссия. Приведем неформальную интерпретацию (толкование) теоремы о возможностях Р-сети:

1. Р-сеть может быть обучена любой задаче.
2. Р-сеть не может воспринимать новое знание, отвергающее истинность уже сформированных правил. Правила Р-сети могут быть откорректированы лишь в рамках оставшейся у системы избыточности.

Исходя из приведенной интерпретации, можно в качестве следствия предложить следующие стратегии непрерывного обучения.

1. Универсальные знания и методы важнее догматов.
2. Учебный план не должен быть перегружен.

Приведем неформальную интерпретацию (толкование) теоремы о возможностях СР-сети.

1. Универсальный критерий выбора наилучшего пути развития невозможен.

Исходя из приведенной интерпретации можно в качестве следствия предложить следующие стратегии развития образовательных систем.

1. Необходимо учитывать не только внешние условия и направления развития общества, но и психофизиологические особенности населения и исторические традиции.

2. Управление развитием сложных СР-систем это компромисс между искусством и наукой

Литература

1. *Выготский Л.С.* Собрание сочинений. М., 1982-1984.
2. *Дехтярь М.И., Диковский А.Я.* Динамические дедуктивные базы данных. М.: Изв. РАН, 1994. Сер. Техническая кибернетика.
3. *Лефевр В.А.* Алгебра совести. М.: Когито-Центр, 2003. 416 с.
4. *Расторгуев С.П.* Математические модели в информационном противоборстве. Экзистенциальная математика. Центр стратег. оценок и прогнозов. М.: ЦСОИП, 2014. 259 с.
5. *Турчин В.Ф.* Феномен науки: Кибернетический подход к эволюции. 2-е изд. М.: ЭТС, 2000. 368 с.
6. *Цыганов В.В.* Адаптивные механизмы и высокие гуманитарные технологии. Теория гуманитарных систем. М.: Академический проект; Альма Матер, 2012. 346 с.
7. *Черниговская Т. В.* Научный доклад «Человек растерянный — homocofusus и новая цифровая реальность» [Электронный ресурс]. СПбГУ (30.09.2019). URL: https://www.youtube.com/watch?v=3V0J_rSA4Zk&feature=youtu.be (дата обращения: 15.03.2020).
8. *Ziauddin Sardar.* Welcome to Postnormal Times, Futures. 2010. Vol. 42 P. 435—444.

Сведения об авторе

Каракозов Сергей Дмитриевич, доктор педагогических наук, профессор, директор Института математики и информатики, Московский педагогический государственный университет (ФГБОУ ВО МПГУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9630-7768>, e-mail: skarakozov@gmail.com