

Научная статья | Original paper

УДК 004.89

Оптимизация передачи сигнала между нейронными популяциями с помощью воздействия на контрольные узлы

Б.Б. Батуев^{1*}, А.А. Онучин^{2,3*}, С.В. Сухов^{1,4}✉

¹ Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова
Российской академии наук, Москва, Российская Федерация

² Сколковский институт науки и технологий, Москва, Российская Федерация

³ Лаборатория сложных сетей, Центр нейробиологии и нейроморфных технологий
Москва, Российская Федерация

⁴ УФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Ульяновск, Российская Федерация

* Авторы внесли равный вклад

✉ ssukhov@ulireran.ru

Резюме

Контекст и актуальность. В нейронных сетях головного мозга синхронная активность критически важна, однако точные механизмы, обеспечивающие согласованность активности между его различными частями, остаются неясными. **Цель.** Определить, как стимуляция контрольных узлов, выбранных на основе различных метрик центральности, влияет на распространение импульсной активности между двумя слабо связанными нейронными популяциями. **Гипотеза.** Выбор контрольных узлов в первом кластере в соответствии с определенными метриками центральности способствует улучшению передачи активности импульсов во второй кластер по сравнению со случайным выбором нейронов. **Методы и материалы.** В двухкластерной сети, смоделированной по стохастической блочной модели, часть нейронов в первом кластере (10—20%) подвергалась внешней стимуляции. Контрольные узлы выбирались случайно или по различным мерам центральности: по степени посредничества, степени близости, степени вершины, степени влиятельности, гармонической центральности и центральности просачивания. **Результаты.** При стимулировании нейронов, выбранных на основе различных мер центральности, средняя частота импульсов во втором кластере возрастала пропорционально количеству контрольных узлов, и активность синхронизировалась с первым кластером. **Выводы.** Топология сети и меры выбора контрольных узлов



определяют эффективность и устойчивость синхронизации, что важно для нейромодуляции и разработки биоподобных вычислительных систем.

Ключевые слова: импульсные нейронные сети, центральность вершины, синхронизация, контрольные узлы, стохастическая блочная модель

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 24-21-00470, <https://rscf.ru/project/24-21-00470/>

Дополнительные данные. Код программы доступен по адресу: <https://github.com/buligar/driver-nodes>

Для цитирования: Батуев, Б.Б., Онучин, А.А., Сухов, С.В. (2025). Оптимизация передачи сигнала между нейронными популяциями с помощью воздействия на контрольные узлы. *Моделирование и анализ данных*, 15(3), 94—112. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150306>

Optimization of signal transmission between neural populations by stimulation of driver nodes

B.B. Batuev^{1*}, A.A. Onuchin^{2,3*}, S.V. Sukhov^{1,4}✉

¹ Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

² Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russian Federation

³ Laboratory of Complex Networks, Center for Neurophysics and Neuromorphic Technologies, Moscow, Russian Federation

⁴ Ulyanovsk Branch of Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Ulyanovsk, Russian Federation

* These authors contributed equally

✉ ssukhov@ulireran.ru

Abstract

Context and relevance. Synchronized activity is critical in brain neural networks, yet the precise mechanisms that ensure coherence of activity between different brain parts remain unclear. **Objective.** To determine how the choice of driver nodes (according to different centrality metrics) affects the propagation of spiking activity between two sparsely connected clusters. **Hypothesis.** The selection of control nodes in the first cluster improves the propagation of spike activity to the second cluster compared to a random selection of neurons. **Methods and Materials.** In a two-cluster network modeled by a stochastic block model, a fraction of neurons in the first cluster (10—20%) were subjected to external stimulation. Driver nodes were selected randomly or by centrality: betweenness, closeness, degree, eigenvector, harmonic, and percolation.



Results. When stimulating the neurons chosen on the base of various centrality measures, the average firing rate in the second cluster increased proportionally to the number of driver nodes and synchronized with the first cluster. **Conclusions.** Network topology and driver node selection metrics determine the efficiency and robustness of inter-cluster synchronization, which is important for neuromodulation and the development of bio-inspired computing systems.

Keywords: spiking neural networks, centrality, synchronization, driver nodes, stochastic block model

Funding. The study was supported by the Russian Science Foundation, project number 24-21-00470, <https://rscf.ru/en/project/24-21-00470/>.

Supplemental data. The code is available from <https://github.com/buligar/driver-nodes>

For citation: Batuev, B.B., Onuchin, A.A., Sukhov, S.V. (2025). Optimization of signal transmission between neural populations by stimulation of driver nodes. *Modelling and Data Analysis*, 15(3), 94—112. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2025150306>

Введение

Исследование механизмов достижения синхронизации нейронной активности в мозге является важной проблемой, так как подобная синхронность напрямую связана с когнитивными процессами, такими как восприятие, внимание, память и обучение (Fell, Axmacher, 2011; Ward, 2003). Нарушение синхронной активности ассоциируется с различными неврологическими и психиатрическими заболеваниями, включая эпилепсию, болезнь Альцгеймера и шизофрению (Uhlhaas, Singer, 2006). Несмотря на известную важность синхронизации, остается неясным, как структурные особенности коннектома, в частности центральность узлов и межкластерные связи, определяют распространение синхронности. Изучение минимальных управляющих воздействий, необходимых для достижения синхронизации, может существенно улучшить наше понимание фундаментальных принципов работы мозга и разработку эффективных методов лечения нейропатологий, связанных с десинхронизацией.

В данной работе мы исследуем стратегии достижения синхронизации в стохастических блочных моделях (СБМ) сетей с минимальными управляющими воздействиями. Эта работа опирается на исследования в области управления нейронными сетями (Bayati и др., 2015), фокусируясь на выявлении контрольных узлов, которые влияют на динамику. Оценивая различные метрики центральности (степень посредничества, степень близости, степень вершины, степень влиятельности, гармоническую центральность и центральность просачивания), мы определяем топологические особенности, предсказывающие эффективные контрольные узлы.

Наше исследование опирается на существующие работы в области управления нейронными сетями и механизмов синхронизации (Bayati и др., 2015), а также исследования влияния центральности на нейронную динамику (Fletcher, Wennekers, 2018).



Предыдущие исследования идентифицировали отдельные метрики центральности, связанные с функциональной активностью нейронов. Однако ни одна из этих работ не исследовала непосредственно, как выбор контрольных узлов на основе центральности влияет на синхронизацию и информационный поток в стохастических блочных моделях нейронных сетей. Наше исследование расширяет эти результаты, систематически исследуя связь между топологическими характеристиками и эффективностью управления синхронизацией сети.

Исследования управления нейронных сетей в основном сосредоточены на выявлении контрольных узлов — нейронов, целенаправленная стимуляция которых может направить систему к желаемым состояниям. Теория управления сложными сетями (Liu, Slotine, Barabási, 2011) предоставляет математическую основу для определения минимального набора узлов, необходимых для управления сложными сетями. Однако в работах в рамках подобной тематики (Gu и др., 2015) приоритет отдается теоретической оптимальности, а не биологически правдоподобным механизмам, что оставляет нерешенными вопросы о том, как контрольные узлы формируют переходную или адаптивную динамику (например, синхронизацию).

Параллельные работы по изучению механизмов синхронизации показали, что топология сети — например, модульные или безмасштабные архитектуры — играют важную роль в координации активности (Dörfler, Chertkov, Bullo, 2013).

Общим аспектом нашего исследования и предыдущих работ (Bayati, 2015; Dörfler, Chertkov, Bullo, 2013; Fletcher, Wennekers, 2018; Gu, 2015) является изучение роли центральных узлов и структуры сети в распространении активности. Отличительной особенностью нашего подхода является акцент на минимальных контрольных воздействиях для достижения синхронности в сетях с заданной структурой. В отличие от предыдущих исследований, в которых не проводился прямой анализ влияния конкретных метрик центральности и межкластерной связности на синхронизацию, мы систематически исследуем и количественно оцениваем вклад различных центральностей в идентификацию эффективных контрольных узлов. Это позволяет нам раскрыть механизмы связи между структурными и функциональными характеристиками сети, что ранее не было подробно изучено.

Главная гипотеза заключается в том, что выбор контрольных узлов на основе специфических метрик центральности и межкластерной связности позволяет существенно повысить эффективность достижения синхронной активности при минимальных управляющих воздействиях в нейронных СБМ сетях.

Цели исследования состоят в следующем:

1. Определить наиболее информативные топологические метрики для выбора контрольных узлов.
2. Сравнить эффективность разных стратегий выбора узлов для управления синхронизацией.
3. Оценить, как различные стратегии управления влияют на динамику распространения синхронной активности в сети.



Материалы и методы

Архитектура нейронной сети

Мы рассматриваем две слабо связанные нейронные популяции. Каждая популяция состоит из одинакового числа нейронов. Сеть моделировалась как ненаправленная стохастическая блочная модель (Holland, Laskey, Leinhardt, 1983), где внутрикластерная связность определялась вероятностью ребра 0,15, а межкластерная связность варьировалась от 0,01 до 0,1.

Генерация стохастической блочной модели (СБМ) заключается в разбиении множества узлов V графа на несколько подмножеств (кластеров), в нашем случае используется два кластера V_1, V_2 . Пусть общее число узлов равно

$$n = \sum_{i=1}^2 n_i, \quad (1)$$

где n_i — размер i -го кластера. Узлы, как правило, нумеруются последовательно, что позволяет каждому кластеру V_i быть представленным интервалом последовательных индексов от

$$\sum_{j=1}^{i-1} n_j \text{ до } \sum_{j=1}^i n_j - 1. \quad (2)$$

Далее, для формирования структуры графа устанавливаются ребра внутри каждого кластера и между различными кластерами. Если узлы u и v принадлежат одному кластеру V_i , то ребро между ними добавляется с вероятностью p_{intra} . Формально, для любых $u, v \in V_i$ (при $u \neq v$) вероятность наличия ребра задается как

$$P((u, v) \in E) = p_{intra}, \quad (3)$$

где E обозначает множество ребер графа.

Аналогично, если u принадлежит кластеру V_i , а v — кластеру V_j при $i \neq j$, то ребро между ними устанавливается с вероятностью p_{inter} :

$$P((u, v) \in E) = p_{inter}. \quad (4)$$

Матрица смежности A графа описывается следующим образом: $A_{uv} = 1$, если ребро между u и v присутствует, и $A_{uv} = 0$ в противном случае, при этом вероятность $A_{uv} = 1$ зависит от принадлежности узлов к одному или разным кластерам.

Модификация значений центральностей для определенных узлов

Согласно нашей гипотезе, узлы с наибольшими значениями центральностей могли бы быть наилучшими кандидатами для передачи информации из одной нейронной



популяции в другую. Но в СБМ узлы внутри одного блока обычно имеют схожие вероятности связей. В отличие от моделей с предпочтительным присоединением (например, модель Барабаши-Альберт), где возникают «хабы» с экстремально высокой степенью, в СБМ таких узлов нет, если только это не задано явно в параметрах. С целью добавления в сеть узлов, обладающих высокой мерой центральности определенного вида, нами была предложена процедура точечной модификации сетевой топологии (бустинг). Например, можно выбрать целевой кластер V_i и определить число узлов, для которых центральность будет усилена:

$$n_{boost} = [\alpha |V_i|], \quad (5)$$

где $|V_i|$ — мощность множества V_i , то есть количество вершин в целевом кластере V_i , α представляет собой заданную долю узлов целевого кластера (рис. 1).

В нашей работе мы исследовали следующие типы центральностей: степень вершины (degree), степень посредничества (betweenness), степень близости (closeness), степень влиятельности (eigenvector), центральность просачивания (percolation) и гармоническую центральность (harmonic) (Boccaletti, 2006; Bovet, Makse, 2021). В зависимости от типа центральности, которую требуется усилить, добавляются дополнительные ребра. Процедура бустинга центральностей реализовывалась следующим образом для каждого типа метрик:

1. Степень вершины (Degree):

Для усиления степени вершины, например, для узла u может быть определено число дополнительных ребер в виде

$$\Delta d(u) = B \cdot d(u), \quad (6)$$

где $d(u)$ — исходная степень узла u , а коэффициент B задает масштаб усиления (boost factor). Ребра добавляются между узлом u и случайно выбранными узлами из множества тех, с которыми u ранее не имел связи, что приводит к увеличению степени вершины. Новые связи добавляются с узлами как внутри своего кластера, так и в других кластерах.

2. Степень влиятельности (Eigenvector):

Узлы соединялись с наиболее влиятельными узлами других кластеров, определенными через алгоритм eigenvector-центральность. Это создавало «мосты» к ключевым элементам сети, усиливая их вес в глобальной структуре связей. Например, узел-мишень получал связи с топ-10% центральных узлов других кластеров с вероятностью $p_{inter} \cdot B$.

3. Степень посредничества (Betweenness):

Для увеличения участия узлов в кратчайших путях между кластерами, добавлялись связи с узлами, имеющими высокую betweenness-центральность. Это делало их критическими «перевалочными пунктами» для информации, искусственно увеличивая их роль в маршрутизации потоков.

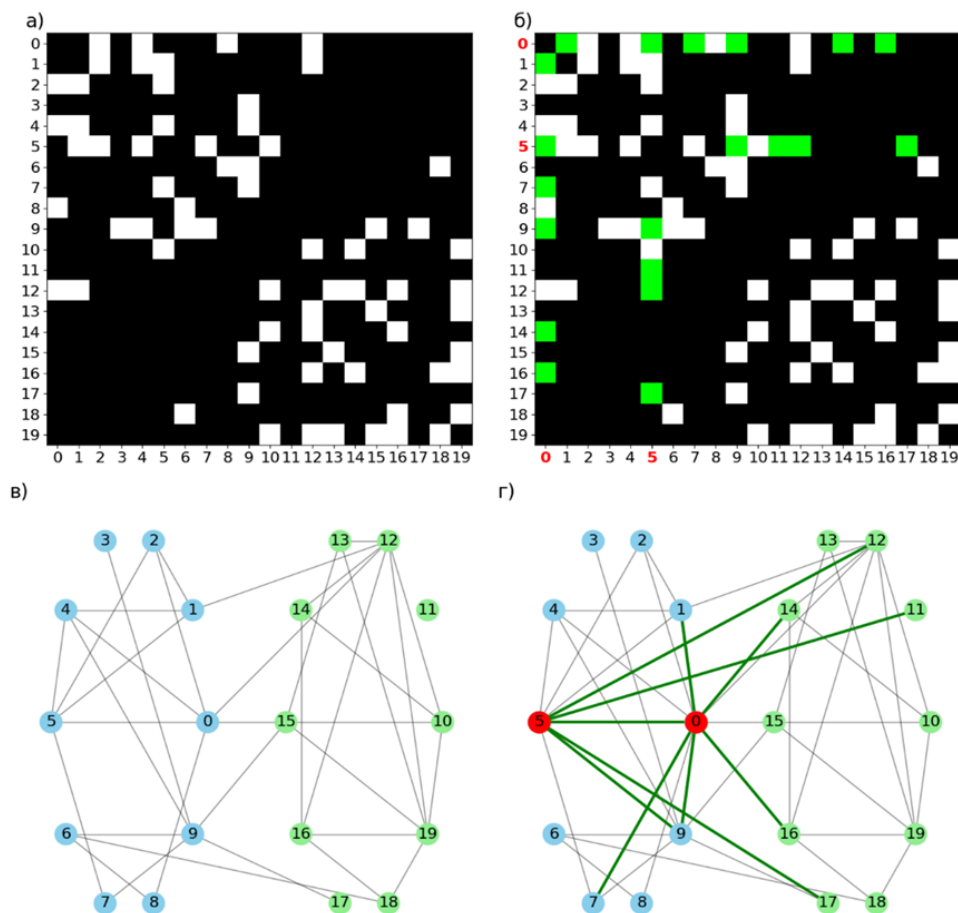


Рис. 1. Пример двухкластерной сети.

(А) Матрица смежности до повышения степени вершин. (Б) Матрица смежности после повышения степени вершин. Зеленым цветом показаны новые ребра. Красным цветом выделены узлы, на которые подается стимул.

(В) Граф до повышения степени вершин. (Г) Граф после повышения степени вершин. Жирные линии показывают добавленные ребра.

Красным цветом выделены узлы, на которые подается стимул

Fig. 1. An example of a two-cluster network.

(A) Adjacency matrix before increasing the degree centrality.

(B) Adjacency matrix after increasing the degree of nodes. The green color indicates the newly added edges. The nodes that are supplied with a stimulus are highlighted in red.

(C) Graph before increasing degree centrality. (D) Graph after increasing degree centrality.

Thick lines indicate newly added edges. The nodes that are supplied with a stimulus are highlighted in red



4. Степень близости (Closeness):

Добавлялись связи с узлами из удаленных частей сети, сокращая среднее расстояние до других элементов. Например, узел-мишень соединялся с центральными узлами противоположного кластера, что уменьшало его среднюю геодезическую дистанцию до остальных узлов.

5. Гармоническая центральность (Harmonic):

Аналогично closeness, но с акцентом на оптимизацию гармонического среднего расстояний. Добавлялись связи с узлами, максимизирующими взвешенный вклад в обратные расстояния до всех остальных элементов сети.

6. Центральность просачивания (Percolation):

Узлы-мишени соединялись с хабами — узлами максимальной степени. Это повышало их роль в устойчивости сети к случайным отказам: даже при удалении случайных узлов, усиленные связи обеспечивали сохранение связности через «стратегические» соединения.

Таким образом, генерация СБМ и последующая модификация центральности представляют собой два последовательных этапа. Сначала определяется базовая структура графа на основе вероятностных моделей для внутрикластерных и межкластерных связей, а затем производится целенаправленное вмешательство в структуру для усиления выбранных мер центральности, что позволяет моделировать влияние локальных изменений на глобальную топологию сети.

Следует сказать, что процедура бустинга действует неодинаково на разные типы центральностей. Поэтому коэффициенты бустинга B для увеличения той или иной центральности подбирались вручную.

Меры центральностей

В этом разделе приводится информация о мерах центральности, использованных в нашем исследовании.

Степень вершины (degree) характеризуется числом соединений, инцидентных узлу, и определяется выражением $C_d(u) = d(u)$, где $d(u)$ обозначает степень узла. Если граф представлен матрицей смежности A , где элемент A_{uv} равен 1, когда между узлами u и v существует ребро, и 0 в противном случае, то степень узла $d(u)$ можно вычислить по формуле

$$d(u) = \sum_{v \in V} A_{uv}. \quad (7)$$

Степень посредничества (betweenness) измеряет, насколько часто узел u встречается на кратчайших путях между парами других узлов, и определяется как

$$C_B(u) = \sum_{s \neq u \neq t} \frac{\sigma_{st}(u)}{\sigma_{st}}, \quad (8)$$

где σ_{st} — общее число кратчайших путей между узлами s и t ; $\sigma_{st}(u)$ — число таких путей, проходящих через узел u .



Степень близости (closeness) характеризует «эффективность» узла в распространении информации, измеряя обратное значение суммарного кратчайшего расстояния от данного узла до всех остальных узлов. Степень близости обычно определяется как

$$C_c(u) = \frac{n-1}{\sum_{v, v \neq u} d(u, v)}, \quad (9)$$

где $d(u, v)$ — длина кратчайшего пути между узлами u и v , n — общее число узлов.

Степень влияния (eigenvector) учитывает важность соседей узла и определяется как

$$x_u = \frac{1}{\lambda} \sum_v A_{uv} x_v, \quad (10)$$

где u и v являются элементами матрицы смежности A , x_u — центральность узла u , λ представляет наибольшее собственное значение матрицы A .

Центральность просачивания — мера важности узла в сетях, учитывающая его роль в динамических процессах (например, эпидемии или передаче информации). Эта центральность оценивает, как часто узел становится критическим «мостом» для распространения в разные моменты времени. В отличие от статических мер (степени вершины, степени близости и посредничества), она учитывает вероятность и время активации узлов.

$$C_p(u) = \frac{1}{n-2} \sum_{s \neq u \neq r} \frac{\sigma_{sr}(u)}{\sigma_{sr}} \frac{x_s^t}{(\sum_i x_i^t - x_u^t)}, \quad (11)$$

где $\sigma_{sr}(u)/\sigma_{sr}$ — доля кратчайших путей между узлами s и r , проходящих через u (как в центральности посредничества); $x_s^t (\sum x_s^t - x_v^t)^{-1}$ — вес, зависящий от «активности» узла s в момент t относительно суммарной активности всех узлов, кроме u . Чем активнее узел s , тем больше его вклад в центральность u . Таким образом, центральность просачивания учитывает как структуру сети (распределение кратчайших путей), так и динамику состояний узлов, что позволяет оценивать влияние отдельных узлов на процесс распространения (например, заражения) в сети.

Гармоническая центральность (harmonic) является модификацией степени близости, позволяющей корректно работать с несвязными графами. Она определяется как сумма обратных значений расстояний до всех остальных узлов:

$$C_h(u) = \frac{n-1}{\sum_{v \neq u} d(u, v)}, \quad (12)$$

где $d(u, v)^{-1} = 0$, если не имеется пути из узла u в v .



Приведенные выше меры центральности предоставляют возможность оценить различные аспекты влияния узлов на динамику и устойчивость сети, что имеет важное значение для анализа сложных систем.

Моделирование нейронной динамики

Мы моделировали импульсную нейронную сеть, состоящую из нейронов типа «интегрировать-и-сработать» с утечкой (leaky integrate-and-fire, LIF) (Abbott, 1999). Сеть разделялась на две равных популяции. Связи между отдельными нейронами внутри и между популяциями устанавливались согласно желаемой матрице смежности. Каждая из двух популяций содержала 80% возбуждающих и 20% тормозящих нейронов. Уравнения для мембранного потенциала отдельного нейрона записывались следующим образом:

$$\tau \frac{dv}{dt} = v_{rest} - v + R \cdot I_{ext} + v_n + v_e + v_i, \quad (13)$$

где v_{rest} — стационарное значение мембранного потенциала, R — эквивалентное мембранное сопротивление, τ — характерная временная константа, v_e , v_i — изменение мембранного потенциала, вызванное синаптическими токами от контактирующих возбуждающих e и тормозных i нейронов:

$$v_e = \sum_e w_e \cdot \delta(t - t_e), \quad (14)$$

$$v_i = \sum_i w_i \cdot \delta(t - t_i). \quad (15)$$

Для имитации фоновой нейронной активности все нейроны получали независимые стимулы v_n с пуассоновским распределением. Каждый спайк из пуассоновского генератора вызывает мгновенное приращение мембранного потенциала, которое можно представить суммой дельта-функций:

$$v_n = \sum_n w_n \delta(t - t_n), \quad (16)$$

где t_n — моменты времени приходящих спайков. Мы полагали, что $w_e = w_i = w_n = w$.

Помимо шумового внешнего воздействия *контрольные нейроны* получали дополнительный периодический сигнал:

$$I_{ext} = I_0 \cdot \sin(2\pi ft + \varphi) \quad (17)$$

Нейрон вырабатывал импульс, когда $v(t)$ достигал порога возбуждения v_{th} , после чего потенциал мгновенно сбрасывался к значению v_{reset} . Формально это описывается условием



$$v(t) \geq v_{th} \rightarrow v(t) = v_{reset}. \quad (18)$$

Численный эксперимент

В численном эксперименте мы моделировали 500 импульсных нейронов, разделенных на две равные популяции (кластеры) по 250 нейронов в каждой. Связи между нейронами устанавливались в рамках ненаправленной стохастической блочной модели с вероятностью связности между кластерами $p_{inter} = 0,01 \dots 0,1$ и вероятностью связности внутри кластеров $p_{intra} = 0,15$. N_c узлам первого кластера с наибольшей мерой центральности (по какому-либо из критериев: степени близости, степени посредничества, степени вершины, степени влияния, гармонической центральности или центральности просачивания (Bovet, Makse, 2021)), присваивалась роль возбуждающих нейронов. Эти нейроны служили контрольными узлами для внешнего воздействия. В качестве контрольных узлов выбирались узлы с наибольшими значениями центральностей: (10, 15, 20%) верхнего процентиля от вычисленных значений по каждой центральности. Всем остальным узлам графа в случайном порядке присваивались роли возбуждающих и тормозных нейронов так, чтобы их соотношение в каждой из популяций составляло 4 к 1. Центральность контрольных узлов подвергалась дополнительной процедуре бустинга, описанной выше (рис. 2). В проведенном эксперименте все центральности увеличивались примерно в 1,5 раза.

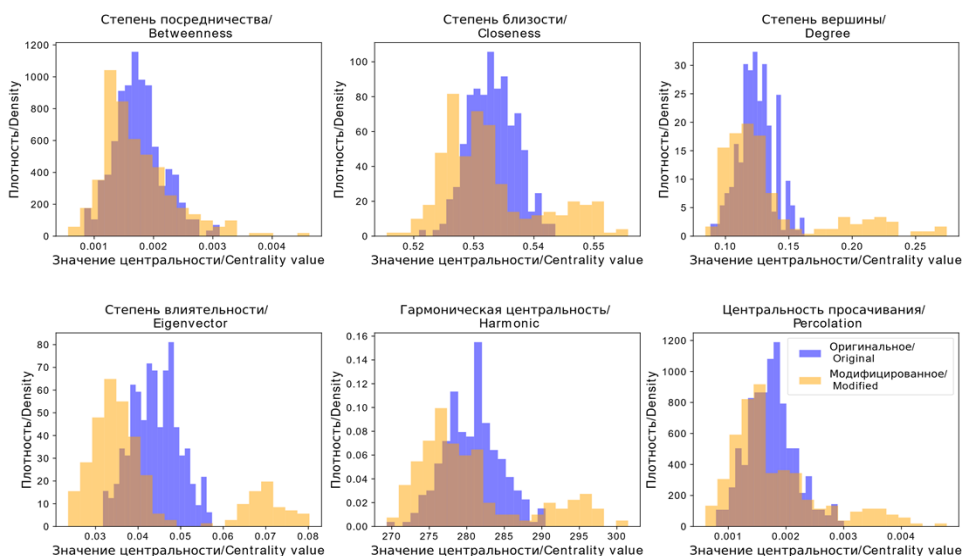


Рис. 2. Распределение значений метрик центральности между узлами сети показано до усиления центральностей (оригинальная гистограмма) и после усиления (модифицированная гистограмма). В случае с усилением появляется отчетливый хвост, представляющий узлы с существенно повышенной центральностью выбранного типа

Fig. 2. The distribution of centrality metrics values for network nodes is shown before boosting (Original) and after boosting (Modified). In the boosted case, a distinct tail emerges representing the nodes with significantly increased centrality of the selected type



После искусственного увеличения связности для целевых узлов выполнялась процедура восстановления средней сетевой плотности. Она удаляла случайные связи в сети так, чтобы сохранить исходные вероятности p_{intra} и p_{inter} . Например, если при увеличении степени вершины было добавлено 100 межкластерных связей, случайные 100 межкластерных связей в других частях сети удалялись. Это гарантировало, что глобальные параметры сети остаются неизменными, а возросшая центральность целевых узлов не является артефактом общего уплотнения связей. После коррекции проверялось, что целевые узлы сохранили повышенные значения центральности относительно исходной сети.

Для моделирования динамики сети использовалось уравнение (13). Значения параметров, использованных при моделировании, показаны в Таблице. Все нейроны получали независимый пуассоновский шумовой сигнал со средней частотой 20 Гц. Субпопуляция контрольных нейронов в первом кластере подвергалась дополнительному внешнему токовому стимулу (10 Гц, 1000 пА). Во всех нейронах второго кластера регистрировалась средняя частота спайковой активности. Динамика нейронов моделировалась в течение 5 секунд для достижения устойчивого состояния активности с помощью симулятора Brian 2 (Stimberg, Brette, Goodman, 2019).

Таблица / Table

Значения параметров, использованных при моделировании
Values of the parameters used in the simulation

I_0	1000 пА
f	10 Гц
φ	0
R	80 МОм
τ	20 мс
w	1 мВ

Для сравнения нами также моделировалась сеть, в которой контрольные нейроны выбирались случайным образом, и процедура бустинга не использовалась.

Результаты

Популяционная активность в нестимулированном кластере анализировалась в зависимости от количества контрольных нейронов и межкластерной связности (рис. 3). Все рассмотренные метрики центральности при $p_{inter} < 0,04$ не вызывали активность во втором кластере; при $p_{inter} = 0,04 - 0,07$ средняя частота спайков во втором кластере поднималась до 1—4 Гц, а при $p_{inter} = 0,1$ происходил рост средней частоты до $\approx 3 - 12$ Гц. Центральность просачивания подчинялась той же пороговой динамике,



но прирост активности был заметно слабее. Даже при $p_{inter} = 0,1$ средняя активность во второй популяции при использовании этой центральности составляла лишь ≈ 1 –6 Гц, тогда как для остальных метрик активность достигала ≈ 10 –12 Гц (рис. 3).

Популяционная активность демонстрирует только факт возбуждения второй нейронной популяции с помощью воздействия на управляющие нейроны в первой. Для демонстрации передачи сигнала и синхронизации двух популяций мы дополнительно рассчитали спектральную плотность мощности нейронной активности во второй популяции. Спектральная плотность мощности (СПМ) — это функция, описывающая распределение средней мощности (или «энергии в среднем за единицу времени») стационарного сигнала по частотам (Miller, Childers, 2012).

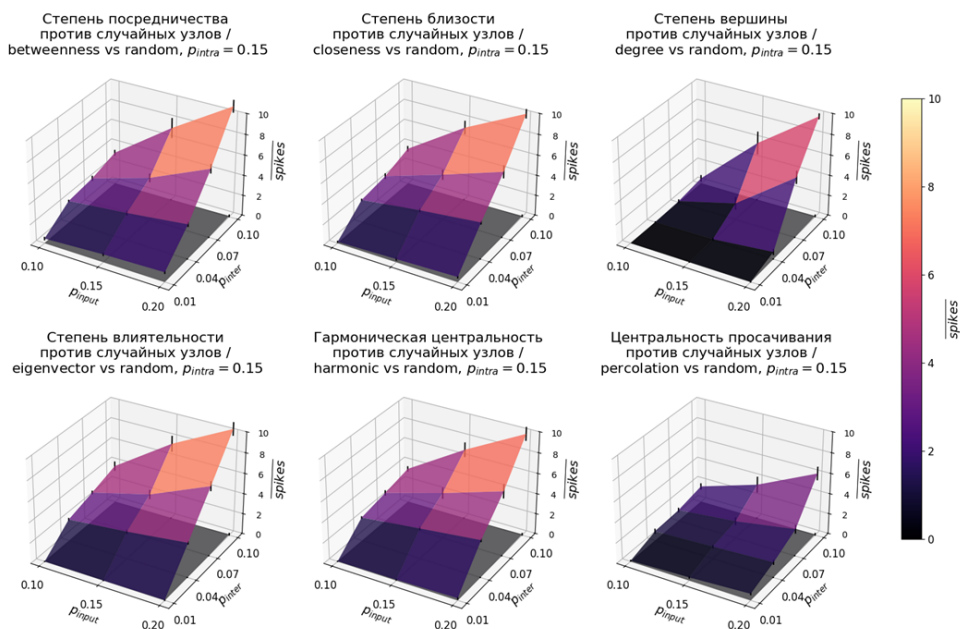


Рис. 3. Средняя активность во второй популяции, рассчитанная за 1-секундный временной интервал, при выборе контрольных узлов на основе различных метрик центральности (верхняя поверхность), и для узлов, выбранных случайным образом (нижняя поверхность)

Fig. 3. The average population activity within the second cluster, calculated over a 1-second time window, is depicted for driver nodes selected based on various centrality measures for the upper surface, and for driver nodes chosen at random for the lower surface

Пусть у нас есть дискретный временной ряд частоты срабатывания спайков, усредненный по нейронам в популяции:

$$r[n], n = 0, 1, \dots, N - 1,$$



где N — общее число отсчетов (длина массива). Отсчеты сделаны с равным шагом Δt . Тогда частота дискретизации $f_s = \frac{1}{\Delta t}$ (Гц). Временная метка для n -го отсчета равна

$$t[n] = n\Delta t.$$

Сначала центрируем сигнал, убирая его среднее

$$\bar{r} = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} r[n],$$

$$\tilde{r}[n] = r[n] - \bar{r}.$$

Затем накладываем на центрированный ряд окно Хеннинга

$$w[n] = \frac{1}{N} \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{N-1} \right) \right),$$

$$x[n] = \tilde{r}[n] w[n].$$

Применяем N -точечное дискретное преобразования Фурье (ДПФ) к $x[n]$:

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-2\pi i \frac{kn}{N}}, k = 0, 1, \dots, N-1.$$

Здесь k — индекс спектрального бина. Каждому k соответствует частота

$$f_k = \frac{k}{N} f_s.$$

Так как $r[n]$ — вещественный сигнал, для представления ДПФ достаточно взять бины $k = 0, 1, \dots, N/2$. Нормированная односторонняя спектральная плотность мощности определяется как

$$P(f_k) = \frac{1}{N} |X[k]| \text{ при } 0 \leq f_k \leq f_{\max},$$

где f_{\max} — верхняя граница отображаемых частот. На выходе строится график $P(f_k)$ от f_k .

Спектральная плотность мощности во второй нейронной популяции представлена на рис. 4. При низком уровне связности между популяциями $p_{\text{inter}} = 0,01$ спектр остаётся практически плоским и не содержит ярко выраженных пиков. По мере увеличения p_{inter} до промежуточных значений (около 0,04—0,07) в спектре начинают проступать лёгкие резонансные полосы, а при $p_{\text{inter}} = 0,1$ проявляется четко выраженный основной пик около 10 Гц (рис. 4) и более слабые вторичные и третичные



гармоники приблизительно на 20 Гц и 30 Гц. Сигнал на частоте 10 Гц возникает во второй популяции только при выборе контрольных узлов на основе показателей центральности. При этом выбор контрольных узлов на основе центральности просачивания приводит к менее выраженным пикам СПМ по сравнению с другими подходами, что указывает на ее ограниченную эффективность в задаче достижения синхронизации. Случайный выбор узлов для управляющих воздействий остается неспособным произвести заметные осцилляции во второй популяции.

Обсуждение результатов

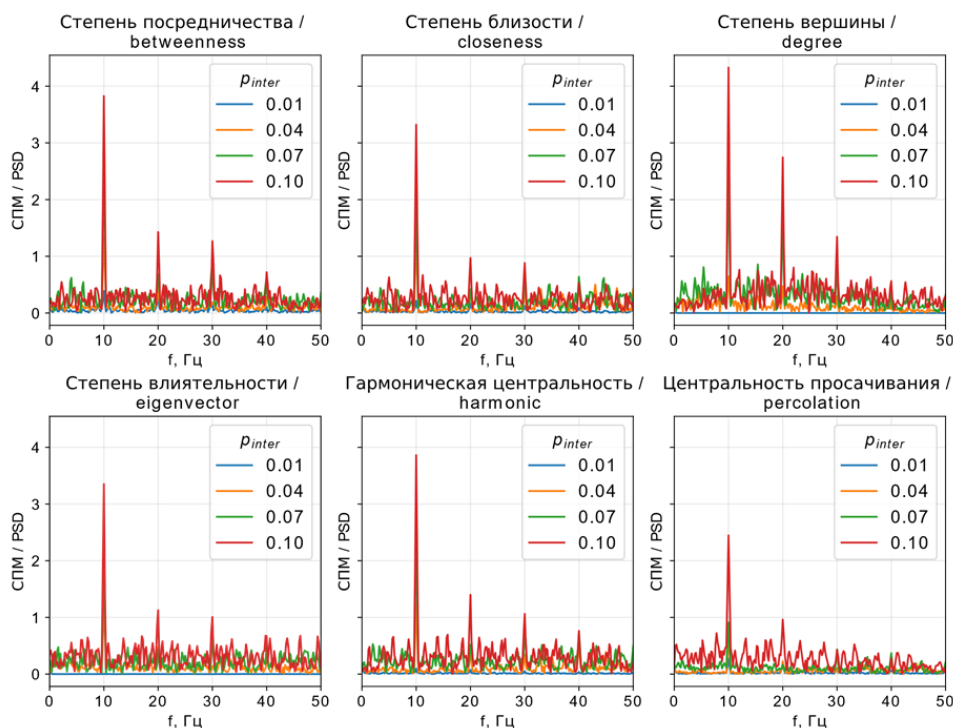


Рис. 4. Спектральная плотность мощности (СПМ) для активности во второй популяции при $p_{intra} = 0,15$ и $p_{input} = 0,2$ и при выборе контрольных узлов на основе различных метрик центральности

Fig. 4. Power spectrum density (PSD) for the activity in the second population for $p_{intra} = 0,15$ and $p_{input} = 0,2$, and for control nodes selected based on different centrality metrics

Проведенные численные эксперименты показали, что синхронизация между двумя слабо связанными кластерами может быть достигнута путем избирательной стимуляции определенных нейронов в одной из популяций. Причем выбор контрольных



узлов на основе любой из рассмотренных центральностей оказывается лучше для передачи сигнала между популяциями, чем их случайный выбор. Численный эксперимент показал, что выбор управляющих узлов на основе любых метрик имеет примерно одинаковую эффективность для передачи сигнала между нейронными популяциями. Исключение составляет центральность просачивания, которая показывает несколько худшие результаты.

Наши исследования показывают, что для эффективной передачи сигнала между популяциями меры центральности контрольных узлов должны заметно превышать среднюю меру центральности по сети. В нашем подходе мы увеличивали меры центральности для контрольных узлов искусственно. В биологических нейронных сетях хабы с большими мерами центральностей являются неотъемлемым свойством подобных сетей (Fornito, Zalesky, Bullmore, 2016). Однако вопрос, насколько они будут эффективны для передачи сигнала между популяциями требует дополнительных исследований.

Общие найденные закономерности состоят в том, что передача сигнала между популяциями улучшается при увеличении количества контрольных узлов и при увеличении количества связей между популяциями (рис. 3). При этом существуют критические значения вероятности межкластерной связности p_{inter} и доли контрольных узлов p_{input} , ниже которых передача сигнала между популяциями отсутствует.

Заключение

В результате проведенного исследования были получены следующие ключевые результаты. Во-первых, выбор контрольных узлов на основе метрик центральности обеспечивает значительно более эффективное достижение синхронной активности в моделируемых нейронных сетях по сравнению с случайным выбором контрольных узлов. Во-вторых, избирательная стимуляция данных узлов приводит к значительному увеличению популяционной активности и синхронизации между кластерами, что подтверждает гипотезу о том, что структурные особенности коннектома, выраженные через специфические метрики центральности и межкластерную связность, определяют динамику распространения активности.

Полученные результаты демонстрируют, что целенаправленное воздействие на узлы с высокими значениями центральности может служить перспективной основой для разработки новых методов нейромодуляции и терапии неврологических заболеваний, связанных с нарушением синхронизации. Кроме того, предложенный подход к усилению центральности отдельных узлов позволяет моделировать влияние локальных топологических изменений на глобальную динамику сети, что открывает возможности для дальнейших исследований в области управления сложными нейронными системами.

Перспективы дальнейших исследований включают расширение анализа на многокластерные гетерогенные сети, использование более биологически реалистичных ненаправленных графов, а также более глубокое изучение взаимодействия различных метрик центральности и их вклада в регуляцию синхронной активности. В нашем



исследовании мы полагали силу синаптических связей между отдельными узлами неизменными. Отдельный интерес представляет исследование сетей, обладающих синаптической пластичностью.

Список источников / References

1. Fell, J., Axmacher, N. (2011). The role of phase synchronization in memory processes. *Nature Reviews. Neuroscience*, 12(2), 105–118. <https://doi.org/10.1038/nrn2979>
2. Ward, L.M. (2003). Synchronous neural oscillations and cognitive processes. *Trends in Cognitive Sciences*, 7(12), 553–559. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2003.10.012>
3. Uhlhaas, P.J., Singer, W. (2006). Neural synchrony in brain disorders: relevance for cognitive dysfunctions and pathophysiology. *Neuron*, 52(1), 155–168. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2006.09.020>
4. Bayati, M., Valizadeh, A., Abbassian, A., Cheng, S. (2015). Self-organization of synchronous activity propagation in neuronal networks driven by local excitation. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 9, 69. <https://doi.org/10.3389/fncom.2015.00069>
5. Fletcher, J.M., Wennekers, T. (2018). From Structure to Activity: Using Centrality Measures to Predict Neuronal Activity. *International Journal of Neural Systems*, 28(2), 1750013. <https://doi.org/10.1142/S0129065717500137>
6. Liu, Y.-Y., Slotine, J.-J., Barabási, A.-L. (2011). Controllability of complex networks. *Nature*, 473(7346), 167–173. <https://doi.org/10.1038/nature10011>
7. Gu, S., Pasqualetti, F., Cieslak, M., Telesford, Q.K., Yu, A.B., Kahn, A.E., Medaglia, J.D., Vettel, J.M., Miller, M.B., Grafton, S.T., Bassett, D.S. (2015). Controllability of structural brain networks. *Nature Communications*, 6(1), 8414. <https://doi.org/10.1038/ncomms9414>
8. Dörfler, F., Chertkov, M., Bullo, F. (2013). Synchronization in complex oscillator networks and smart grids. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 110(6), 2005–2010. <https://doi.org/10.1073/pnas.1212134110>
9. Holland, P.W., Laskey, K.B., Leinhardt, S. (1983). Stochastic blockmodels: First steps. *Social Networks*, 5(2), 109–137. [https://doi.org/10.1016/0378-8733\(83\)90021-7](https://doi.org/10.1016/0378-8733(83)90021-7)
10. Boccaletti, S., Latora, V., Moreno, Y., Chavez, M., Hwang, D. (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports*, 424(4–5), 175–308. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2005.10.009>
11. Bovet, A., Makse, H.A. (2021). Centralities in complex networks. В *Encyclopedia of Complexity and Systems Science* (cc. 1–11). Springer Berlin Heidelberg. https://doi.org/10.1007/978-3-642-27737-5_765-1
12. Abbott, L.F. (1999). Lapicque's introduction of the integrate-and-fire model neuron (1907). *Brain Research Bulletin*, 50(5–6), 303–304. [https://doi.org/10.1016/s0361-9230\(99\)00161-6](https://doi.org/10.1016/s0361-9230(99)00161-6)
13. Stimberg, M., Brette, R., Goodman, D.F. (2019). Brian 2, an intuitive and efficient neural simulator. *eLife*, 8. <https://doi.org/10.7554/eLife.47314>
14. Miller, S., Childers, D. (2012). *Probability and Random Processes: With Applications to Signal Processing and Communications*. San Diego: Academic Press. <https://doi.org/10.1016/C2010-0-67611-5>
15. Fornito, A., Zalesky, A., Bullmore, E. (2016). *Fundamentals of brain network analysis*. New York: Academic press.



Информация об авторах

Буллат Базаржапович Батуев, младший научный сотрудник, ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9322-2635>, e-mail: buligarmouth@gmail.com

Арсений Андреевич Онучин, младший научный сотрудник, Сколковский институт науки и технологий, Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7811-5831>, e-mail: arseniyonuchin04.09.97@gmail.com

Сергей Владимирович Сухов, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, УФИРЭ им. В.А. Котельникова РАН, Ульяновск, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8966-6030>, e-mail: ssukhov@ulireran.ru

Information about the authors

Bulat B. Batuev, Junior Researcher, Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9322-2635>, e-mail: buligarmouth@gmail.com

Arseny A. Onuchin, Junior Researcher, Skolkovo Institute of Science and Technology, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7811-5831>, e-mail: arseniyonuchin04.09.97@gmail.com

Sergey V. Sukhov, Candidate of Science (physics-mathematics), Senior Researcher, Ulyanovsk Branch of Kotelnikov Institute of Radio Engineering and Electronics of Russian Academy of Sciences, Ulyanovsk, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8966-6030>, e-mail: ssukhov@ulireran.ru

Вклад авторов

Сухов С.В. — идеи исследования; написание и оформление рукописи; планирование исследования; контроль за проведением исследования.

Батуев Б.Б. — применение статистических, математических или других методов для анализа данных; проведение эксперимента; сбор и анализ данных; визуализация результатов исследования, написание и оформление рукописи.

Онучин А.А. — применение статистических, математических или других методов для анализа данных; проведение эксперимента; сбор и анализ данных; визуализация результатов исследования, написание и оформление рукописи.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

Contribution of the authors

Sukhov S.V. — ideas; writing and design of the manuscript; planning of the research; control over the research.

Batuev B.B. — application of statistical, mathematical or other methods for data analysis; conducting the experiment; data collection and analysis; visualization of research results, writing and design of the manuscript.



Onuchin A.A. — application of statistical, mathematical or other methods for data analysis; conducting the experiment; data collection and analysis; visualization of research results, writing and design of the manuscript.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 30.06.2025

Поступила после рецензирования 11.07.2025

Принята к публикации 16.07.2025

Опубликована 30.09.2025

Received 2025.06.30

Revised 2025.07.11

Accepted 2025.07.16

Published 2025.09.30