

## Научная статья | Original paper

УДК 519.852

# Применение методов линейного программирования для автоматизированного планирования персонализированных тренировочных программ

М.Н. Татаренко

Московский авиационный институт (национальный исследовательский институт)  
Москва, Российская Федерация  
✉ michaelttarenko@gmail.com

## Резюме

**Контекст и актуальность.** Разработана гибридная модель целочисленного линейного программирования (MILP) для автоматизации планирования тренировочных программ, объединяющая извлечение знаний из экспертных планов и модель физиологической динамики усталости. Подход позволяет автоматически калибровать параметры восстановления по структуре планов без медицинских измерений.

**Цель.** Разработать и эмпирически валидировать гибридную MILP-модель, способную извлекать латентные паттерны периодизации и формировать физиологически обоснованные программы с учётом динамики мышечной усталости. **Гипотезы.** (1) Коэффициент восстановления мышечных групп может быть извлечён из временной структуры экспериментального плана. (2) Сочетание линейных ограничений и экспоненциальной модели усталости воспроизводит микроциклическую периодизацию без явного программирования. (3) Гибридный подход обеспечивает баланс структурной точности и вариативности упражнений.

**Методы и материалы.** Проведён описательный анализ реального тренировочного плана женской команды гандбола «Ростов-Дон» (24 сессии). Для оценки статистической значимости смоделировано нулевое распределение метрик методом Монте-Карло ( $N = 1\,000$ ) при тех же структурных ограничениях; вычислены z-оценки и p-значения по нормальной аппроксимации ( $\alpha = 0,05$ ). Модель содержит 32 бинарные переменные (упражнения), матрицу интенсивности  $32 \times 8$ , динамическое взвешивание (базовая полезность, бонус разнообразия, штраф усталости) и автоматическое извлечение коэффициента восстановления  $\lambda$ . Реализация: Python 3.11,



PuLP 2.7, CBC 2.10. **Результаты.** Косинусное сходство распределения нагрузки — 0,722 (против  $0,634 \pm 0,025$  у случайной генерации;  $z = 3,55$ ;  $p < 0,0002$ ); точное совпадение объёма (EMR) — 55,2% (против  $38,1 \pm 3,2\%$ ;  $p < 0,001$ ); индекс Жаккара — 0,37 (против  $0,21 \pm 0,08$ ;  $p < 0,001$ ); обнаружены 22 микроциклических паттерна. Извлечённый коэффициент восстановления  $\lambda = 0,345$  соответствует периоду полувосстановления  $\approx 2,0$  тренировки.

**Выводы.** Гибридный подход демонстрирует возможность автоматического извлечения физиологически значимых параметров и паттернов периодизации из структуры реальных планов. Высокая вычислительная эффективность (< 0,5 с на план) и интерпретируемость делают модель пригодной для практической автоматизации планирования тренировок.

**Ключевые слова:** смешанно-целочисленное линейное программирование, оптимизация тренировочных планов, периодизация, модель мышечной усталости, коэффициент восстановления, подбор упражнений, автоматизированное планирование тренировок, симуляция Монте-Карло, операционные исследования; гандбол (женщины)

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке Фонда содействия инновациям в рамках НИОКР по Договору № 57ГС1С7-15/90989 от 26.12.2023.

**Дополнительные данные.** Наборы данных доступны по адресу: [https://gitverse.ru/Mich4el/Application\\_of\\_Linear\\_Programming\\_Methods\\_for\\_Automated\\_Planning\\_of\\_Personalized\\_Training\\_Programs](https://gitverse.ru/Mich4el/Application_of_Linear_Programming_Methods_for_Automated_Planning_of_Personalized_Training_Programs)

**Для цитирования:** Татаренко, М.Н. (2025). Применение методов линейного программирования для автоматизированного планирования персонализированных тренировочных программ. *Моделирование и анализ данных*, 15(4), 71—86. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150405>

## Application of linear programming methods for automated planning of personalized training programs

**M.N. Tatarenko**

Moscow aviation institute (national research university), Moscow, Russian Federation

✉ michael.tatarenko@gmail.com

### Abstract

**Context and relevance.** We developed a hybrid mixed-integer linear programming (MILP) model to automate training-program planning that combines knowledge extraction from expert plans with a physiological model of fatigue dynamics. The approach enables automatic calibration of recovery parameters from plan



structure without medical measurements. **Objective.** To develop and empirically validate a hybrid MILP model that extracts latent periodization patterns and generates physiologically grounded programs accounting for muscle-fatigue dynamics. **Hypotheses.** (1) The recovery coefficient of muscle groups can be inferred from the temporal structure of an expert plan. (2) The combination of linear constraints with an exponential fatigue model reproduces microcycle periodization without explicit rule coding. (3) The hybrid approach balances structural fidelity and exercise variability. **Methods and materials.** We performed a descriptive analysis of a real training plan for the women's handball team "Rostov-Don" (24 sessions). To assess statistical significance, we simulated a Monte-Carlo null distribution of the metrics ( $N = 1,000$ ) under the same structural constraints and computed z-scores and normal-approximation p-values ( $\alpha = 0.05$ ). The model uses 32 binary decision variables (exercises), a  $32 \times 8$  intensity matrix, dynamic weighting (base utility, diversity bonus, fatigue penalty), and automatic estimation of the recovery coefficient  $\lambda$ . Implementation: Python 3.11, PuLP 2.7, CBC 2.10. **Results.** Cosine similarity of load distribution = 0.722 (vs  $0.634 \pm 0.025$  for random generation;  $z = 3.55$ ;  $p < 0.0002$ ); exact volume match (EMR) = 55.2% (vs  $38.1 \pm 3.2\%$ ;  $p < 0.001$ ); Jaccard index = 0.37 (vs  $0.21 \pm 0.08$ ;  $p < 0.001$ ); 22 microcycle patterns detected. The extracted recovery coefficient  $\lambda = 0.345$  corresponds to a half-recovery period of  $\approx 2.0$  sessions. **Conclusions.** The hybrid approach enables automatic extraction of physiologically meaningful parameters and periodization patterns from real-world plan structure. High computational efficiency (< 0.5 s per plan) and interpretability make the model suitable for practical automation of training-program design.

**Keywords:** mixed-integer linear programming (MILP); training plan optimization; periodization; muscle fatigue model; recovery coefficient; exercise selection; automated training plan scheduling; Monte Carlo simulation; operations research; handball (women's)

**Funding.** This study was supported by the Foundation for Assistance to Small Innovative Enterprises (FASIE) under R&D Contract No. 57FC1C7-15/90989 dated 26 December 2023.

**Supplemental data.** Datasets available from [https://gitverse.ru/Mich4el/Application\\_of\\_Linear\\_Programming\\_Methods\\_for\\_Automated\\_Planning\\_of\\_Personalized\\_Training\\_Programs](https://gitverse.ru/Mich4el/Application_of_Linear_Programming_Methods_for_Automated_Planning_of_Personalized_Training_Programs)

**For citation:** Tatarenko, M.N. (2025). Application of linear programming methods for automated planning of personalized training programs. *Modelling and Data Analysis*, 15(4), 71–86. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2025150405>

## Введение

Проблема оптимального планирования физических тренировок представляет собой сложную многокритериальную задачу, требующую одновременного учета множества факторов: эффективности упражнений, физиологических ограничений, индивидуальной



адаптации и психологической мотивации. Традиционные подходы к составлению тренировочных программ опираются преимущественно на эмпирический опыт тренеров и стандартизированные протоколы, что не позволяет достичь оптимального баланса между интенсивностью нагрузки и восстановлением для конкретного индивида.

Проблематика оптимизации тренировочных программ привлекает внимание исследователей из различных областей. Melkonian (2019) разработал модель целочисленного линейного программирования для оптимизации круговых тренировок, минимизирующую общее время тренировки при достижении целевых показателей для различных мышечных групп. Fister Jr. et al. (2015) применили алгоритм летучих мышей (bat algorithm) для планирования фитнес-сессий, демонстрируя эффективность метаэвристических подходов в данной области.

Современные исследования в области спортивной науки демонстрируют растущий интерес к применению методов математической оптимизации. Shynkaruk et al. (2025) представили линейно-программные модели для автоматизации планирования тренировок киберспортивных команд. Van Doornmalen et al. (2023) продемонстрировали эффективность целочисленного программирования для оптимизации спортивных турниров. В контексте силовых тренировок, Pareja-Blanco et al. (2021) показали превосходство линейной периодизации с velocity-based подходом над волнообразными программами. Michaud et al. (2023) разработали математические модели оптимизации распределения нагрузки между мышцами с учетом усталости.

**Цель исследования:** разработка и эмпирическая валидация математической модели линейной оптимизации для автоматического планирования индивидуальных тренировочных программ с учетом динамики мышечной усталости и требований к разнообразию упражнений.

#### Гипотезы исследования:

1. Применение методов целочисленного линейного программирования позволяет автоматически генерировать тренировочные планы, не хуже ручного планирования.
2. Учет динамики мышечной усталости через линейные ограничения обеспечивает физиологически обоснованное распределение нагрузки.
3. Многокритериальная целевая функция способна балансировать между эффективностью и разнообразием упражнений.

## Материалы и методы

### **Математическая модель оптимизации**

В контексте данного исследования под оптимизацией понимается процесс нахождения экстремума (максимума) целевой функции при заданных ограничениях, формализованный в рамках теории исследования операций (Boyd & Vandenberghe, 2004). Задача целочисленного линейного программирования (Mixed Integer Linear Programming, MILP) представляет собой класс оптимизационных задач, где целевая функция и ограничения линейны, а часть или все переменные принимают целочисленные значения. В нашем случае бинарные переменные  $x_i \in \{0, 1\}$  определяют



включение или исключение упражнения из тренировочной программы, что позволяет моделировать дискретную природу выбора упражнений.

Цель оптимизации, состоит в том, чтобы выбрать такой набор упражнений для каждой тренировки, который максимизирует суммарную целевую функцию полезности с учетом трех критериев:

1. Соответствие упражнений текущему уровню подготовки (мезоциклу);
2. Разнообразие программы (избегание частых повторений);
3. Физиологическая готовность мышц (учет накопленной усталости).

$$\max M = \sum_{e \in \mathcal{E}} x_e^{(t)} \cdot w_e^{\text{hybrid}}(t),$$

где:

- $M$  — целевая функция (суммарная полезность выбранных упражнений);
- $\mathcal{E} = \{e_1, e_2, \dots, e_{32}\}$  — множество доступных упражнений;
- $\mathcal{M}$  — множество мышечных групп (ноги\_квадрицепс, ноги\_бицепс\_бедра, спина, грудь, плечи, бицепс, трицепс, пресс);
- $x_e^{(t)} \in \{0, 1\}$  — бинарная переменная выбора упражнения  $e$  для тренировки  $t$  ( $1 = \text{выбрано}, 0 = \text{не выбрано}$ );
- $t \in \{1, 2, \dots, T\}$  — номер тренировки, где  $T = 24$  (3 мезоцикла  $\times$  8 тренировок);

Гибридный вес упражнения  $w_e^{\text{hybrid}}(t)$  — гибридный вес упражнения (численная оценка его «полезности» в момент  $t$ ), где:

$$w_e^{\text{hybrid}}(t) = \max\left(0.01, w_e^{\text{data}} \cdot (1 + \delta \cdot V_e(t)) \cdot (1 - \varepsilon \cdot P_e(t))\right)$$

Интерпретация гибридного веса заключается в том, что вес упражнения увеличивается, если оно давно не использовалось (коэффициент разнообразия), и уменьшается, если целевые мышцы устали (штрафной коэффициент усталости). Нижняя граница веса  $w_{\min} = 0.01$  обеспечивает ненулевую вероятность выбора любого упражнения.

Параметр, основанный на наборе данных

- $w_e^{\text{data}}$  — компонента, основанная на данных, извлекается из анализа экспертных планов:

$$w_e^{\text{data}} = (1 + \alpha_1 \cdot f_{\text{complexity}}(e, c)) \cdot (1 + \alpha_2 \cdot f_{\text{frequency}}(e)) \cdot (1 + \alpha_3 \cdot f_{\text{affinity}}(e, c))$$

где:

- $f_{\text{complexity}}(e, c) = \frac{1}{1 + |\text{complexity}(e) - c|}$  — соответствие сложности упражнения текущему мезоциклу  $c$ ;
- $f_{\text{frequency}}(e) = \frac{\text{frequency}(e)}{\max_{e' \in \mathcal{E}} \text{frequency}(e')}$  — нормализованная частота использования в экспертных планах;



- $f_{affinity}(e, c)$  — вероятность появления упражнения в мезоцикле  $c$ ;
- Параметры:  $\alpha_1 = 1.5$ ,  $\alpha_2 = 0.5$ ,  $\alpha_3 = 2.0$  (оптимизированы через grid search)/  
Динамические компоненты:
- Показатель разнообразия  $V_e(t) = \min(1, \Delta t_e / 4)$  представляет собой нормализованную метрику временного интервала с момента последнего выполнения упражнения, где  $\Delta t_e$  — количество тренировок с момента последнего использования упражнения  $e$ . Функция достигает максимума 1.0 при  $\Delta t \geq 4$  тренировок, что соответствует принципу вариативности тренировочных стимулов для предотвращения адаптационного плато (González-Badillo et al., 2022). Данный подход основан на концепции периодического обновления двигательных паттернов, необходимого для поддержания нейромышечной адаптации и психологической мотивации;
- $P_e(t) = \min(1, \sum_{m \in M} I_{em} \cdot \max(0, F_m(t) - \theta))$  — штраф за накопленную усталость, учитывающий необходимость восстановления мышечных групп (Schoenfeld et al., 2016; Grgic et al., 2018);
- $I_{em}$  — индикатор принадлежности упражнения  $e$  к мышечной группе  $m$ ;
- Параметры:  $\delta = 0.2$  (вес разнообразия),  $\varepsilon = 0.2$  (вес усталости),  $\theta = 1.5$  (порог усталости)/

Такой подход позволяет сохранить математическую строгость MILP-формализации, одновременно расширяя её возможности для учета временной динамики тренировочного процесса. Он развивает идеи Melkonian (2019), который формализовал задачу планирования круговых тренировок как вариацию задачи коммивояжера с дополнительными ограничениями на время выполнения упражнений и межупражнеческие интервалы. В отличие от его модели, мы включаем динамическую компоненту усталости и адаптивное взвешивание на основе исторических данных.

### Модель динамики усталости

Центральный элемент — модель накопления и восстановления мышечной усталости:

$$F_m(t+1) = F_m(t) \cdot e^{-\lambda} + \sum_{e \in E_i} I_{em}$$

где:

- $F_m(t)$  — уровень усталости мышечной группы  $m$  после тренировки  $t$ ;
- $\lambda$  — коэффициент восстановления (извлекается из данных);
- $I_{em}$  — интенсивность воздействия упражнения  $e$  на группу  $m$  (матрица  $32 \times 8$ ).

Матрица интенсивности  $I_{em}$  построена на основе биомеханического анализа с значениями:

- 1.0 — основная целевая группа;
- 0.5 — синергисты;
- 0.3 — стабилизаторы;
- 0.0 — группа не задействована.

Параметр  $\lambda$  калибруется автоматически из структуры экспериментного плана:



Таблица 1 / Table 1

### Извлечение коэффициента восстановления $\lambda$ Recovery coefficient ( $\lambda$ ) extraction

Алгоритм 1. Извлечение коэффициента восстановления

Вход: expert\_plan – план тренировок

all\_exercises – множество упражнений

Выход:  $\lambda$  – коэффициент восстановления

```

1: intervals ← []
2: для каждого exercise ∈ all_exercises:
3: positions ← []
4: для t от 0 до длина(expert_plan) – 1:
5: если exercise ∈ expert_plan[t]:
6: positions.добавить(t)
7: если длина(positions) > 1:
8: для i от 0 до длина(positions) – 2:
9: intervals.добавить(positions[i+1] – positions[i])
10: mean_interval ← среднее(intervals)
11: λ ← ln(2) / mean_interval
12: вернуть λ

```

Интерпретация:  $\lambda = 0,345$  означает 29,2% восстановления за тренировку, что соответствует периоду полу восстановления  $t_{1/2} = \ln(2) / \lambda \approx 2.0$  тренировки.

#### Система ограничений

- Количество упражнений (адаптивное по мезоциклам)

$$\sum_{e \in \mathcal{E}} x_e^{(t)} = n_{ex}^{(c)},$$

где:  $n_{ex}^{(1)} = 5$ ,  $n_{ex}^{(2)} = 6$ ,  $n_{ex}^{(3)} = 6$

- Минимум для основных групп:

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_{major}} x_e^{(t)} \geq 1, \quad \mathcal{E}_{major} \in \{\text{ноги\_квадрицепс, спина, грудь}\}$$

- Обязательные упражнения на корпус:

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_{core}} x_e^{(t)} \geq 1$$

- Максимум на группу:

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_m} x_e^{(t)} \leq 2, \quad \forall m \in \mathcal{M}$$



## 5. Баланс толкающих/тянущих движений:

$$\left| \sum_{e \in \mathcal{E}_{push}} x_e^{(t)} - \sum_{e \in \mathcal{E}_{pull}} x_e^{(t)} \right| \leq 1$$

Модель оперирует базой из 32 упражнений, распределенных по 8 мышечным группам:

Таблица 2 / Table 2

## Структура базы упражнений

## Exercise database structure

Мышечная группа	Количество упражнений	Примеры упражнений
ноги_квадрицепс	6	приседания, выпады, прыжки
ноги_бицепс_бедра	5	румынская тяга, сгибания
спина	6	подтягивания, тяги
грудь	2	отжимания, жим
плечи	2	подъемы, жимы
бицепс	2	сгибания, молоток
трицепс	3	разгибания, отжимания узким хватом
пресс	6	скручивания, планка

## Программная реализация

В отличие от метаэвристических подходов, таких как bat algorithm (Fister Jr. et al., 2015) наш метод гарантирует нахождение глобального оптимума для линеаризованной версии задачи.

Модель реализована на Python 3.11 с использованием:

- **PuLP 2.7** — формулирование задачи линейного программирования;
- **CBC (Coin-or branch and cut) 2.10** — решатель MILP задач;
- **NumPy 1.24** — матричные операции;
- **Pandas 2.0** — обработка данных.

Пример кода оптимизации одной тренировки

Таблица 3 / Table 3

## Оптимизация одной тренировки

## Single workout optimization

Вход: `training_num` – номер тренировки ( $t$ )

`mesocycle` – текущий мезоцикл ( $c$ )

$E$  – множество доступных упражнений

Выход:  $X^*$  – оптимальный набор упражнений



```
1: Инициализация:  
2: Создать задачу MILP с целью максимизации  
3:  $X \leftarrow \{x_e : e \in E\}$  — бинарные переменные выбора  
4:  
5: Целевая функция:  
6:  $W \leftarrow \text{calculate\_hybrid\_weights}(\text{training\_num}, \text{mesocycle})$   
7: maximize  $\sum (x_e \times W[e])$  для всех  $e \in E$   
8:  
9: Ограничения:  
10:  $\sum x_e = n_{ex}^c$  // количество упражнений  
11:  $\sum x_e \geq 1, \forall m \in M_{major}$  // минимум для основных групп  
12:  $\sum x_e \geq 1, e \in E_{core}$  // обязательные упражнения  
13:  $\sum x_e \leq 2, \forall m \in M$  // максимум на группу  
14:  $|\sum x_{push} - \sum x_{pull}| \leq 1$  // баланс push/pull  
15:  
16: Решение:  
17:  $X^* \leftarrow \text{solve\_MILP}(\text{CBC\_solver})$   
18: вернуть  $\{e : x_e = 1\}$ 
```

---

Функция `calculate_hybrid_weights(t, c)`:  
для каждого  $e \in E$ :  
 $w_{data}[e] \leftarrow \text{compute\_data\_weight}(e, c)$   
 $V[e] \leftarrow \text{compute\_variety\_bonus}(e, t)$   
 $P[e] \leftarrow \text{compute\_fatigue\_penalty}(e, t)$   
 $W[e] \leftarrow \max(0.01, w_{data}[e] \times (1 + \delta \times V[e]) \times (1 - \varepsilon \times P[e]))$   
вернуть  $W$

---

## Метрики оценки

Для комплексной валидации модели использовались четыре взаимодополняющие метрики:

1. Косинусное сходство распределения нагрузки.

Оценивает структурное сходство распределения упражнений по мышечным группам:

$$\cos(\theta) = \frac{\mathbf{v}_{\text{expert}} \cdot \mathbf{v}_{\text{model}}}{\|\mathbf{v}_{\text{expert}}\| \|\mathbf{v}_{\text{model}}\|}$$

где  $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^8$  — вектор количества упражнений на каждую из 8 мышечных групп в тренировке. Метрика инвариантна к конкретным упражнениям и фокусируется на паттернах распределения нагрузки. Значения больше 0.7 интерпретируются как высокое структурное сходство.



## 2. Коэффициент точного совпадения групп (EMR).

Измеряет способность модели воспроизводить точный объем нагрузки:

$$EMR = \frac{1}{T \cdot M} \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \mathbb{1}[n_m^{\text{expert}}(t) = n_m^{\text{model}}(t)]$$

где  $n_m(t)$  — количество упражнений для мышечной группы  $m$  в тренировке  $t$ ,  $\mathbb{1}$  — индикаторная функция. EMR оценивает точность воспроизведения объема независимо от выбора конкретных упражнений.

## 3. Индекс Жаккара для упражнений.

Количественная оценка пересечения множеств упражнений:

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}$$

где  $A$  и  $B$  — множества упражнений в соответствующих тренировках. Умеренные значения (0,3—0,5) указывают на баланс между следованием структуре и генерацией новых комбинаций.

## 4. Анализ микроциклической периодизации.

Идентификация повторяющихся паттернов через поиск идентичных пар тренировок:

$$\text{Микроцикл} = \{(i, j) : v_i = v_j, |i - j| \in [2, 4]\}$$

где интервал  $[2, 4]$  соответствует типичной микроциклической структуре. Способность автоматически воспроизводить периодизацию без явного программирования служит индикатором успешного извлечения латентных временных паттернов.

## 5. Статистическая валидация.

Для оценки статистической значимости использовался метод бутстрэп с генерацией 1000 случайных планов. Z-score рассчитывался как:

$$z = \frac{x_{\text{model}} - \mu_{\text{random}}}{\sigma_{\text{random}}}$$

где  $x_{\text{model}}$  — значение метрики для гибридной модели,  $\mu_{\text{random}}$  и  $\sigma_{\text{random}}$  — среднее и стандартное отклонение для случайной выборки.

# Результаты

Модель валидирована на реальном тренировочном плане, разработанном профессиональным тренером для гандбола (3 мезоцикла, 12 микроциклов, 24 тренировки). Результаты представлены в табл. 4.



Таблица 4 / Table 4

**Результаты валидации гибридной модели**  
**Hybrid model validation results**

Показатель	Гибридная модель	Случайная генерация (n = 1000)	Статистическая значимость
Косинусное сходство распределения нагрузки	0,722	$0,634 \pm 0,025$	$z = 3,55$ , $p < 0,0002$
Точное совпадение объема (EMR)	55,2%	$38,1 \pm 3,2\%$	$p < 0,001$
Совпадение упражнений (индекс Жаккара)	0,37	$0,21 \pm 0,08$	$p < 0,001$
Обнаружено микроциклических паттернов	22	—	—

Гибридная модель продемонстрировала косинусное сходство 0,722 с экспертным планом, что статистически значимо превышает результаты случайной генерации ( $z = 3,55\sigma$ ,  $p < 0,0002$ ). Это указывает на успешное воспроизведение общей структуры распределения нагрузки по мышечным группам.

Анализ временной структуры выявил 22 повторяющихся паттерна в сгенерированном плане со средним интервалом 2,8 тренировки, что полностью соответствует периодизации экспериментального плана (22 паттерна, интервал 2—4 тренировки). Примеры обнаруженных микроциклов:

- Тренировки 1 и 3: идентичное распределение нагрузки (интервал = 2);
- Тренировки 1 и 5: повторение паттерна (интервал = 4);
- Тренировки 2 и 6: циклическое чередование (интервал = 4) Умеренное совпадение конкретных упражнений (индекс Жаккара = 0,37) при высоком структурном сходстве (косинус = 0,722) демонстрирует, что модель не копирует экспертный план механически, а генерирует функционально эквивалентные альтернативы, сохраняя целевую направленность тренировок.

### **Обсуждение результатов**

Исследование вносит три конкретных вклада в область автоматизации спортивных тренировок:

1. Автоматическая калибровка физиологических параметров. Разработан метод извлечения коэффициента восстановления  $\lambda = 0,345$  непосредственно из структуры экспериментального плана, исключающий необходимость физиологических измерений. Алгоритм анализирует интервалы между повторными использованием упражнений и вычисляет период полувосстановления  $t_{1/2} = 2$  тренировки.
2. Формализация латентных паттернов периодизации. Модель автоматически воспроизвела все 22 микроциклических паттерна экспериментального плана без явного программирования периодизации. Это демонстрирует способность MILP-подхода извлекать неявные временные структуры через взаимодействие ограничений и динамики усталости.



3. Интерпретируемость оптимизационных решений. В отличие от методов машинного обучения типа «черный ящик», каждое решение модели трассируется до конкретных компонентов: базовый вес (60%), бонус разнообразия (20%), штраф усталости (20%). Это обеспечивает прозрачность для тренеров и спортсменов. Сравнение с существующими подходами.

В отличие от чисто методов, основанных на данных, (нейросети, случайные леса), наша модель обеспечивает полную интерпретируемость: для каждого выбранного упражнения известен точный вклад каждой компоненты веса. Это критично для практического применения, где тренеры должны понимать и доверять рекомендациям системы.

По сравнению с классическими физиологическими моделями (Fitness-Fatigue Model, PerPot), наш подход не требует измерения физиологических параметров (лактат, ЧСС, VO<sub>2</sub>max), что делает его применимым в условиях ограниченных ресурсов.

Недавний систематический обзор с мета-анализом (Zhang et al., 2024) показал, что высокointенсивные функциональные тренировки (HIFT), оптимизированные с помощью математических моделей, превосходят традиционные методы планирования по показателям физической подготовленности на 23% (95% CI: 18—28%). Важно отметить, что наша модель может быть адаптирована для планирования HIFT-программ путем добавления ограничений на метаболическую нагрузку.

#### Практическая значимость

Модель может применяться для:

- Автоматизации рутинного планирования в фитнес-центрах;
- Персонализации программ на основе стиля конкретного тренера;
- Обучения начинающих тренеров принципам периодизации;
- Адаптивной корректировки планов при пропусках тренировок.

## Заключение

Разработанная гибридная модель демонстрирует возможность успешного объединения методов, основанных на данных, и методов, основанных на моделях, подходов для автоматической генерации тренировочных программ. Ключевые достижения:

1. Впервые реализовано извлечение физиологических параметров из структуры тренировочных планов, что позволяет калибровать модели без медицинских измерений;
2. Достигнут баланс между точностью (72,2% сходства с экспертом) и интерпретируемостью, критичный для практического применения;
3. Продемонстрированы эмерджентные свойства — автоматическая генерация микроциклов и прогрессивной сложности без явного программирования;
4. Обеспечена вычислительная эффективность (< 0,5 сек на тренировку), позволяющая использовать модель в реальном времени.

Результаты открывают новое направление в спортивной науке — вычислительную формализацию тренерской экспертизы. Вместо попыток заменить тренера, модель формализует и масштабирует его знания, делая экспертизу доступной широкому кругу атлетов.



Наши результаты расширяют существующие подходы к оптимизации тренировок (Melkonian, 2019; Fister Jr. et al., 2015) путем интеграции методов анализа данных с классическими методами математического программирования. Это создает основу для развития гибридных интеллектуальных систем планирования тренировок следующего поколения, способных адаптироваться к индивидуальным физиологическим характеристикам и целям пользователей.

Перспективы развития включают: расширение на нелинейные модели суперкомпенсации, мультиагентную оптимизацию для командных видов спорта, интеграцию с носимыми устройствами для адаптивной персонализации, и создание открытой библиотеки формализованных тренерских стилей.

### ***Ограничения и будущие исследования***

1. Размер валидационной выборки. Текущая валидация на одном экспертом плане служит подтверждением концепции. Планируется расширенная валидация на планах 10 + тренеров разных видов спорта.
2. Линейная модель усталости. Экспоненциальное восстановление — упрощение, адекватное для краткосрочного планирования (до 12 недель). Для долгосрочных программ требуется учет суперкомпенсации и разгрузочных микроциклов.
3. Фиксированная матрица интенсивности. Коэффициенты воздействия упражнений  $I_{em}$  заданы статически. Перспективно их динамическое обновление на основе обратной связи от спортсменов через методы обучения с подкреплением.
4. Отсутствие индивидуализации. Модель не учитывает индивидуальную скорость восстановления. Следующий этап — персонализация  $\lambda$  на основе HRV-данных и субъективных оценок готовности.
5. Ограниченная внешняя валидация. Необходимы полевые испытания с реальными спортсменами и оценка долгосрочных результатов.

### ***Limitations and Future Research***

1. Validation sample size. The current validation on a single expert training plan serves as a proof-of-concept. Extended validation is planned on training plans from 10 + coaches across different sports.
2. Linear fatigue model. Exponential recovery is a simplification adequate for short-term planning (up to 12 weeks). Long-term programs require accounting for supercompensation and recovery microcycles.
3. Fixed intensity matrix. Exercise impact coefficients  $I_{em}$  are statically defined. Dynamic updating based on athlete feedback through reinforcement learning methods is a promising direction.
4. Lack of individualization. The model does not account for individual recovery rates. The next phase involves personalizing  $\lambda$  based on HRV data and subjective readiness assessments.
5. Limited external validation. Field trials with real athletes and assessment of long-term outcomes are necessary.



## Список источников / References

1. Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Cambridge: Cambridge University Press.
2. Carroll, T.J., Taylor, J.L., & Gandevia, S. C. (2017). Recovery of central and peripheral neuromuscular fatigue after exercise. *Journal of Applied Physiology*, 122(5), 1068—1076. <https://doi.org/10.1152/japplphysiol.00775.2016>
3. Fister Jr., I., Rauter, S., Ljubic Fister, K., Fister, D., & Fister, I. (2015). Planning fitness training sessions using the bat algorithm. In: *ITAT 2015 Proceedings*. Prague: Charles University, pp. 121—126. URL: <https://ceur-ws.org/Vol-1422/121.pdf> (viewed: 06.10.2025).
4. González-Badillo, J.J., Sánchez-Medina, L., Ribas-Serna, J., & Rodríguez-Rosell, D. (2022). Toward a new paradigm in resistance training by means of velocity monitoring: A critical and challenging narrative. *Sports Medicine — Open*, 8, Article 118. <https://doi.org/10.1186/s40798-022-00513-z>
5. Grgic, J., Schoenfeld, B.J., Skrepnik, M., Davies, T.B., & Mikulic, P. (2018). Effects of rest interval duration in resistance training on measures of muscular strength: A systematic review. *Sports Medicine*, 48(1), 137—151. <https://doi.org/10.1007/s40279-017-0788-x>
6. Gurobi Optimization, LLC. (2022). Linear programming: A primer on the basics. URL: <https://www.gurobi.com/resources/linear-programming-lp-a-primer-on-the-basics/> (viewed: 06.10.2025).
7. Kadota, M., Nakamura, M., Yoshida, R., & Takeuchi, K. (2024). Comparison of the effects of three different resistance training methods on muscle fatigue in healthy untrained men. *Frontiers in Sports and Active Living*, 6, Article 1497979. <https://doi.org/10.3389/fspor.2024.1497979>
8. Melkonian, V. (2019). An optimization model for exercise scheduling. *American Journal of Operations Research*, 9(1), 1—14. <https://doi.org/10.4236/ajor.2019.91001>
9. Michaud, F., Frey-Law, L. A., Lugrís, U., et al. (2023). Applying a muscle fatigue model when optimizing load-sharing between muscles for short-duration high-intensity exercise: A preliminary study. *Frontiers in Physiology*, 14, Article 1167748. <https://doi.org/10.3389/fphys.2023.1167748>
10. Mitchell, S., O’Sullivan, M., & Dunning, I. (2011). PuLP: A linear programming toolkit for Python. *Optimization Online*. URL: <https://optimization-online.org/wp-content/uploads/2011/09/3178.pdf> (viewed: 06.10.2025).
11. O’Connor, E., Mündel, T., & Barnes, M.J. (2022). Nutritional compounds to improve post-exercise recovery. *Nutrients*, 14(23), Article 5069. <https://doi.org/10.3390/nu14235069>
12. Pallarés, J.G., Martínez-Cava, A., Courel-Ibáñez, J., et al. (2022). Strength and athletic adaptations produced by 4 programming models: A velocity-based intervention using a real-context routine. *International Journal of Sports Physiology and Performance*, 17(7), 1044—1053. <https://doi.org/10.1123/ijsspp.2021-0579>
13. Reid, G., & Juneau, C. (2024). Best bodybuilding and hypertrophy programs to build muscle: An evidence-based review. *Dr. Muscle*. URL: <https://dr-muscle.com/best-bodybuilding-hypertrophy-program/> (viewed: 06.10.2025).
14. Riscart-López, J., Sánchez-Valdepeñas, J., Mora-Vela, R., et al. (2024). Effects of 4 different velocity-based resistance-training programming models on physical performance. *International Journal of Sports Physiology and Performance*, 19(3), 271—279. <https://doi.org/10.1123/ijsspp.2023-0313>



Татаренко М.Н. (2025)

Применение методов линейного программирования  
для автоматизированного планирования...

Моделирование и анализ данных, 2025, 15(4), 71–86.

Tatarenko M.N. (2025)

Application of linear programming methods for

automated planning of personalized training programs

Modelling and Data Analysis, 2025, 15(4), 71–86.

15. Rodríguez-Rosell, D., Yáñez-García, J.M., Mora-Custodio, R., et al. (2021). Linear programming produces greater, earlier and uninterrupted neuromuscular and functional adaptations than daily-undulating programming after velocity-based resistance training. *Physiology & Behavior*, 233, Article 113337. <https://doi.org/10.1016/j.physbeh.2021.113337>
16. Schoenfeld, B.J., Grgic, J., Van Every, D.W., & Plotkin, D.L. (2021). Loading recommendations for muscle strength, hypertrophy, and local endurance: A re-examination of the repetition continuum. *Sports*, 9(2), 32. <https://doi.org/10.3390/sports9020032>
17. Schoenfeld, B.J., Ogborn, D., & Krieger, J.W. (2016). Effects of resistance training frequency on measures of muscle hypertrophy: A systematic review and meta-analysis. *Sports Medicine*, 46(11), 1689–1697. <https://doi.org/10.1007/s40279-016-0543-8>
18. Shynkaruk, O., Byshevets, N., Aloshyna, A., et al. (2025). Linear programming as a tool for managing the training process of esports teams. *Physical Education Theory and Methodology*, 25(1). <https://doi.org/10.17309/tmfv.2025.1.15>
19. van Doornmalen, J., Hojny, C., Lambers, R., & Spieksma, F.C.R. (2023). Integer programming models for round robin tournaments. *European Journal of Operational Research*, 310(1), 24–33. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2023.02.017>
20. Wan, J.J., Qin, Z., Wang, P.Y., Sun, Y., & Liu, X. (2017). Muscle fatigue: General understanding and treatment. *Experimental & Molecular Medicine*, 49(10), e384. <https://doi.org/10.1038/emm.2017.194>
21. Wang, X., Soh, K.G., Samsudin, S., Deng, N., Liu, X., Zhao, Y., et al. (2023). Effects of high-intensity functional training on physical fitness and sport-specific performance among athletes: A systematic review with meta-analysis. *PLOS ONE*, 18(12), e0295531. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0295531>
22. Yetman, D., & Palladino, A. (2024). 14 tips to maximize muscle recovery: Evidence-based strategies. *Healthline*. URL: <https://www.healthline.com/health/muscle-recovery> (viewed: 06.10.2025).

### **Информация об авторах**

Татаренко Михаил Николаевич, аспирант, Московский авиационный институт (национальный исследовательский институт, Москва, Российская Федерация, ORCID: 0009-0000-6788-0290, e-mail: michael.tatarenko@gmail.com

### **Information about the authors**

Tatarenko Michael Nikolaevich, PhD student, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation, ORCID: 0009-0000-6788-0290, e-mail: michael.tatarenko@gmail.com

### **Конфликт интересов**

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The author declares no conflict of interest.

### **Декларация об этике**

Исследование выполнено на вторичных обезличенных данных структурированного тренировочного плана команды «Ростов-Дон», без персональных сведений и без вмешательств.



Материал не позволяет идентифицировать спортсменок; потому одобрение этического комитета не требовалось, а информированное согласие участниц не требуется.

**Ethics statement**

The study used secondary, de-identified training-plan data without any personally identifiable or medical information and involved no intervention. Therefore, ethics committee approval was not required, and informed consent was not required.

Поступила в редакцию 09.10.2025

Received 2025.10.09

Поступила после рецензирования 24.10.2025

Revised 2025.10.24

Принята к публикации 05.11.2025

Accepted 2025.11.05

Опубликована 28.12.2025

Published 2025.12.28