

Научная статья | Original paper

УДК 519.85

Сравнительный анализ эффективности использования метаэвристических методов моделирования для решения задачи коммивояжёра

Н.В. Кошуняева✉, А.Г. Тутыгин

ФГБУН «Федеральный исследовательский центр комплексного изучения Арктики имени академика Н.П. Лаверова Уральского отделения Российской академии наук»
Архангельск, Российская Федерация

✉ n.koshunyaeva@narfu.ru

Резюме

Контекст и актуальность. Задача коммивояжёра (TSP) является одной из ключевых NP-трудных задач комбинаторной оптимизации с широким применением в логистике, транспортном планировании и других областях.

Точные методы решения TSP становятся неэффективными при увеличении размерности задачи, что делает актуальным использование метаэвристических методов, таких, как алгоритм имитации отжига (SA), муравьиный алгоритм (ACO) и алгоритм роя частиц (PSO). **Цель.** Провести сравнительный анализ эффективности SA, ACO и PSO для решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами, оценить их сходимость и выявить оптимальные параметры.

Гипотеза. Муравьиный алгоритм, благодаря механизму феромонных следов, обеспечит более высокую точность решений по сравнению с SA и PSO, но потребует больше вычислительных ресурсов. **Методы и материалы.**

В исследовании проведены вычислительные эксперименты с варьированием параметров каждого алгоритма. Для SA анализировались начальная температура и коэффициент охлаждения, для ACO — влияние феромонов и расстояний, для PSO — когнитивный и социальный коэффициенты. **Результаты.** ACO показал наилучшие результаты, найдя маршрут длиной 9.23, демонстрируя высокую эффективность для задач средней размерности. PSO занял промежуточное положение с длиной маршрута 32.64, что делает его пригодным для задач с умеренной сложностью. SA оказался наименее эффективным с длиной маршрута 45.2, что ограничивает его применение для сложных маршрутных сетей. **Выводы.** Муравьиный алгоритм продемонстрировал наибольшую эффективность благодаря балансу между исследованием пространства



решений и эксплуатацией найденных маршрутов, что особенно важно для морской арктической логистики, где требуется устойчивая оптимизация маршрутов в условиях высокой неопределенности. PSO показал хорошую сходимость, но уступает ACO в точности. SA, несмотря на простоту, менее эффективен для задач высокой размерности. Полученные результаты имеют особую практическую ценность для оптимизации маршрутов в Арктическом регионе, где традиционные методы часто оказываются проблематичными для применения.

Ключевые слова: мультиагентное моделирование, метод имитации отжига, алгоритм муравьиной колонии, алгоритм роя частиц, задача коммивояжёра, NP-трудная задача

Финансирование. Работа выполнена в рамках государственного задания лаборатории проблем развития территорий по теме НИР «Теоретико-методологические основы комплексного управления ресурсами развития территорий в современных условиях (на примере западной части Арктической зоны Российской Федерации)».

Для цитирования: Кошуняева, Н.В., Тутыгин, А.Г. (2025). Сравнительный анализ эффективности использования метаэвристических методов для решения задачи коммивояжёра. *Моделирование и анализ данных*, 15(3), 76—93. <https://doi.org/10.17759/MDA.2025150303>

Comparative analysis of the effectiveness of using metaheuristic modeling methods to solve the traveling salesman problem

N.V. Koshunyaeva✉, A.G. Tutygin

N. Laverov Federal Center for Integrated Arctic Research of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Arkhangelsk, Russian Federation

✉ n.koshunyaeva@narfu.ru

Abstract

Context and relevance. The traveling salesman problem (TSP) is one of the key NP-hard combinatorial optimization problems with wide applications in logistics, transportation planning, and other fields. Exact methods for solving TSP become inefficient as the problem dimension increases, making the use of metaheuristic methods such as simulated annealing (SA), ant colony optimization (ACO), and particle swarm optimization (PSO) relevant. **Objective.** To conduct a comparative analysis of the effectiveness of SA, ACO and PSO for solving the traveling salesman problem with 100 points, to evaluate their convergence and to identify the optimal parameters. **Hypothesis.** The ant algorithm, due to the pheromone trail mechanism,



will provide higher accuracy of solutions compared to SA and PSO, but will require more computational resources. **Methods and materials.** The study conducted computational experiments with varying parameters of each algorithm. For SA, the initial temperature and cooling coefficient were analyzed, for ACO, the influence of pheromones and distances, for PSO, the cognitive and social coefficients. **Results.** ACO showed the best results, finding a route with a length of 9.23, demonstrating high efficiency for medium-sized problems. PSO took an intermediate position with a route length of 32.64, making it suitable for moderately complex problems. SA was the least effective, with a route length of 45.2, which limits its use for complex routing networks. **Conclusions.** The ant algorithm demonstrated the greatest efficiency due to the balance between exploring the solution space and exploiting the found routes, which is especially important for maritime Arctic logistics, where sustainable route optimization is required under high uncertainty. PSO showed good convergence, but it is inferior to ACO in terms of accuracy. SA, despite its simplicity, is less effective for high-dimensional problems. The obtained results are of particular practical value for route optimization in the Arctic region, where traditional methods often prove to be ineffective.

Keywords: multi-agent modeling, simulated annealing method, ant colony algorithm, particle swarm algorithm, traveling salesman problem, NP-hard problem

Funding. The work was performed within the framework of the state assignment of the Laboratory of problems of territorial development on the research topic “Theoretical and methodological foundations of integrated resource management of territorial development in modern conditions (using the example of the western part of the Arctic zone of the Russian Federation)”.

For citation: Koshunyaeva, N.V., Tutygin, A.G. (2025). Predictors of successful graduation and overall well-being of graduates. *Modelling and Data Analysis*, 15(3), 76—93. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2025150305>

Введение

Задача коммивояжёра (TSP — Traveling Salesman Problem) является одной из классических NP-трудных задач комбинаторной оптимизации, имеющая широкое практическое применение в логистике, транспортном планировании, биоинформатике и других областях (Applegate et al., 2006; Кагр, 1972). Её суть заключается в поиске на графе кратчайшего замкнутого маршрута, проходящего через все заданные пункты с возвратом в исходную точку. Точное решение TSP для большого числа вершин становится вычислительно неосуществимым из-за экспоненциального роста сложности. Это обуславливает актуальность разработки и сравнительного анализа метаэвристических методов, позволяющих находить приближённые решения с приемлемой точностью за разумное время (Blum, Roli, 2003).

Среди множества метаэвристик особый интерес представляют алгоритмы, основанные на природных системах: муравьиный алгоритм (ACO — Ant Colony Optimization), алгоритм роя частиц (PSO — Particle Swarm Optimization) и алгоритм имитации отжига



(SA — Simulated Annealing). Они демонстрируют высокую эффективность в решении сложных оптимизационных задач благодаря способности балансировать между исследованием пространства решений и эксплуатацией найденных локальных оптимумов (Bonabeau, Dorigo, Theraulaz, 1999; Kirkpatrick, Gelatt, Vecchi, 1983).

Муравьиный алгоритм, основанный на поведении колоний муравьёв, использует механизм феромонных следов для накопления информации о качестве решений (Штобба, 2003; Colorni, Dorigo, Maniezzo, 1991). Алгоритм роя частиц имитирует коллективное поведение стай птиц, где каждая частица адаптирует свою траекторию на основе личного и группового опыта (Kennedy, Eberhart, 1995). Алгоритм имитации отжига, заимствованный из металлургии, применяет вероятностный подход для выхода из локальных минимумов (Kirkpatrick, Gelatt, Vecchi, 1983). Несмотря на обширные исследования этих методов (например, (Иванов, Смирнова, 2021; Попов, Соколов, 2019)), их сравнительная эффективность для TSP остаётся предметом дискуссий, особенно при увеличении размерности задачи.

Целью данной работы является сравнительный анализ эффективности трёх метаэвристических алгоритмов — ACO, PSO и SA — для решения классической задачи коммивояжёра. В рамках исследования:

- Проведена параметрическая настройка каждого алгоритма для задачи со 100 пунктами.
- Оценена сходимость методов на основе длины найденного маршрута и числа итераций.
- Выявлены оптимальные комбинации параметров для каждого из этих алгоритма.

Гипотеза исследования заключается в том, что муравьиный алгоритм, благодаря механизму положительной обратной связи через феромоны, обеспечит более высокую точность решения по сравнению с PSO и SA, но требует больше вычислительных ресурсов.

Научная новизна работы заключается в комплексном экспериментальном сравнении алгоритмов на идентичных тестовых данных с акцентом на влияние параметров на результат. Практическая значимость связана с рекомендациями по выбору метода для задач маршрутизации в реальных условиях, таких, как планирование логистических цепей в условиях севера и Арктики (Иванов, 2021; Тутыгин, Антипова, Коробов, 2020).

Исследование опирается на работы отечественных и зарубежных авторов, включая (Dorigo et al., 2021; Попов, Соколов, 2019; Hussien et al., 2022), а также собственные вычислительные эксперименты. Результаты представлены в сравнительных таблицах и визуализированы для наглядности.

Постановка задачи коммивояжёра

Задача коммивояжёра относится к классу NP-трудных комбинаторных оптимизационных задач. Для построения модели задачи коммивояжёра зададим множество пунктов $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ и матрицы расстояний $D = (d_{ij})$, где d_{ij} — стоимость перехода из пункта v_i в пункт v_j , $i, j = 1, n$. Требуется найти такой замкнутый маршрут



(гамильтонов цикл) минимальной длины, который проходит через каждый пункт ровно один раз и возвращается в исходную точку (Applegate et al., 2006). Целевая функция задаётся следующим образом:

$$L(\pi) = \sum_{i=1}^{n-1} d_{\pi(i), \pi(i+1)} + d_{\pi(n), \pi(1)} \rightarrow \min,$$

где π — перестановка пунктов, задающая порядок их посещения.

В случае полного неориентированного графа общее число различных гамильтоновых циклов составляет $(n-1)!/2$. Это делает точные методы решения задачи неэффективным уже для $n \geq 20$ (Karp, 1972). В отличие от точных методов, требующих экспоненциальных вычислительных ресурсов, современные метаэвристические алгоритмы позволяют находить приближённые решения задачи коммивояжёра за полиномиальное время (Talbi, 2021).

В работе рассматривается евклидова задача коммивояжёра размерности $n = 100$, в которой координаты вершин генерируются случайным образом в единичном квадрате, а расстояния между ними вычисляются как евклидова норма в декартовой системе координат.

Для решения поставленной задачи выбраны три метаэвристических метода: метод имитации отжига, муравьиной колонии, роя частиц.

Решение задачи коммивояжёра алгоритмом имитации отжига

Алгоритм имитации отжига (SA) (Kirkpatrick, Gelatt, Vecchi, 1983) основан на аналогии с термообработкой металлов. Атомы при нагревании покидают свои позиции в кристаллической решётке, а при последующем охлаждении стремятся занять положения с минимальной энергией. Важной особенностью процесса является возможность временного перехода в состояния с более высокой энергией, что предотвращает застревание в локальных минимумах.

Современные исследования (Tsotskas, Kipouros, 2022; Zhang et al., 2020) подтверждают значимость метода имитации отжига среди эффективных эвристик для решения задачи коммивояжёра. Алгоритм показывает наилучшие результаты на задачах средней размерности (Johnson et al., 1989). Приведём SA для решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами с нормализованными координатами из единичного квадрата:

Шаг 1. Задаём параметры задачи (генерируем $n = 100$ пунктов с координатами из промежутка $(0;1)$, расстояние между которыми рассчитывается по евклидовой метрике) и параметры алгоритма (T_{max} — начальную температуру, α — коэффициент охлаждения, T_{min} — минимальную температуру, i_{max} — максимальное количество итераций).

Шаг 2. Находим начальное решение ($x_{current}$) — случайный маршрут с посещением всех пунктов, вычисляем энергию — длину пути ($E_{current}$).

Шаг 3. Основной цикл — метод имитации отжига. Начиная с самого высокого значения температуры (T_{max}) производим вычисления, пока $T > T_{min}$ и не достигнуто i_{max} итераций.



Шаг 3.1. Генерируем новое решение (x_{new}) путём случайной перестановки двух пунктов в маршруте.

Шаг 3.2. Вычисляем изменение энергии — длины пути: $\Delta E = E_{new} - E_{current}$. Если $\Delta E \leq 0$, то принимаем новое решение. Если $\Delta E > 0$, то принимаем новое решение с вероятностью $p = e^{-\Delta E/T}$.

Шаг 3.3. Обновляем лучшее решение, понижаем температуру.

Шаг 4. Сохраняем лучшее найденное решение, визуализируем результаты.

Реализация алгоритма была произведена с использованием языка программирования python. В качестве визуализации решения представляется график сходимости результатов и график найденного лучшего маршрута. При значениях параметров $n = 100$, $Tmax = 1000$, $\alpha = 0,0003$, $Tmin = 1$, $i_{max} = 100000$, длина лучшего найденного маршрута оказалась равной 45.2, которая была достигнута на 23000 итерации. Визуализация результата представлена на рис. 1.

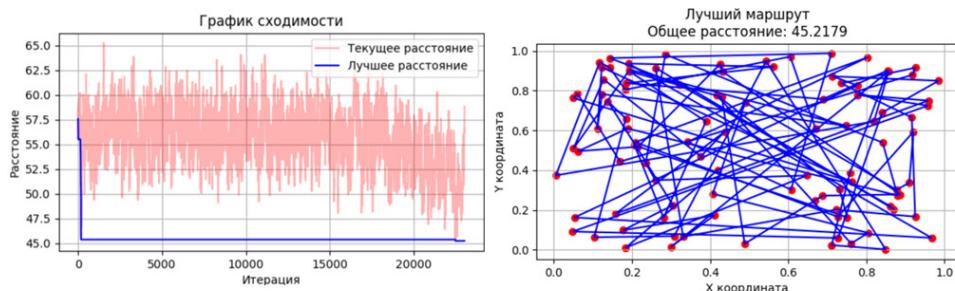


Рис. 1. Результат решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами методом имитации отжига

Fig. 1. The result of solving the traveling salesman problem with 100 points by simulated annealing

Решение задачи коммивояжёра алгоритмом муравьиной колонии

Муравьиный алгоритм (ACO), разработанный М. Дориго в 1990-х годах (Dominguez, Cannella, 2020), относится к природным вычислениям. Он моделирует поведение муравьёв, оставляющих феромоновые следы для нахождения оптимальных путей. В вычислительной реализации каждый «муравей» строит решение задачи коммивояжёра, выбирая следующий пункт на основе уровня феромона и расстояния. ACO эффективен для задач средней размерности благодаря параллелизму, устойчивости к локальным оптимумам и масштабируемости. Приведём алгоритм ACO для решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами с нормализованными координатами из единичного квадрата.

Шаг 1. Задаём параметры задачи (генерируем $n = 100$ городов с координатами из промежутка $(0;1)$, расстояние между которыми — матрица расстояний, рассчитывается



по евклидовой метрике) и параметры алгоритма (m — количество муравьёв, τ — матрица феромонов, проинициализированная малыми значениями τ , α — параметр, задающий влияние феромона, β — параметр, задающий влияние эвристики, ρ — параметр, задающий интенсивность испарения феромона, Q — коэффициент усиления феромона, i_{max} — максимальное количество итераций).

Шаг 2. Размещаем муравьёв по вершинам.

Шаг 3. Основной цикл — метод муравьиной колонии, выполняем, пока не достигнуто i_{max} .

Шаг 3.1. Для каждого муравья выполняем цикл по количеству вершин в графе. Для текущей вершины вычисляем вероятность перехода в каждую следующую не-

посещённую вершину по формуле: $P_{ij} = \frac{\tau_{ij}^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{m \in A} \tau_{im}^\alpha \eta_{im}^\beta}$, где τ_{ij} — количество феромона

между вершинами i и j , η_{ij} — эвристическая информация, A — множество вершин, ещё не включенных в маршрут. Следующую вершину для посещения выбираем с учётом рассчитанной вероятности и добавляем её в маршрут муравья. После посещения муравьём всех вершин запоминаем полученное решение.

Шаг 3.2. После сравнения всех найденных решений муравьями, находим лучшее решение и обновляем лучший маршрут и минимальную длину пути.

Шаг 3.3. Изменяем количество оставшегося феромона на рёбрах графа, то есть обновляем феромонную матрицу по следующей формуле: $\tau_{ij} \leftarrow \tau_{ij} \cdot (1 - \rho) + Q / L_k$, где L_k — длина маршрута k -го муравья.

Шаг 4. Выводим лучший маршрут и его длину, визуализируем результат.

Реализация алгоритма была произведена с использованием языка программирования python. В качестве визуализации решения представляется график сходимости результатов и график найденного лучшего маршрута. При значениях параметров $n = 100$, $\alpha = 0,5$, $\beta = 3,5$, $\rho = 0,3$, длина найденного маршрута оказалась равной 9.23, которая была достигнута на 98-й итерации. Визуализация результата представлена на рис. 2.

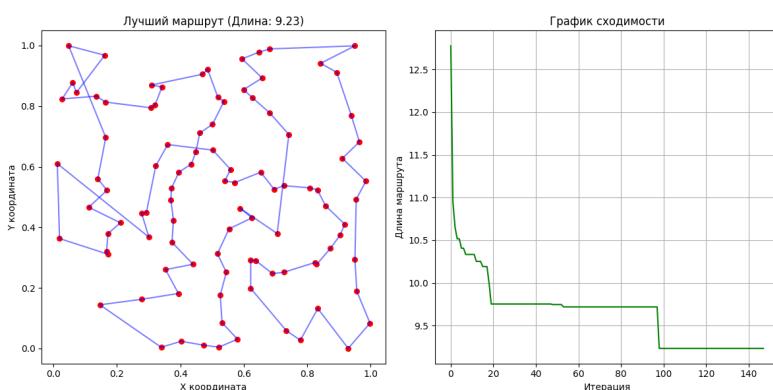


Рис. 2. Результат решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами методом муравьиной колонии
Fig. 2. The result of solving the traveling salesman problem with 100 points using the antcolony method



Решение задачи коммивояжёра алгоритмом роя частиц

Метод роя частиц (PSO) представляет собой мультиагентный алгоритм оптимизации, в котором множество взаимодействующих частиц совместно исследуют пространство решений. Разработанный Кеннеди и Эберхартом (Bonabeau, Dorigo, Theraulaz, 1999) на основе идей Рейнольдса, он моделирует движение частиц, которые корректируют свою скорость и положение, ориентируясь на личный лучший результат и лучшее решение всей группы. Алгоритм эффективно исследует пространство поиска, сходясь к оптимуму (Попов, Соколов, 2019). Приведём алгоритм PSO для решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами с нормализованными координатами из единичного квадрата.

Шаг 1. Задаём параметры задачи (генерируем $n = 100$ городов с координатами из промежутка $(0;1)$, расстояние между которыми — матрица расстояний, рассчитывается по евклидовой метрике) и параметры алгоритма (c_1 — когнитивный коэффициент, c_2 — социальный коэффициент, w — инерционный вес, i_{max} — максимальное количество итераций, создаём m — частиц, где каждая представляет $x_{current}$ — текущий случайный маршрут, v — скорость, подразумевающая список перестановок пар пунктов, x_k — копия лучшего личного решения, L_k — длина лучшего личного решения).

Шаг 2. Определяем лучший маршрут (x_{best}) среди всех частиц и его длину (L_{min}).

Шаг 3. Основной цикл — метод роя частиц, выполняем, пока не достигнуто i_{max} .

Шаг 3.1. Обновляем скорости частиц по формуле: $v_{current} \leftarrow w \cdot v_{current} + c_1 \cdot rand() (x_k - x_{current}) + c_2 \cdot rand() (x_{best} - x_{current})$, где ($rand()$ — случайное число из $[0,1]$)

Шаг 3.2. Обновляем положение частицы: $x_{current} \leftarrow x_{current} \cdot v_{current}$

Шаг 3.3. Вычисляем L_k и L_{min} . Если найденные личное и глобальное решения лучше, то обновляем их.

Шаг 4. Выводим лучший маршрут и его длину, визуализируем результат.

Реализация алгоритма была произведена с использованием языка программирования python. В качестве визуализации решения представляется график сходимости результатов и график найденного лучшего маршрута. При значениях параметров $n = 100$; $c_1 = 1,6$; $c_2 = 0,8$; $w = 0,4$, длина найденного маршрута оказалась равной 32.64, которая была достигнута на 92-й итерации. Визуализация результата представлена на рис. 3.

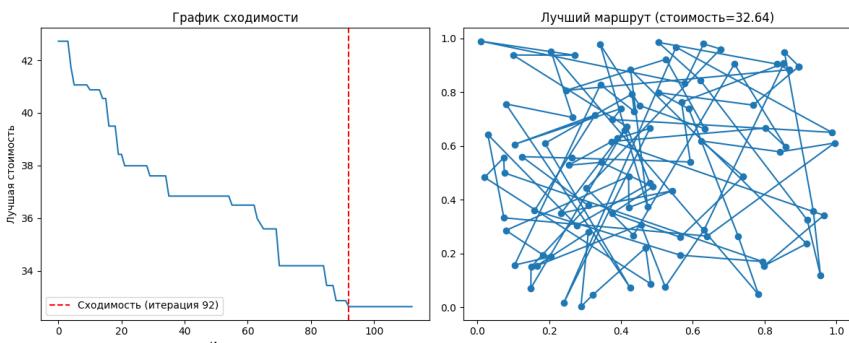


Рис. 3. Результат решения задачи коммивояжёра со 100 пунктами методом роя частиц

Fig. 3. The result of solving the traveling salesman problem with 100 points by the particles warm method



Результаты вычислительных экспериментов

Для определения оптимальных параметров алгоритмов проведена серия вычислительных экспериментов с варьированием ключевых коэффициентов каждого метода.

В параметрических экспериментах при решении задачи коммивояжёра с использованием метода PSO варьировались коэффициент начальной температуры T_{max} и коэффициент охлаждения α . Полученные результаты представлены в табл. 1. В правом верхнем углу каждой ячейки указан номер шага сходимости алгоритма, а в нижнем левом углу — значение длины найденного маршрута.

Таблица 1 / Table 1

Решение задачи коммивояжёра методом имитации отжига

Solving the traveling salesman problem by simulated annealing

α	1000	800	600	400	200	100
T_{max}	6000 41,72	6000 40,61	6000 43,34	5000 45,83	5000 42,55	4000 46,58
0,001	8000 44,89	8000 43,45	7000 42,9	7000 39,32	6000 42,08	5000 44,73
0,0008	11000 44,56	11000 44,51	10000 41,59	9000 41,78	8000 43,02	7000 39,42
0,0006	17000 42,65	16000 42,10	15000 45,13	14000 41,51	13000 39,46	11000 44,36
0,0004	34000 40,17	33000 42,90	31000 40,81	29000 41,27	26000 40,72	43000 44,51
0,0002	69000 40,00	66000 41,42	63000 41,48	59000 39,69	52000 40,69	46000 42,09
0,0001						

Анализируя полученные результаты, можно сделать выводы о том, что с понижением начальной температуры алгоритм быстрее сходится к оптимальному решению: чем выше значение скорости охлаждения, тем меньше итераций требуется для получения итогового значения; значения длин маршрутов варьируется от 39,32 до 46,58.

В параметрических экспериментах при решении задачи коммивояжёра с использованием метода АСО варьировались коэффициенты α — значимость феромона, β — значимость расстояния и ρ — интенсивность испарения феромона. Полученные результаты представлены в табл. 2. В правом верхнем углу каждой ячейки указан номер шага алгоритма, а в нижнем левом — значение длины найденного маршрута. Серым цветом выделены ячейки с полученной длиной маршрута меньше 9.00.



Таблица 2 / Table 2

Решение задачи коммивояжёра методом муравьиной колонии
Solving the traveling salesman problem by the ant colony method

		$\rho=0,3$							
$\alpha \backslash \beta$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	
0	44 45,08	175 35,83	22 30,35	108 22,29	8 17,43	56 12,34	53 11,48	16 11,00	
0,5	58 45,36	71 28,03	49 16,23	46 11,78	75 10,71	72 9,78	74 9,35	98 9,23	
1	43 42,18	45 12,07	28 10,38	73 9,11	114 8,01	95 8,68	175 8,29	87 7,95	
1,5	74 44,94	41 8,91	33 8,59	27 8,94	54 8,79	5 8,38	24 8,14	55 8,15	
2	1 42,17	51 10,83	12 9,07	6 9,54	25 7,98	11 8,67	21 8,21	6 8,80	
2,5	1 45,06	6 13,62	5 9,40	8 7,96	2 8,25	4 8,31	44 8,70	7 8,97	
3	1 44,48	6 13,29	16 9,12	14 9,56	16 8,74	3 8,60	8 9,33	5 8,25	
3,5	1 43,79	6 14,12	8 10,56	8 8,66	3 8,57	5 8,56	4 9,04	26 8,66	

$\rho=0,5$

		$\rho=0,5$							
$\alpha \backslash \beta$	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	
0	117 41,04	444 36,81	181 28,15	100 21,13	395 16,42	30 13,38	95 11,7	66 10,95	
0,5	251 43,37	234 28,75	456 42,9	112 12,24	424 9,93	417 8,87	371 8,82	448 7,88	
1	456 42,9	332 10,87	485 9,44	458 8,71	190 8,50	66 8,64	44 8,12	25 8,66	
1,5	2 43,57	56 9,70	69 8,59	32 8,25	31 8,49	39 8,37	27 8,31	15 8,58	
2	49 44,53	37 10,23	27 9,26	18 8,82	17 8,85	20 8,97	5 8,32	3 8,98	
2,5	22 45,38	31 10,65	22 8,85	15 8,77	10 9,43	8 8,39	5 8,93	5 8,64	
3	25 43,64	22 10,87	18 9,33	13 8,33	5 9,14	3 8,92	8 7,86	8 9,02	
3,5	20 44,29	18 11,10	10 9,82	8 8,56	8 8,62	5 8,75	8 8,69	3 8,39	



		$\rho=0,7$							
$\alpha \backslash \beta$	β	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
0	93 44,87	74 34,44	70 30,2	23 21,64	25 17,22	17 13,46	10 11,01	6 11,13	
0,5	87 44,82	52 22,29	22 14,87	67 11,39	15 10,30	21 9,70	45 8,32	14 9,21	
1	108 43,77	51 11,77	88 8,64	111 8,91	61 8,32	23 7,93	65 8,24	30 8,29	
1,5	3 45,62	29 9,74	26 8,68	26 8,04	16 8,16	49 7,99	32 8,57	55 8,46	
2	1 45,53	21 11,63	10 9,12	21 8,39	10 8,29	3 8,00	20 8,40	10 8,43	
2,5	2 46,27	7 13,47	7 9,39	7 9,37	2 9,49	3 9,02	5 8,44	4 8,75	
3	2 44,50	4 14,79	8 10,18	19 9,79	5 8,81	3 8,71	3 8,61	15 8,30	
3,5	1 44,61	10 16,50	8 9,75	7 9,18	6 9,78	3 9,06	1 8,57	3 8,39	

Анализируя полученные результаты, можно сделать вывод о том, что результат работы алгоритма АСО в большой степени зависит от значений входных параметров, значения длины маршрутов находятся в диапазонах от 46,27 (при $\rho = 0,7$, $\alpha = 2,5$ и $\beta = 0$) до 7,86 (при $\rho = 0,5$, $\alpha = 3$ и $\beta = 3$). При нулевом значении параметра видимости ($\beta = 0$) алгоритм теряет способность учитывать расстояния между пунктами, что приводит к попаданию в локальные оптимумы, значительному ухудшению качества решений, длине маршрутов в диапазоне 41,04—46,27 (наихудшие показатели), независимости результатов от значений α и ρ . При $\alpha = 0$ (игнорирование феромонов) наблюдается снижение эффективности алгоритма, разброс результатов 10,95—45,08, потеря коллективного «опыта» муравьев, преобладание случайного поиска.

Проведенные исследования демонстрируют существенное преимущество муравьиного алгоритма перед методом имитации отжига при решении задачи коммивояжёра. Экспериментальные данные подтверждают, что увеличение параметра видимости β приводит к систематическому снижению длины конечного маршрута. Однако анализ чувствительности алгоритма выявил значительную зависимость результатов от баланса между параметрами α и β — даже незначительные изменения их значений вызывают существенные колебания качества решения. Эта особенность объясняется сложным нелинейным взаимодействием факторов влияния феромонных следов и эвристической информации о расстояниях между пунктами. Наблюдаемая неустойчивость работы алгоритма при нарушении баланса параметров подчеркивает важность их тщательного подбора для каждой конкретной постановки задачи.



В параметрических экспериментах при решении задачи коммивояжёра с использованием метода PSO варьировались параметры w — коэффициент инерции, c_1 — когнитивный коэффициент и c_2 — социальный коэффициент. Полученные результаты представлены в табл. 3. В правом верхнем углу каждой ячейки указан номер шага сходимости алгоритма, а в нижнем левом углу — значение длины найденного маршрута. Серым цветом выделены ячейки с полученной длиной маршрута меньше 30.00.

Таблица 3 / Table 3

Решение задачи коммивояжёра методом роя частиц
Solving the traveling salesman problem by the particle swarm method

$w = 0,2$								
$c_1 \backslash c_2$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
0	2 48,30	1 46,41	499 45,71	499 44,64	1 45,29	499 49,55	1 46,52	1 45,56
0,2	121 32,55	35 39,44	249 26,98	234 28,33	221 25,20	240 25,51	282 24,18	60 39,82
0,4	93 32,89	83 31,65	81 31,02	87 31,98	115 30,14	132 30,33	120 30,59	150 25,33
0,6	36 33,88	35 32,94	43 31,92	54 30,18	63 31,51	72 30,83	110 27,54	90 27,12
0,8	24 30,67	32 33,87	27 40,79	39 30,47	50 32,89	40 30,42	57 28,48	48 30,33
1	15 34,10	24 29,98	28 31,57	35 28,81	34 30,69	44 31,44	58 30,39	39 28,49
1,2	17 34,57	20 33,22	17 31,41	37 29,81	45 33,32	29 31,63	45 28,01	27 33,43
1,4	12 36,14	17 34,18	17 31,36	26 33,84	18 34,09	29 28,33	40 31,15	50 27,19
$w = 0,4$								
$c_1 \backslash c_2$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
0	1 48,44	8 43,30	8 49,79	2 49,05	4 43,78	8 46,49	1 46,92	5 50,43
0,2	110 34,04	16 41,96	21 45,32	138 40,68	339 27,95	18 43,55	34 39,46	88 40,27
0,4	40 33,44	144 30,65	175 30,02	198 28,75	29 41,24	50 38,31	171 34,85	53 41,08
0,6	67 34,19	73 30,29	142 31,66	145 29,88	21 39,97	19 38,72	40 41,68	13 43,47
0,8	48 35,92	81 32,42	146 30,19	189 28,87	178 27,06	217 29,98	83 36,06	28 44,67



$w = 0,4$								
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
1	40 31,67	47 34,23	110 27,13	156 29,18	137 29,09	46 36,91	22 40,26	63 33,73
1,2	41 30,76	60 28,39	79 30,57	126 29,14	147 28,95	210 32,07	37 38,98	243 30,95
1,4	35 30,73	44 34,18	62 31,00	86 31,62	154 28,60	212 27,88	302 25,06	152 33,01
$w = 0,6$								
$c_1 \backslash c_2$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4
0	1 44,27	2 44,18	1 47,58	1 47,53	2 45,58	20 43,77	4 47,11	15 47,07
0,2	140 34,08	42 41,35	42 43,47	34 44,16	8 46,54	28 42,75	37 43,68	22 42,13
0,4	152 33,06	85 42,51	23 40,42	22 44,71	64 42,03	10 42,87	42 46,12	40 43,78
0,6	143 32,13	4 42,86	23 44,04	7 45,23	34 45,49	31 43,49	12 45,73	20 41,07
0,8	134 33,09	12 40,33	27 40,79	6 43,17	61 41,96	38 43,48	13 41,98	26 46,11
1	217 31,29	70 41,14	10 45,45	6 45,59	29 43,66	42 45,64	33 46,72	24 41,81
1,2	221 31,09	5 44,29	7 45,53	15 41,73	12 45,28	44 41,5	8 44,43	27 44,34
1,4	181 31,25	45 42,26	17 42,17	8 43,52	18 44,14	4 44,03	27 42,18	499 40,79

Анализируя полученные результаты можно сделать вывод о том, что длина маршрута в зависимости от значений параметров алгоритма варьируется от 24,18 до 49,79; наилучшая сходимость алгоритма наблюдается при значениях коэффициента инерции $w=0,2$ и $w=0,4$.

Экспериментальные данные показывают, что при инерционном коэффициенте $w=0,6$ длина получаемых маршрутов существенно превышает результаты, достигнутые при меньших значениях данного параметра. Такая зависимость свидетельствует о том, что снижение инерции способствует более эффективному исследованию пространства решений и усиливает влияние когнитивного (c_1) и социального (c_2) компонентов алгоритма. При этом оптимальная производительность достигается при умеренных значениях c_1 и c_2 , которые позволяют избежать преждевременной сходимости к субоптимальным решениям.

Сравнительный анализ продемонстрировал промежуточное положение алгоритма роя частиц по эффективности между методом имитации отжига и муравьиным



алгоритмом при решении задачи коммивояжёра. Важно отметить, что для получения качественных решений требуется проведение многочисленных вычислительных экспериментов с различными комбинациями параметров. Однако даже при фиксированных значениях c_1 и c_2 наблюдается значительная вариативность результатов, что свидетельствует о высокой чувствительности алгоритма к начальным условиям и сложном характере взаимодействия управляющих параметров. Данная особенность подчеркивает необходимость разработки более совершенных механизмов балансировки влияния различных факторов в алгоритме.

Обсуждение результатов

Проведенное сравнительное исследование SA, ACO и PSO для решения задачи коммивояжёра позволило выявить существенные различия в их эффективности. Наибольшую точность продемонстрировал муравьиный алгоритм, который в среднем находил маршруты значительно короче по сравнению с методом имитации отжига и с алгоритмом роя частиц для тестовых примеров размерностью в 100 вершин. Это объясняется способностью ACO эффективно комбинировать положительную обратную связь через феромонные следы с эвристической информацией о расстояниях между пунктами, что обеспечивает устойчивый баланс между исследованием пространства решений и эксплуатацией найденных хороших маршрутов.

Алгоритм роя частиц показал промежуточные результаты, превосходя метод имитации отжига по скорости сходимости, но уступая муравьиному алгоритму по точности конечного решения. Наилучшие показатели PSO наблюдались при относительно низких значениях инерционного веса ($w \sim 0,3 - 0,4$) и умеренных коэффициентах социального и когнитивного влияния ($c_1 \sim 1,2 - 1,5, c_2 \sim 1,0 - 1,2$), что подтверждает важность правильного баланса между индивидуальным и коллективным опытом частиц.

Метод имитации отжига, несмотря на простоту реализации, продемонстрировал наименьшую эффективность, особенно заметную при увеличении размерности задачи. При $n > 200$ качество решений SA существенно ухудшалось, в то время как ACO и PSO сохраняли приемлемую точность. Это связано с фундаментальным ограничением SA — отсутствием механизма накопления и использования коллективного опыта, что критически важно для задач высокой размерности.

Особый интерес представляют результаты параметрического анализа, выявившие различную чувствительность методов к настройкам. Муравьиный алгоритм показал наибольшую стабильность при вариации параметров в диапазонах $\alpha \in [0,5, 1,5]$ и $\beta \in [2, 5]$, в то время как PSO требовал более точной настройки коэффициентов. Это делает ACO более предпочтительным для практического применения, особенно в условиях, когда невозможно проводить многократную тонкую настройку параметров для каждой конкретной задачи.

Полученные результаты согласуются с современными исследованиями в области метаэвристической оптимизации, подтверждая, что для задач комбинаторной оптимизации, подобных TSP, методы, основанные на коллективном интеллекте (ACO,



PSO), как правило, превосходят подходы, основанные на индивидуальном поиске (SA). Особую значимость это имеет для морской транспортной логистики Арктического региона, где в условиях высокой неопределенности для принятия решений требуется учет множества динамических факторов и оптимизация сложных маршрутных сетей (пример расчета маршрутов для портов и портопунктов Белого моря приведен авторами в работе (Кошуняева, Тутыгин, 2025)).

Заключение

Сравнительный анализ метаэвристических методов (имитации отжига, муравьиного и роя частиц) подтвердил гипотезу о преимуществе подходов, основанных на коллективном интеллекте, для решения задачи коммивояжёра. Наибольшую эффективность продемонстрировал муравьиный алгоритм, обеспечивающий оптимальный баланс между качеством решений и вычислительными затратами. Это преимущество объясняется эффективным сочетанием механизмов положительной обратной связи через феромонные следы и использования эвристической информации о расстояниях между городами.

Параметрический анализ выявил оптимальные диапазоны значений управляющих коэффициентов для каждого алгоритма. Для муравьиного алгоритма наилучшие результаты достигаются при $\alpha \in [0.5, 1.5]$, $\beta \in [2, 5]$ и $\rho \in [0.1, 0.3]$, что подтверждает важность сбалансированного учёта как коллективного опыта (феромоны), так и локальной информации (расстояния). Метод имитации отжига, несмотря на простоту реализации, оказался наименее эффективным, особенно при увеличении размерности задачи, что связано с отсутствием механизмов накопления и использования коллективного опыта.

Полученные результаты имеют практическую ценность для различных областей, включая арктическую морскую транспортную логистику, где требуется устойчивая оптимизация маршрутов в условиях высокой неопределённости.

Список источников / References

1. Иванов, П.С., Смирнова, Л.К. (2021). Применение муравьиных алгоритмов для решения задачи коммивояжёра. Искусственный интеллект и принятие решений, 3, 45—58. Ivanov, P.S., Smirnova, L.K. (2021). Application of Ant Algorithms for Solving the Traveling Salesman Problem. Artificial Intelligence and Decision Making, 3, 45—58. (In Russ.).
2. Иванов, С.М. (2021). Транспортные системы Арктики: вызовы и решения. СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 200 с. Ivanov, S.M. (2021). Transport Systems of the Arctic: Challenges and Solutions. St. Petersburg: Polytechnic University Press, 200 p. (In Russ.).
3. Кошуняева, Н.В., Тутыгин, А.Г. (2025). Нечеткий муравьиный алгоритм для оптимизации маршрутов судов в Белом море. Вестник Воронежского государственного технического университета, 21(2), 26—33. DOI: 10.36622/1729-6501.2025.21.2.004. (На рус.). URL: <https://doi.org/10.36622/1729—6501.2025.21.2.004> (дата обращения: 10.07.2025).



- Koshunyaeva, N.V., Tutygin A.G. (2025). Fuzzy Ant Algorithm for Ship Route Optimization in the White Sea. *Bulletin of Voronezh State Technical University*, 21(2), 26—33. (In Russ.). URL: <https://doi.org/10.36622/1729-6501.2025.21.2.004> (viewed: 10.07.2025).
4. Попов, Д.И., Соколов А.Ю. (2019). Алгоритмы роевого интеллекта: метод роя частиц и его модификации. *Искусственный интеллект и принятие решений*, 3, 45—62.
Popov D.I., Sokolov A.Yu. (2019). Swarm Intelligence Algorithms: Particle Swarm Method and Its Modifications. *Artificial Intelligence and Decision Making*, 3, 45—62. (In Russ.).
5. Тутыгин, А.Г., Антипов, Е.О., Коробов, В.Б. (2020). Проблемы моделирования логистических операций в Арктической зоне Российской Федерации. Архангельск: КИРА, 244 с.
Tutygin, A.G., Antipov, E.O., Korobov, V.B. (2020). *Modeling of Logistics Operations in the Arctic Zone of the Russian Federation*. Arkhangelsk: KIRA, 244 p. (In Russ.).
6. Штоба, С.Д. (2003). Муравьиные алгоритмы. Exponenta Pro. Математика в приложениях, 4, 70—75. URL: <https://www.researchgate.net/publication/279535061> (дата обращения: 23.10.2024).
Stovba, S.D. (2003). Ant Algorithms. Exponenta Pro. Mathematics in Applications, 4, 70—75. (In Russ.). URL: <https://www.researchgate.net/publication/279535061> (viewed: 23.10.2024).
7. Applegate, D.L., Bixby, R.E., Chvatal, V., Cook, W.J. (2006). The Traveling Salesman Problem: A Computational Study. Princeton: Princeton University Press, 606 p. ISBN: 978-0-691-12993-8
8. Blum, C., Roli A. (2003). Metaheuristics in Combinatorial Optimization: Overview and Conceptual Comparison. *ACM Computing Surveys*, 35(3), 268—308. <https://doi.org/10.1145/937503.937505>
9. Bonabeau, E., Dorigo, M., Theraulaz, G. (1999). Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems. Oxford: Oxford University Press, 307 p. ISBN: 978-0-19-513158-1
10. Colorni, A., Dorigo, M., Maniezzo, V. (1991). Distributed Optimization by Ant Colonies. *Proceedings of ECAL'91*, 134—142. Paris: Elsevier.
11. Dominguez, R., Cannella, S. (2020). Insights on Multi-Agent Systems Applications for Supply Chain Management. *Journal of Sustainability*, 12(5), 1—15. <https://doi.org/10.3390/su12051842>
12. Dorigo, M., et al. (2021). Ant Colony Optimization: A 30-Year Retrospective. *Swarm Intelligence*, 15(1—2), 1—42. <https://doi.org/10.1007/s11721-021-00202-8>
13. Johnson D.S. et al. (1989). Optimization by Simulated Annealing: An Experimental Evaluation. *Operations Research*, 37(6), 865—892. <https://doi.org/10.1287/opre.37.6.865>
14. Hussien, A.G. et al. (2022). Recent Advances in Harris Hawks Optimization. *Neural Computing and Applications*, 34, 8939—8980. <https://doi.org/10.1007/s00521-022-07173-w>
15. Karp, R.M. (1972). Reducibility Among Combinatorial Problems. In: Complexity of Computer Computations. New York: Plenum Press, 85—103. https://doi.org/10.1007/978-1-4684-2001-2_9
16. Kennedy, J., Eberhart, R. (1995). Particle Swarm Optimization. Proceedings of ICNN'95 — International Conference on Neural Networks, 4, 1942—1948. <https://doi.org/10.1109/ICNN.1995.488968>
17. Kirkpatrick, S., Gelatt, C.D., Vecchi, M.P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220(4598), 671—680. <https://doi.org/10.1126/science.220.4598.671>
18. Stützle, T., Hoos, H.H. (2000). MAX—MIN Ant System. *Future Generation Computer Systems*, 16(8), 889—914. [https://doi.org/10.1016/S0167-739X\(00\)00043-1](https://doi.org/10.1016/S0167-739X(00)00043-1)
19. Talbi, E.-G. (2021). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. ACM Computing Surveys, 54(6), 1—42. <https://doi.org/10.1145/3460772>



20. Tsotskas, C., Kipouros, T. (2022). *Simulated Annealing in Aerospace Engineering: A 2020s Perspective*. AIAA Journal, 60(4), 1–18. <https://doi.org/10.2514/1.J061824>
21. Zhang, Y. et al. (2020). Improved Simulated Annealing for Large-scale TSP. Applied Soft Computing, 86, 105890. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.105890>

Информация об авторах

Кошуняева Надежда Владимировна, научный сотрудник ФГБУН «Федеральный исследовательский центр комплексного изучения Арктики имени академика Н.П. Лаверова Уральского отделения Российской академии наук» (ФГБУН ФИЦКИА УрО РАН), г. Архангельск, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-0779-9141>, e-mail: n.koshunyaeva@narfu.ru

Тутыгин Андрей Геннадьевич, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ФГБУН «Федеральный исследовательский центр комплексного изучения Арктики имени академика Н.П. Лаверова Уральского отделения Российской академии наук» (ФГБУН ФИЦКИА УрО РАН), г. Архангельск, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9821-651X>, e-mail: andgt64@yandex.ru

Information about the authors

Nadezhda V. Koshunyaeva, researcher N. Laverov Federal Center for Integrated Arctic Research of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (FECIAR UrB RAS), Arkhangelsk, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-0779-9141>, e-mail: n.koshunyaeva@narfu.ru

Andrey G. Tutygin, candidate of physico-mathematical sciences, leading researcher N. Laverov Federal Center for Integrated Arctic Research of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences (FECIAR UrB RAS), Arkhangelsk, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9821-651X>, e-mail: andgt64@yandex.ru

Вклад авторов

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

Contribution of the authors

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

Конфликт интересов

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Conflict of interest

The authors declare no conflict of interest.

Декларация об этике

Данное исследование не требует этического одобрения, так как оно основано исключительно на вычислительных экспериментах с алгоритмами и не предполагает работы с человеческими



Кошуняева Н.В., Тутыгин А.Г. (2025)
Сравнительный анализ эффективности
использования метаэвристических методов...
Моделирование и анализ данных, 2025. 15(3), 76–93.

Koshunyaeva N.V., Tutygin A.G. (2025)
Predictors of successful graduation
and overall well-being of graduates
Modelling and Data Analysis, 2025. 15(3), 76–93.

участниками или персональными данными. Соответственно, процедура получения информационного согласия не применялась.

Ethics statement

This study does not require ethical approval as it is based solely on computational experiments with algorithms and does not involve human participants or personal data. Therefore, the informed consent procedure was not applicable

Поступила в редакцию 24.07.2025

Received 2025.07.24

Поступила после рецензирования 29.07.2025

Revised 2025.07.29

Принята к публикации 05.08.2025

Accepted 2025.08.05

Опубликована 30.09.2025

Published 2025.09.30