

Научная статья | Original paper

УДК 519.6

Современные подходы к моделированию упруго-прочностных характеристик полимерных композиционных материалов

Н.Л. Загордан✉, Ю.Д. Мочалова, К.К. Абгарян

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской Академии Наук, г. Москва, Российская Федерация

✉ zagordann@gmail.com

Резюме

Контекст и актуальность. Совершенствование подходов к прогнозированию упруго-прочностных характеристик композиционных материалов является актуальной задачей механики деформируемого твердого тела, т.к. полимерные композиционные материалы (ПКМ) получили широкое распространение в современной технике, а при проектировании и эксплуатации конструкций из ПКМ важнейшую роль играет скорость и точность моделирования характеристик таких конструкций. **Цель.** Рассмотрев существующие подходы к моделированию ПКМ, выявить наиболее перспективные. **Результаты.** Проведен анализ существующих подходов к моделированию материалов с неоднородной структурой: от ранних феноменологических и полуэмпирических до современных многомасштабных, учитывающих взаимное влияние процессов, происходящих в КМ на микро-, мезо- и макромасштабном уровнях. **Выводы.** Современные многомасштабные конечно-элементные подходы к моделированию упруго-прочностных свойств композиционного материала получили широкое распространение, однако детализированное описание процессов, происходящих на микро- и мезоуровнях ПКМ, требует значительных вычислительных мощностей, что делает такие подходы сложно применимыми на практике. Для решения указанной проблемы предлагается использовать многомасштабный подход, дополненный методами машинного обучения с использованием суррогатных нейронных сетей, что позволяет существенно ускорить процесс получения решений с заданной точностью.

Ключевые слова: полимерные композиционные материалы, компьютерное моделирование, эффективные характеристики, метод конечных элементов, многомасштабный подход, суррогатные модели



Для цитирования: Загордан, Н.Л., Мочалова, Ю.Д., Абгарян, К.К. (2025). Современные подходы к моделированию упруго-прочностных характеристик полимерных композиционных материалов. *Моделирование и анализ данных*, 15(2), 127—138. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150207>

Modern approaches to modeling of elastic-strength properties of polymer composites

N.L. Zagordan✉, **Y.D. Mochalova**, **K.K. Abgaryan**

Federal Research Center «Computer Science and Control»
of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

✉ zagordann@gmail.com

Abstract

Context and relevance. Improvement of approaches to predicting the elastic-strength characteristics of composites is an urgent task in the mechanics of deformable solids, since polymer composite materials are widely used in modern technology, and the speed and accuracy of modeling the characteristics of such structures play an important role in the design and operation of structures made of composite. **Objective.** Having considered the existing approaches to PCM modeling, to identify the most promising ones. **Results.** The article provides analysis of existing approaches to modeling materials with heterogeneous structures: from early phenomenological and semi-empirical to modern multiscale ones that take into account the mutual influence of processes occurring in composites at the micro-, meso-, and macroscale levels. **Conclusions.** Modern multiscale finite-element approaches to modeling the elastic-strength properties of a composite material are widely used, however, a detailed description of the processes occurring at the micro- and meso- levels of the PCM requires significant computing power, which makes such approaches inapplicable in practice. To solve this problem, the multiscale approach is complemented by machine learning methods using surrogate neural networks.

Keywords: polymer composites, computer modeling, effective properties, finite-element method, multiscale approach, surrogate neural network

For citation: Zagordan, N.L., Mochalova, Y.D., Abgaryan, K.K. (2025). Modern approaches to modeling of elastic-strength properties of polymer composites. *Modelling and Data Analysis*, 15(2), 127—138. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2025150207>

Введение

Важнейшим вопросом механики композиционных материалов (КМ) является вычисление эффективных упруго-прочностных характеристик КМ, так как решение данной проблемы позволяет синтезировать материалы с заданным набором свойств, необходимым для конкретных условий эксплуатации конструкций из КМ.



В первых работах, посвященных определению характеристик структурно-неоднородных сред, принимался ряд упрощающих предположений о микроструктуре КМ (Hill, 1963; Hashin, Rosen, 1964; Chamis, 1989; Сенденки, 1978), таких как предположение о регулярной структуре армирующих элементов, линейной упругости волокна и матрицы, идеальной связи волокна и матрицы, однородности поля напряжений и деформаций, аппроксимация КМ бесконечной средой с расположенным в ней единственным армирующим элементом.

В отдельных работах (Younes et al.; Muyzemnek, Ivanova, Kartashova, 2021) приводится сопоставление результатов вычисления эффективных упругих характеристик с использованием различных аналитических и численных моделей для однонаправленных и тканых КМ. Показано, что для указанного класса КМ, феноменологические, полуэмпирические (Халпина-Цая, Чамиса, модифицированное правило смесей) модели, модель упругого приближения Мори-Танака, двойного включения и мостовая модель позволяют достаточно точно вычислить модуль продольной упругости, однако вычисленные значения поперечного модуля упругости, модулей сдвига, значения коэффициента Пуассона могут отличаться от экспериментально полученных величин и друг от друга в зависимости от выбора расчетной модели на 200%. Неудовлетворительное согласование результатов является следствием достаточно грубых упрощений, принимаемых в математических моделях, а также неидеальной микроструктуры реального КМ.

Для материалов с непериодической структурой используются стохастические подходы, в основе которых лежит теория случайных функций (Buryachenko, 2007; Tashkinov, Wildemann, Mikhailova, 2012; Хорошун, 1978). В работах (Скудра, Булавс, Роценс, 1971; Хорошун, 1968; Kroner, 1967) рассмотрен статистический подход к расчету эффективных упругих характеристик КМ, в основе которого лежит представление компонентов тензора модулей упругости в виде случайных кусочно-постоянных функций координат. Для определения эффективных упругих характеристик КМ системы дифференциальных уравнений теории упругости дополняются корреляционными функциями. Основным преимуществом стохастического подхода является возможность учета статистического разброса свойств компонентов и случайность расположения элементов в структуре. Основным недостатком подхода является невозможность определения корреляционных функций без экспериментальных данных.

Многомасштабный подход

Совершенствование математических моделей КМ предполагает детальное рассмотрение физико-химических процессов, происходящих на границе раздела фаз наполнителя и матрицы, которые могут приводить к изменению характеристик компонентов вследствие их взаимодействия, например образование трещин и отслоений на межфазной границе. К описанию адгезионных процессов на границе раздела фаз существуют 2 подхода: моделирование на основе метода молекулярной физики (Балабаев и др., 1999; Khalatur, 1991) и описание наблюдаемых эффектов как следствия



макроскопических воздействий на КМ. При втором подходе межфазный слой может рассматриваться как имеющий геометрические характеристики идеальный слой, или имеющий разрывы полей напряжений и перемещений неидеальный интерфейс. Обзор методов моделирования межфазного слоя представлен в (Соколов, Щетинин, Козлов, 2020; Brosseau, 2024).

При прямом моделировании КМ на микромасштабных уровнях определить свойства КМ представляется возможным только для небольших областей в силу математической и вычислительной сложности таких моделей. Поэтому практически в каждой работе стоит задача гомогенизации, т.е. перехода от структурно-неоднородной среды к эффективной с эквивалентными осредненными упруго-прочностными свойствами.

В процессе гомогенизации производится поиск полей микродеформаций, микроперемещений и микронапряжений, так как характеристики полученные в гомогенном приближении могут влиять на структуру и свойства наполнителя, которые в свою очередь определяют характеристики эквивалентного гомогенного образца.

В работах (Dimitrienko et al., 2023; Schröder, 2014; Geers, Kouznetsova, Brekelmans, 2010; Nguyen, Kouznetsova, Geers, 2012; Lin, Brandyberry, Zhang, 2023) реализованы различные вариации многомасштабного конечно-элементного подхода (FE^2) к моделированию КМ, учитывающие взаимное влияние микроструктуры КМ и гомогенного эквивалента КМ. В основе этого класса методов лежит применение теории деформаций к элементарным представительским объемам (RVE), полученным одним из классических методов гомогенизации, постулируется кинематическая непротиворечивость при связывании полей деформаций макроскопического и элементарного представительского объемов под действием внешних поверхностных и объемных сил (рис. 1).

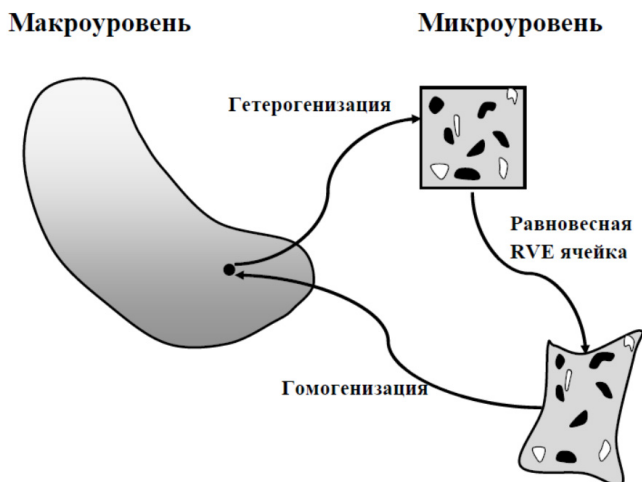


Рис. 1. Схема многомасштабного подхода

Fig. 1. Multiscale approach scheme



В большинстве случаев для представления гетерогенной среды эквивалентным элементарным объемом (RVE) требуется несколько итераций. Например, в (Blanco et al., 2016; Lopes, Pires, 2022) в рамках многомасштабного подхода исследуется задача определения упруго-пластических свойств КМ, армированного короткими разнонаправленными волокнами. На первом этапе элементарный объем с короткими волокнами заменяется RVE ячейку с единичным однонаправленным волокном на основании подхода Рейса-Фойгта, опирающегося на гипотезу о равенстве напряжений и деформаций в упругопластичных ячейках. На втором этапе гомогенизации усреднение характеристик RVE-объема производится методом конечных элементов. Для получения эквивалентной гомогенизированной среды вводятся ортонормированные базисные вектора для локальной (система координат RVE-ячейки) и глобальной (система координат всего объема КМ) систем координат, с помощью которых определяется матрица трансформации для каждой ячейки. Полученная матрица трансформации участвует в определении компонент напряжений для каждой RVE-ячейки в глобальной системе координат.

В работах (Fish, Shek, 2000; Hashin, 1962) предложен метод введения гетерогенных ячеек периодичности вокруг исследуемой области КМ, получивший название прямой последовательной гетерогенизации (рис. 1). Однако существенной проблемой такого подхода является разрыв полей напряжений на границе сопряжения гомогенизированной и гетерогенной областей. В (Белов, 2009) предложен метод «локальных гетерогенизаций», основанный на введении граничного слоя вокруг интересующего слоя толщиной в две ячейки периодичности.

В (Ullah et al., 2020) демонстрируется успешное применение многомасштабного конечно-элементного подхода к моделированию многослойных перекрестно-армированных и квази-изотропных одноосно нагруженных КМ. В (Bruno, 2024) численно моделируются упруго-прочностные характеристики многослойного КМ с дефектами в виде межслойных пустот.

Применение многомасштабного конечно-элементного подхода связано со сложностью согласования пространственно-временных процессов, протекающих на различных масштабных уровнях. На микромасштабном уровне критично описание взаимного влияния матрицы и армирующих компонентов, на мезомасштабе моделируются структурно-морфологические характеристики КМ, на макроуровне — интегральные свойства материала. Сложность описания физических процессов на каждом уровне, необходимость согласования временных масштабов, полей напряжений и деформаций для каждого конечного элемента на каждом временном шаге, влияют на стабильность решения и требуют значительных вычислительных мощностей, что делает данный подход неприменимым для решения практических задач.

Методы построения суррогатных моделей

В последние годы развитие получили методы нейросетевого обучения для моделирования гетерогенных сред, в которых описание физических процессов является затруднительным или не представляется возможным. Основная задача использования



нейросетевой модели обучения — замена конечно-элементных моделей суррогатными, основанными на данных.

Для описания характеристик гомогенизированного материала может применяться один из двух подходов. В первом неизвестные коэффициенты функции, описывающей поведение КМ на макроуровне, определяются с использованием экспериментальных данных. Во втором модель КМ на макроуровне строится через определение характеристик КМ на микроуровне, но следует учитывать, что при втором подходе для определения свойств на микроуровне также требуются экспериментальные данные.

Первые работы по использованию нейронных сетей для моделирования макросвойств материалов были опубликованы в 90-х годах (Ghaboussi, Garrett, Wu, 1991; Ghaboussi et al., 1998; Hashash, Jung, Ghaboussi, 2004). Нейронная сеть, устанавливающая соответствие тензоров деформаций и напряжений в двумерной модели, обучалась на основе конечно-элементной модели в двумерном приближении (рис. 2).

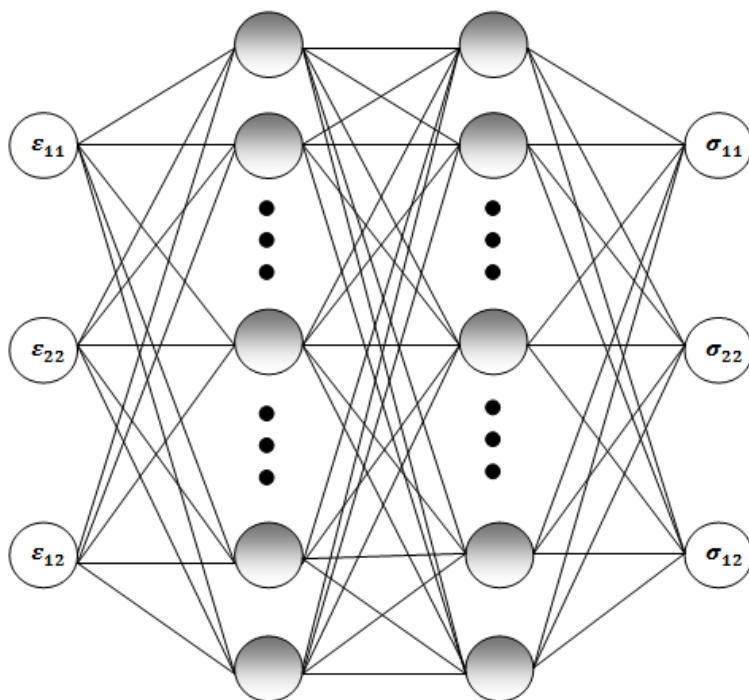


Рис. 2. Установление взаимосвязи тензоров деформаций и напряжений с помощью нейронной сети (серым выделены скрытые нейроны) (Xin, 2020)

Fig. 2. Establishing the relationship between strain and stress tensors using a neural network (hidden neurons are highlighted in gray) (Xin, 2020)



Существует два подхода к обучению нейронной сети. В традиционном методе функция потерь строится на основе вычисления и минимизации функции ошибки между полученными с помощью нейронной сети значениями и экспериментальными данными о свойствах материала (рис. 3). Однако такой подход осуществим только, если значения для обучения могут быть измерены с помощью эксперимента.

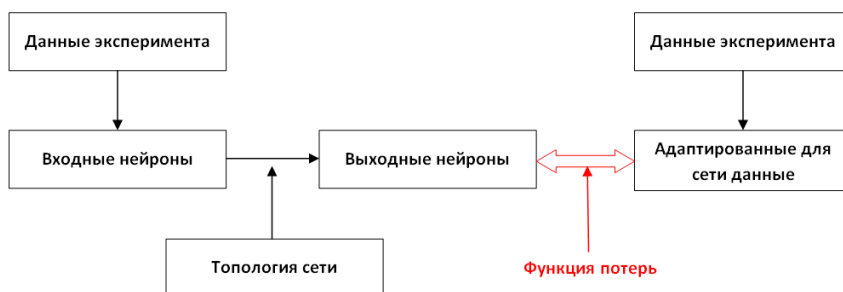


Рис. 3. Схема обучения нейронной сети на основе экспериментальных данных

Fig. 3. Neural network training scheme based on experimental data

Для обучения нейронной сети необходимо использовать данные о напряжениях, полученные из эксперимента, однако для трехмерных объектов измерение величин напряжений невозможно, также как и их вычисление из-за неизвестности функции зависимости деформаций от нагрузок для КМ. На рисунке 4 показана иная схема обучения нейронной сети: для вычисления данных, которые могут быть получены из натурного эксперимента, используется математическая модель физических процессов, позволяющая на основе данных выходного слоя нейронной сети, рассчитать значения параметров для построения функции ошибки. Основное преимущество данного подхода состоит в том, что на входные и выходные данные нейронной сети не накладываются требования измеримости величин в эксперименте.

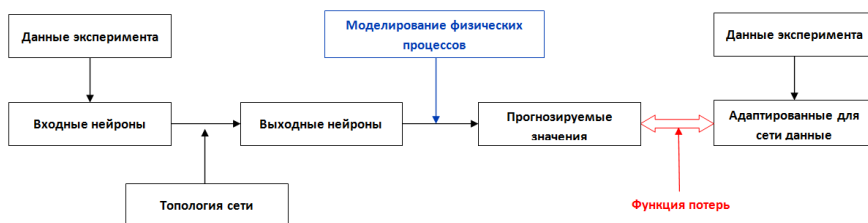


Рис. 4. Схема обучения нейронной сети с предсказательным моделированием

Fig. 4. Neural network training scheme with predictive modeling



Любое многомасштабное моделирование может быть описано уравнением (Xin, 2020)

$$f(\mathbf{I})=\mathbf{O},$$

где $\mathbf{I}$ — это данные с макроуровня конечно-элементной модели, а $\mathbf{O}$ — это значения, полученные в результате моделирования микро и мезо уровней. f может представлять собой как конечно-элементное моделирование, так и любую другую функцию, описывающую изменение состояния в конкретной точке макромоделли.

В (Rocha, Kerfriden, van Der Meer, 2020; Deng, 2024; Liu et al., 2024) применена методика моделирования экспериментов DoE (design of experiment), в которой микро-механические характеристики RVE-объемов, находящихся под действием напряжений, передаваемых с макромасштабного уровня, прогнозируются на основе набора аналитических решений задач микромеханики.

В (Dwivedi, Parashar, Srinivasan, 2021) показано, что при моделировании композиционных материалов применение физически информированной нейронной сети (Physics-informed Neural Network) имеет критические недостатки: алгоритм расчета теряет стабильность. Применение физически кодированной нейронной сети (Physics-encoded Neural Network) позволило получить достаточно точную аппроксимацию нелинейной зависимости напряжения от деформаций (Mostajeran, Faroughi, 2024). В (Ghane et al., 2025) для предсказания упруго-пластичных характеристик тканного КМ успешно применена иерархическая физически рекуррентная нейронная сеть (Physically Recurrent Neural Network).

Заключение

Современный подход к моделированию упруго-прочностных свойств композиционного материала связан с учетом взаимного влияния процессов, происходящих на различных масштабных уровнях структурно неоднородного материала. В связи с тем, что на микро- и мезо- уровнях описание взаимодействия элементов структуры становится более детализированным и требует значительное количество времени для проведения расчетов, то применяемый на макроуровне метод конечных элементов становится малоприменимым из-за недостатка вычислительных мощностей. Решение данной проблемы лежит в плоскости применения суррогатных нейросетевых моделей.

Список источников / References

1. Hill, R., (1963). Elastic properties of reinforced solids: some theoretical principles. *Journal of the mechanics and physics of solids*, V.11, 357—372. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(63\)90036-X](https://doi.org/10.1016/0022-5096(63)90036-X)
2. Hashin, Z., Rosen, B.W. (1964). The elastic moduli of fiber reinforced materials. *Journal of Applied Mechanics, Trans ASME*, № 31, pp. 223—232. <http://dx.doi.org/10.1115/1.3629590>
3. Chamis, C.C. (1989). Mechanics of composite materials: past, present, and future. *Journal of Composites Technology and Research*, (1), 3—14. <https://doi.org/10.1520/CTR10143J>
4. Сенденки, Дж. Композиционные материалы. В 8-ми т. Т. 2. Механика композиционных материалов (1978). М.: Мир.



Sendencki, Dzh. *Kompozicionnye materialy. V 8-mi t. T.2. Mekhanika kompozicionnyh materialov* (1978). M.: Mir. (In Russ.).

5. Younes, R., Hallal, A., Fardoun, F., Chehade, F.H. (2012). Comparative Review Study on Elastic Properties Modeling for Unidirectional Composite Materials. *Composite Materials Book 1*. DOI:10.5772/50362
6. Muyzemnek, A.Yu., Ivanova, T.N., Kartashova, E.D. (2021). A Comparison of Experimental and Computation Results of Finding Effective Characteristics of Elastic Properties of Polymer Layered Composites from Carbon and Glass Fabrics *PNRPU Mechanics Bulletin, № 2*, 88—105. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.2.09
7. Buryachenko, V. (2007). *Micromechanics of heterogeneous materials*. New York: Springer.
8. Tashkinov, M.A., Wildemann, V.E., Mikhailova, N.V. (2012). Method of successive approximations in stochastic boundary value problem for structurally heterogeneous materials. *Computational Materials Science, V.52*, 101—106. DOI:10.1016/j.commatsci.2011.04.025
9. Хорошун, Л.П. (1978). Методы случайных функций в задачах о макроскопических свойствах микронеоднородных сред. *Прикладная механика*, 14(2), 3—17.
Horoshun, L.P. (1978). Metody sluchajnyh funkcij v zadachah o makroskopicheskikh svojstvah mikroneodnorodnyh sred. *Prikladnaya mekhanika*, 14(2), 3—17. (In Russ.).
10. Скудра, А.М., Булавс, Ф.Я., Роценс, К.А. (1971). *Ползучесть и статическая усталость армированных пластиков*. Рига: Зинатне.
Skudra, A.M., Bulavs, F.Ya., Rocens, K.A. (1971). *Polzuchest' i staticheskaya ustalost' armirovannyh plastikov*. Riga: Zinatne. (In Russ.).
11. Хорошун, Л.П. (1968). О методе определения упругих модулей армированных тел. *Механика полимеров. № 1*. 78—87.
Horoshun, L.P. (1968). O metode opredeleniya uprugih modulej armirovannyh tel. *Mekhanika polimerov. № 1*. 78—87. (In Russ.).
12. Kroner, E. (1967). Elastic moduli of perfectly disordered composite materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 15 (5)*, 319—329. [https://doi.org/10.1016/0022-5096\(67\)90026-9](https://doi.org/10.1016/0022-5096(67)90026-9)
13. Балабаев, Н.К., Власов, А.Н., Згаевский, В.Э., Карнет, Ю.Н., Яновский, Ю.Г. (1999). Структура и микромеханические свойства межфазных слоёв полимерных матричных композитов. *Механика композиционных материалов и конструкций, 5(2)*, 109—123.
Horoshun, L.P. (1968). O metode opredeleniya uprugih modulej armirovannyh tel. *Mekhanika poli. Balabaev, N.K., Vlasov, A.N., Zgaevskij, V.E., Karnet, Yu.N., Yanovskij, Yu.G. (1999). Struktura i mikromekhanicheskie svojstva mezhfaznyh slojov polimernyh matrichnyh kompozitov. Mekhanika kompozicionnyh materialov i konstrukcij, 5(2), 109—123. merov. № 1. 78—87. (In Russ.).*
14. Khalatur, P.G. (1991). Computer simulation of thin polymer layers. *Makromol. Chem., Macromol. Symp., 44(1)*, 23—32. <https://doi.org/10.1002/masy.19910440104>
15. Соколов, А.П., Щетинин, В. Н., Козлов, М.Ю. (2020). Моделирование упругих свойств композитных материалов методом асимптотического осреднения с учетом неидеального интерфейса компонент. *Матем. моделирование, 32(8)*, 119—138. <https://doi.org/10.20948/mm-2020-08-08>
Sokolov, A.P., Shchetinin, V. N., Kozlov, M. Yu. (2020). Modelirovanie uprugih svojstv kompozitnyh materialov metodom asimptoticheskogo osredneniya s uchetom neideal'nogo interfejsa komponent. *Matem. modelirovanie, 32(8)*, 119—138. <https://doi.org/10.20948/mm-2020-08-08>. (In Russ.).



16. Brosseau, C. (2024). Modeling the Interface Between Phases in Dense Polymer-Carbon Black Nanoparticle Composites by Dielectric Spectroscopy: Where Are We Now and What are the Opportunities? *Macromol. Theory and Simulations*, 33. <https://doi.org/10.1002/mats.202400009>
17. Dimitrienko, Yu., Yurin, Yu., Bogdanov, I., Yahnovskiy, A., Sborschikov, S., Dimitrienko, A. (2023). Finite element modeling of integral viscoelastic properties of textile composites. *E3S Web of Conferences*, V. 376. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202337601032>
18. Schröder, J. (2014). *A numerical two-scale homogenization scheme: the FE2-method*. Plasticity and beyond: microstructures, crystal-plasticity and phase transitions. Springer, 1—64.
19. Geers, M. G.D., Kouznetsova, V.G., Brekelmans, W.A.M. (2010). Multi-scale computational homogenization: Trends and challenges. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 234(7), 2175—2182. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2009.08.077>
20. Nguyen, V., Kouznetsova, V.G., Geers, M.G.D. (2012). On the construction of an optimal surrogate model for multiscale analysis of heterogeneous materials. *Computational Mechanics*, 50(6), 633—655. <https://arxiv.org/html/2503.04901v1>
21. Lin, M., Brandyberry, D., Zhang, X. (2023). Multiscale Modeling of Composite Materials under Volumetric and Interfacial Damage: Achieving Adaptive Model Order Reduction. *National Harbor, MD & Online*. <https://doi.org/10.2514/6.2023—0138>
22. Blanco, P.J., Sanchez P.J., de Souza Neto E.A., Feijoo R.A. (2016). The method of multiscale virtual power for the derivation of a second order mechanical model. *Mechanics of Materials*. V.99, 53—67. <https://doi.org/10.1016/j.mechmat.2016.05.003>
23. Lopes, I.A.R., Pires, F.M.A. (2022). Formulation and numerical implementation of a variationally consistent multiscale model based on second-order computational homogenization at finite strains for quasi-static problems. *Computer Methods in applied mechanics and engineering*, 392(3):114714. DOI:10.1016/j.cma.2022.114714
24. Fish, J., Shek, K. (2000). Multiscale analysis of composite materials and structures. *Composites Science and Technology*, 12(60), 2547—2556. [https://doi.org/10.1016/S0266-3538\(00\)00048-8](https://doi.org/10.1016/S0266-3538(00)00048-8)
25. Hashin, Z. (1962). The elastic moduli of heterogeneous materials. *ASME Journal of Applied Mechanics*, 29(1), 143—150. <https://doi.org/10.1115/1.3636446>
26. Белов, Д.А. (2009). *Гомогенизация и гетерогенизация однонаправленных упругих волокнистых композитов*: Диссертация кандидата технических наук: 01.02.06 / Д.А. Белова. СПб.
Belov, D.A. (2009). *Gomogenizaciya i geterogenizaciya odnonapravlennyh uprugih voloknistyh kompozitov*: Dissertaciya kandidata tekhnicheskikh nauk: 01.02.06 / D.A. Belova. Spb. (In Russ.).
27. Ullah, Z., Kaczmarczyk, L., Zhou, X., Falzon, B., Pearce, C. (2020). Hierarchical finite element-based multiscale modelling of composite laminates. *Composites Part B: Engineering*, 201:108321. Advance online publication. DOI:10.1016/j.compositesb.2020.108321
28. Bruno, G., Christoff, J., Humberto, S., Almeida, Marcelo, L., Ribeiro, Maisa, M., Maciel, Rui, M., Guedes, Volnei, T. (2024). Multiscale modelling of composite laminates with voids through the direct FE2 method. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, V.131. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2024.104424>
29. Ghaboussi, J., Garrett, J., Wu, X. (1991). Knowledge-based modeling of material behavior with neural networks. *Journal of Engineering Mechanics*, 117(1), 132—153. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1991\)117:1\(132\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1991)117:1(132))
30. Ghaboussi, J., Pecknold, D.A., Zhang, M., Haj-Ali, R.M. (1998). Autoprogressive training of neural network constitutive models. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 42(1), 105—126. [https://doi.org/10.1002/\(SICI\)1097-0207\(19980515\)42:1<105::AID-NME356>3.0.CO;2](https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0207(19980515)42:1<105::AID-NME356>3.0.CO;2)



31. Hashash, Y., Jung, S., Ghaboussi, J. (2004). Numerical implementation of a neural network based material model in finite element analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59(7), 989–1005. <https://doi.org/10.1002/nme.905>
32. Xin, L., Su, T., Fei, T., Haodong, D., Wenbin, Y. (2020). How machine learning can help the design and analysis of composite materials and structures? *Materials Science, Physics*, arXiv:2010.09438, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2010.09438>
33. Rocha, I.B.C.M., Kerfriden, P., van Der Meer, F.P. (2020). On-the-fly construction of surrogate constitutive models for concurrent multiscale mechanical analysis through probabilistic machine learning. *ArXiv:2007.07749*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2007.07749>
34. Deng, S., Hosseinmardi, S., Wang, L., Apelian, D., Bostanabad, R. (2024). Data-driven physics-constrained recurrent neural networks for multiscale damage modeling of metallic alloys with process-induced porosity. *Computational Mechanics*, 74(1), 191–221. doi/10.1007/s00466-023-02429-1
35. Liu, M., Li, H., Zhou, H., Zhang, H., Huang, G. (2024). Development of machine learning methods for mechanical problems associated with fiber composite materials: A review. *Composites Communications*, V.49, 101988. <https://doi.org/10.1016/j.coco.2024.101988>
36. Dwivedi, V., Parashar, N., Srinivasan, B. (2021). Distributed learning machines for solving forward and inverse problems in partial differential equations. *Neurocomputing*, V. 420, 299–316. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2020.09.006>
37. Mostajeran, F., Faroughi, S.A. (2024). Epi-ckans: Elasto-plasticity informed kolmogorov-arnold networks using chebyshev polynomials. *ArXiv preprint arXiv:2410.10897*, <https://doi.org/10.48550/arXiv.2410.10897>
38. Ghane, E., Maia, M.A., Rocha, I.B.C.M., Fagerstorm, M., Mirakhalaf, M. (2025). Multiscale Analysis of Woven Composites Using Hierarchical Physically Recurrent Neural Networks. *Computational Physics*, <https://arxiv.org/html/2503.04901v1>

Информация об авторах

Загордан Надежда Леонидовна, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, исследовательский центр «Информатика и управление» Российской Академии Наук (ФИЦ ИУ РАН), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-9973-639X>, e-mail: zagordann@gmail.com

Мочалова Юлия Дмитриевна, математик, исследовательский центр «Информатика и управление» Российской Академии Наук (ФИЦ ИУ РАН), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0109-3213>, e-mail: juliamochalova96@gmail.com

Абгарян Каринэ Карленовна, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, исследовательский центр «Информатика и управление» Российской Академии Наук (ФИЦ ИУ РАН), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0059-0712>, e-mail: kristal83@mail.ru

Information about the authors

Nadezhda L. Zagordan, Candidate of Science (Physics and Mathematics), scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences,



Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-9973-639X>, e-mail: zagordann@gmail.com

Yulia D. Mochalova, mathematician, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0109-3213>, e-mail: juliamochalova96@gmail.com

Karine K. Abgaryan, Doctor of Science (Physics and Mathematics), principal scientist, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0059-0712> e-mail: kristal83@mail.ru

Вклад авторов

Загордан Н.Л. — идеи исследования; аннотирование, написание и оформление рукописи; визуализация результатов исследования

Петров В.Н. — применение математических или других методов для анализа данных; проведение эксперимента; сбор и анализ данных.

Абгарян К.К. — постановка задачи, идеи исследования, планирование и контроль за проведением исследования

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

Contribution of the Authors

Zagordan N.L. — research ideas; annotation, writing and design of the manuscript; visualization of the research results

Mochalova Y.D. — application of mathematical or other methods for data analysis; conducting the experiment; data collection and analysis.

Abgaryan K.K. — setting the problem, research ideas, planning and control over the research

All authors participated in the discussion of the results and agreed on the final manuscript.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of Interest

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 08.04.2025

Поступила после рецензирования 11.04.2025

Принята к публикации 25.04.2025

Опубликована 30.06.2025

Received 2025.04.08

Revised 2025.04.11

Accepted 2025.04.25

Published 2025.06.30