

**2**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И АНАЛИЗ ДАННЫХ**

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**MODELLING  
AND DATA ANALYSIS**

SCIENTIFIC JOURNAL

**2026**

ISSN: 2219-3758

ISSN: 2311-9454 (ONLINE)

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ДАННЫХ**

**НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ**

**2026 • Том. 16 • № 2**

# **MODELLING AND DATA ANALYSIS**

**SCIENTIFIC JOURNAL**

**2026 • Vol. 16 • № 2**



Московский государственный  
психолого-педагогический университет  
Moscow State University  
of Psychology & Education

## Моделирование и анализ данных

### Главный редактор:

Л.С. Куравский ФГБОУ ВО МГППУ, Россия

### Заместители главного редактора:

С.Д. Кулик МИФИ, Россия

А.В. Пантелеев МАИ, Россия

Н.И. Сельвесюк ФАУ ГосНИИАС, Россия

### Редакционный совет

#### Председатель редакционного совета:

Г.Г. Амосов МИАН, Россия

#### Члены редакционного совета:

В.А. Барабаншиков ФГБОУ ВО МГППУ, Россия  
Питер Бентлер Калифорнийский университет  
Лос-Анджелеса, США

А.В. Горбатов МИСиС, Россия

Л.С. Куравский ФГБОУ ВО МГППУ, Россия

Леонид Либкин Эдинбургский университет,  
Великобритания

А.А. Марголис ФГБОУ ВО МГППУ, Россия

В.В. Рубцов ФГБОУ ВО МГППУ, Россия

Д.В. Ушаков ИП РАН, Россия

Девид Фрэнсис Университет Хьюстона, США

#### Редакционная коллегия:

К.К. Абгарян ФИЦ ИУ РАН, Россия

Г.Г. Амосов МИАН, Россия

М.В. Воронов ФГБОУ ВО МГППУ, Россия

Е.Л. Григоренко МГУ им. М.В. Ломоносова,  
Россия; Университет Хьюстона,  
США

В.К. Захаров МГУ им. М.В. Ломоносова,  
Россия

Леонид Либкин Эдинбургский университет,  
Великобритания

Е.В. Ляпунцова МГТУ им. Н.Э. Баумана,  
Россия

В.Р. Милов НГТУ им. Р.Е. Алексеева,  
Россия

А.В. Наумов МАИ, Россия

Д.Л. Ревизников МАИ, Россия

Холлинг Хайнц Университет Мюнстера,  
Германия

Девид Фрэнсис Университет Хьюстона,  
США

К.В. Хорошенков Брэдфордский университет,  
Великобритания

Г.А. Юрьев ФГБОУ ВО МГППУ, Россия

## Моделирование и анализ данных

Учредитель и издатель ФГБОУ ВО МГППУ

Издается с 2011 года. Периодичность: 4 раза в год.

Свидетельство регистрации СМИ: ПИ № ФС77-66444

Дата регистрации: 14.07.2016

Формат: 70×100/16

Все права защищены. Название журнала, логотип, рубрики, все тексты и иллюстрации являются собственностью ФГБОУ ВО МГППУ и защищены авторским правом. Перепечатка материалов и использование иллюстраций допускается только с письменного разрешения редакции.

© ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет», 2026, № 2

## Modelling and Data Analysis

### Editor-in-Chief:

L.S. Kuravsky MSUPE, Russia

### Deputy Editors-in-Chief:

S.D. Kulik MPhI, Russia

A.V. Panteleev MAI, Russia

N.I. Selvesyuk GosNIAS, Russia

### The Editorial Council

#### Chairman of the Editorial Council:

G.G. Amosov MI RAS, Russia

#### The Members of the Editorial Council:

V.A. Barabanshikov MSUPE, Russia  
Peter Bentler University of California,  
USA

A.V. Gorbатов

L.S. Kuravsky MSUPE, Russia

Leonid Libkin University of Edinburgh,  
UK

A.A. Margolis

V.V. Rubtsov MSUPE, Russia

D.V. Ushakov IP RAS, Russia

David Francis University Of Houston, USA

#### The Editorial Board:

K.K. Abgaryan IU RAS, Russia

G.G. Amosov MI RAS, Russia

M.V. Voronov MSUPE, Russia

E.L. Grigorenko Lomonosov Moscow State  
University, Russia;  
University of Houston, USA

V.K. Zakharov Lomonosov Moscow State  
University, Russia

Leonid Libkin University of Edinburgh,  
UK

E.V. Lyapuntsova BMSTU, Russia

V.R. Milov NNSTU n.a. R.E. Alekseev,  
Russia

A.V. Naumov MAI, Russia

D.L. Reviznikov MAI, Russia

Holling Heinz University Of Münster,  
Germany

David Francis University Of Houston,  
USA

K.V. Horoshenkov University of Bradford,  
UK

G.A. Yuryev MSUPE, Russia

## Modelling and Data Analysis

Founder & publisher MSUPE

Frequency: since 2011

Published: 4 times a year

The mass medium registration certificate:

PN № ФС77-66444.

From: 14.07.2016

Format: 70×100/16

All rights reserved. Journal title, logo, rubrics, all texts and images are the property of MSUPE and copyrighted. Using reprints and illustrations is allowed only with the written permission of the publisher.

© MSUPE, 2026, no. 2





---

## **ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ**

---

*Мухутдинов А.Р., Раимов А.Р., Мухутдинов Т.А.*

Применение современных информационных технологий

для анализа прочности крепежных элементов при растяжении ..... 166

---

## **КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ**

---

*Гапонов В.Р., Ляпунцова Е.В.*

Моделирование рефлексивных процессов как задачи

обработки информации в интеллектуальных системах ..... 180

---

## **МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ**

---

*Соколов В.В., Сидорова В.Б., Червен-Водали Е.Б., Антипова С.Н.*

Современные подходы к инклюзивному образованию:

адаптация форм представления учебного материала

дисциплин математического и компьютерного

циклов для студентов с нарушениями зрения..... 197

*Куланин Е.Д., Степанов М.Е.*

Алгебраические кривые высших порядков

в преподавании высшей математики. Кубические кривые..... 210





## **SOFTWARE**

---

*Gaponov V.R., Lyapunтова E.V.*

Modeling reflexive processes as information  
processing tasks in intelligent computers ..... 181

## **METHOD OF TEACHING**

---

*Sokolov V.V., Sidorova V.B., Cherven-Vodali E.B., Antipova S.N.*

Modern approaches to inclusive education:  
adaptation of forms of presentation of educational  
material in the disciplines of mathematical and computer  
cycles for students with visual impairments ..... 198

*Kulanin Y.D., Stepanov M.E.*

Algebraic curves of higher orders  
in teaching higher mathematics. Cubic curves ..... 211



**Кибзун Андрей Иванович**  
**31.07.1951 — 06.05.2026**

**От редакции**

6 мая 2026 года ушёл из жизни член нашей редколлегии, профессор, доктор физико-математических наук **Андрей Иванович Кибзун**.

Для журнала «Моделирование и анализ данных» он был не просто рецензентом или экспертным голосом. Он был человеком, благодаря которому разделы по стохастическому моделированию и анализу неопределённостей обрели ту глубину, которую ценят наши авторы и читатели.

Вся жизнь Андрея Ивановича была связана с Московским авиационным институтом. Долгие годы он возглавлял кафедру 804 «Теория вероятностей и компьютерное моделирование», вёл большую научную работу, являлся членом клуба выпускников МАИ, вице-президентом Консорциума аэрокосмических вузов РФ.

Он создал и руководил научной школой по оптимизации стохастических систем с вероятностными и квантильными критериями — единственной в России в области стохастического программирования. Под его руководством защищено 10 докторских и 20 кандидатских диссертаций. Андрей Иванович опубликовал более 350 печатных



работ, включая 4 монографии, 8 учебных пособий и 142 статьи в российских и зарубежных журналах.

Особое место в его деятельности всегда занимала редакционная и общественно-научная работа. Он был членом редколлегий ряда ведущих научных журналов, членом экспертного совета ВАК по управлению, вычислительной технике и информатике, членом Научно-методического совета по математике при Минобрнауки РФ.

Для многих из нас Андрей Иванович был учителем, наставником и примером редкого сочетания строгости, доброжелательности и стратегического мышления.

**Светлая память.**

*Главный редактор Куравский Лев Семенович  
Редколлегия журнала «Моделирование и анализ данных»*



**Andrey Ivanovich Kibzun**  
**July 31, 1951 — May 6, 2026**

**From the Editorial Board**

On May 6, 2026, we mourn the passing of Andrey Ivanovich Kibzun, a member of our editorial board, Professor, and Doctor of Physical and Mathematical Sciences.

For the journal *Modeling and Data Analysis*, he was far more than a reviewer or an expert voice. He was the driving force behind the depth and rigor of our sections on stochastic modeling and uncertainty analysis, a contribution deeply valued by our authors and readers alike.

Andrey Ivanovich's entire professional life was closely tied to the Moscow Aviation Institute (MAI). For many years, he headed Department 804 "Probability Theory and Computer Modeling", conducted extensive research, and actively contributed to academic life as a member of the MAI Alumni Club and Vice President of the Consortium of Aerospace Universities of Russia.

He founded and directed a scientific school dedicated to the optimization of stochastic systems using probabilistic and quantile criteria — the only research group of its kind in Russia within the field of stochastic programming. Under his supervision, 10 doctoral



and 20 PhD (Candidate of Sciences) dissertations were successfully defended. Andrey Ivanovich authored over 350 publications, including 4 monographs, 8 textbooks, and 142 articles in Russian and international journals.

Editorial work and academic service always held a special place in his career. He served on the editorial boards of several leading scientific journals, was a member of the Expert Council of the Higher Attestation Commission (VAK) for Management, Computing, and Informatics, and participated in the Scientific and Methodological Council for Mathematics under the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation.

To many of us, Andrey Ivanovich was a teacher, a mentor, and a role model who embodied a rare blend of intellectual rigor, genuine warmth, and strategic vision.

**May his memory be eternal.**

Lev S. Kuravsky Editor-in-Chief  
The Editorial Board of *Modeling and Data Analysis*

# АНАЛИЗ ДАННЫХ | DATA ANALYSIS

Научная статья | Original paper

УДК 373.2:159.923:004.94

## Affect and behavior in preschoolers during a tablet-based assessment: insights from observational coding of BELLA use

Н. Kilani<sup>1,2</sup>, Е.Л. Grigorenko<sup>1,2,3</sup> ✉

<sup>1</sup> Department of Psychology, University of Houston, Houston, TX, USA

<sup>2</sup> Texas Institute of Measurement, Evaluation and Statistics, Houston, TX, USA

<sup>3</sup> Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia

✉ [elena.grigorenko@times.uh.edu](mailto:elena.grigorenko@times.uh.edu)

### Abstract

**Background.** Despite widespread tablet use in early childhood education, children's affective and behavioral experiences with digital assessments remain understudied. This study addresses gaps in understanding how preschoolers emotionally and behaviorally respond to a tablet-based learning tool. **Methods.** We employed a mixed-method approach analyzing observational data from 161 children (ages 3–6) across three Houston preschools using the Bilingual English Language Learner Assessment (BELLA). Behavioral coding adapted from SPAFF and DPICS frameworks examined affect, engagement, digital skill, and social dynamics across sessions. Statistical analyses included descriptive analysis, McNemar tests for session comparisons, and multiple linear regression. **Results.** During first exposure, engaged affect was most prominent (40.6%), with 51.6% demonstrating good digital skills. Between sessions, engaged affect significantly increased ( $\chi^2 = 10.42$ ,  $p < .01$ ) while detached affect decreased ( $\chi^2 = 4.02$ ,  $p < .05$ ). Digital proficiency improved across all levels. Multiple linear regression ( $R^2 = .497$ ,  $p < .001$ ) revealed positive affect and digital skill as significant performance predictors, with age as the strongest covariate ( $\beta = .357$ ,  $p < .001$ ). **Discussion.** Digital assessments capture both cognitive competency and real-time indicators of self-regulation and engagement. Findings highlight digital literacy's critical importance in early childhood education and demonstrate that emotional engagement significantly contributes to learning outcomes in technology-mediated environments. **Limitations/Future Directions.** The study was limited by observational data and suburban private school sampling.



Future research should incorporate structured protocols, video coding, time-stamped data collection, and more diverse samples to enhance generalizability and capture dynamic learning processes.

**Keywords:** education technology, emotional regulation, behavior and affect, kindergarten readiness, mixed-methods, preschool

**Funding.** The data collection for the manuscript was supported by funding from the USA Institutes of Education Sciences through award R305A160402 (PI: Elena L. Grigorenko). Grantees undertaking such projects are encouraged to freely express their professional judgment. This article, therefore, does not necessarily represent the position or policies of the IES, and no official endorsement should be inferred.

**Acknowledgements.** The authors are grateful for assistance with data collection from M.B. Razo, for advising from Drs. H. Yoshida, and M.T. Tan, and for the participation of Houston schools.

**For citation:** Kilani, H., Grigorenko, E.L. (2026). Affect and behavior in preschoolers during a tablet-based assessment: insights from observational coding of BELLA use. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 11–41. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160201>

## Аффект и поведение дошкольников при прохождении диагностики на планшете: анализ данных наблюдений при использовании инструмента BELLA

Х. Килани<sup>1,2</sup>, Е.Л. Григоренко<sup>1,2,3</sup> ✉

<sup>1</sup> Факультет психологии, Хьюстонский университет, Хьюстон, Техас, США

<sup>2</sup> Техасский институт измерений, оценки и статистики, Хьюстон, Техас, США

<sup>3</sup> Московский государственный психолого-педагогический университет, Москва, Россия

✉ [elena.grigorenko@times.uh.edu](mailto:elena.grigorenko@times.uh.edu)

### Резюме

**Актуальность.** Несмотря на широкое использование планшетов в дошкольном образовании, аффективные и поведенческие аспекты взаимодействия детей с цифровыми диагностическими инструментами остаются малоизученными. Данное исследование направлено на восполнение пробелов в понимании того, как дошкольники эмоционально и поведенчески реагируют на диагностический инструмент, реализованный на планшете. **Методы.** Нами был использован смешанный дизайн для анализа данных наблюдений за 161 ребенком (в возрасте 3–6 лет) в трех дошкольных учреждениях Хьюстона с применением инструмента BELLA (Bilingual English



Language Learner Assessment — диагностика для билингвов, изучающих английский язык). Кодирование поведения, адаптированное на основе систем SPAFF и DPICS, позволило проанализировать аффект, вовлеченность, цифровые навыки и социальную динамику на протяжении диагностических сессий. Статистический анализ включал дескриптивный анализ, критерий МакНемара для сравнения сессий и множественную линейную регрессию. **Результаты.** Во время первого использования инструмента наиболее распространенным был аффект вовлеченности (40,6%), при этом 51,6% детей продемонстрировали хорошие цифровые навыки. При переходе от первой ко второй сессии наблюдалось значимое увеличение аффекта вовлеченности ( $\chi^2 = 10,42$ ,  $p < 0,01$ ) и снижение аффекта отстраненности ( $\chi^2 = 4,02$ ,  $p < 0,05$ ). Цифровая компетентность улучшилась на всех уровнях. Множественная линейная регрессия ( $R^2 = 0,497$ ,  $p < 0,001$ ) показала, что позитивный аффект и цифровые навыки являются значимыми предикторами успешности выполнения заданий, при этом возраст выступил наиболее сильной ковариантой ( $\beta = 0,357$ ,  $p < 0,001$ ). **Дискуссия.** Цифровые диагностические инструменты позволяют оценивать не только когнитивные способности, но и ситуационные показатели саморегуляции и вовлеченности. Полученные результаты подчеркивают критическую важность цифровой грамотности в дошкольном образовании и демонстрируют, что эмоциональная вовлеченность вносит существенный вклад в результаты обучения в технологически опосредованной среде. **Ограничения и направления будущих исследований.** Исследование было ограничено использованием данных наблюдений и выборкой из пригородных частных школ. Дальнейшие исследования должны включать стандартизированные протоколы, видеокодирование, сбор данных с привязкой ко времени и более разнообразные выборки для повышения обобщаемости результатов и изучения динамических процессов научения.

**Ключевые слова:** образовательные технологии, эмоциональная регуляция, поведение и аффект, готовность к школе, смешанные методы, дошкольники

**Финансирование.** Сбор данных для данной рукописи был поддержан финансированием Института педагогических наук (ИПН) США в рамках гранта R305A160402 (главный исследователь: Елена Л. Григоренко). Исполнители, работающие над подобными проектами, поощряются к свободному выражению своего профессионального мнения. Таким образом, содержание данной статьи не обязательно отражает позицию или политику ИПН, и какая-либо официальная поддержка не подразумевается.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность М.Б. Разо за помощь в сборе данных, доктору Х. Йошида и доктору М.Т. Тан за консультирование, а также школам Хьюстона за участие.

**Для цитирования:** Килани, Х., Григоренко, Е.Л. (2026). Аффект и поведение дошкольников при прохождении диагностики на планшете: анализ данных наблюдений с использованием инструмента BELLA. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 11—41. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160201>



## Introduction

This study investigates the use of tablet devices (TD) in classrooms and the TD-child interactions focusing on co-use recommendations, child-caregiver relationship, and child behavior. It relies on the Bilingual English Language Learner Assessment (BELLA) application, used as an English only kindergarten readiness assessment. Prior work with BELLA validated its psychometric properties and domain coverage (Kilani et al., 2024; Tan et al., 2023), but the affective and behavioral experience of children during digital play remains unexamined — particularly the evolution of experiences over repeated sessions and exposures. To address this gap, the study adopts a mixed method exploratory convergent approach to a secondary dataset using qualitative observations of children engaged with BELLA and their BELLA performance scores. Three research questions motivate and guide the study: (1) What affect and behavior are observed when children first interact with BELLA; (2) Do we observe significant changes in the affect and behavior of the children between the first and second sessions; and (3) How might children’s affect and behavior inform our understanding of performance scores in BELLA? In other words, to what extent do observed affect and behavior predict children’s performance on BELLA tasks, and what patterns might this reveal about the role of emotional and digital readiness in assessment settings? The following literature review contextualizes the study and addresses the rise of tablet use in childhood, learning in early childhood, affect and behavior relating to a child’s experience, identified research gaps, and a short overview of BELLA and other early assessments.

### Rise of Tablet Use in Childhood

Across the world, children are increasingly surrounded by TD and other screens (e.g., televisions, computers) and mobile devices (e.g., cellphones). In fact, 98% of children aged 8 years or younger have mobile devices at home, with the majority being smartphones, followed by tablets in the home, and a child’s own personal tablet. In 2011, fewer than 1% of children in this age group owned their own tablet, compared to 42% in 2017. Tablets in the home stood at 78% in 2017 (Rideout, 2021). The same report from *Common Sense* — a nonprofit organization focusing on building a more healthy, equitable, and empowering future for all kids in the digital age — reveals that not only are there more devices in homes, but the time spent using mobile devices has dramatically increased going from 5 minutes a day in 2011, to 15 minutes a day in 2013, and 48 minutes a day in 2017 (Rideout, 2021). These numbers are reflected in other studies (Kabali et al., 2015), where more than 96% of children under 4 years old had used a mobile device, with many starting before the age of 1, and most having used one by the age of 2. These patterns are stronger and more salient in low-income families (Kabali et al., 2015; Rideout, 2021). For example, a seven-country study of European nations reported that tablets were children’s favorite device, thanks to the appeal of the



touchscreens and portability — even within a family where a child does not own one (Chaudron et al., 2015). These numbers clearly demonstrate that screen devices are an integral part of the daily lives of many children and their families. The trend is evidently increasing, with no sign of stopping in sight. Parents are the primary driving force behind the trend, finding a use for TD in caregiving.

It is currently a routine practice to utilize these screen-based portable devices as part of caregiving (TD in particular), as pacifiers, engagers, or distractors. This is despite the mixed attitudes towards screen time for children communicated by child-focused professional organizations, public figures, and parent advocates. A recent study (Wartella et al., 2013) demonstrated that parents, while concerned over their children’s media use, often rely on these tools to soothe their child, calm them, or aid them for bedtime. In other words, portable devices are used by parents as a way to manage everyday routines with children, even though these same parents complain about screen ‘over-usage’. It is natural to rely on new technologies to help with daily life; however, this over-usage can have a direct impact on children. In short, screen-based media is an almost unavoidable component of modern parenting, and it is likely to remain and expand its presence.

The pervasiveness of screens and parents’ reliance on them in early childhood directly goes against the recommendations of the American Academy of Pediatrics (AAP). The recommendations warn against screen time for children under the age of two. This is because, according to the AAP, the early months are critical for cognitive, language, motor, and social development, requiring environmental input that children cannot gain from screens or TD as they would from a caregiver or interacting with their surroundings.

Moreover, it is argued (Hill et al., 2016) that children have difficulty transferring knowledge gained from screens into their three-dimensional experience. It is advised that parents use screens with their young children (starting at 15 months of age and older) and ensure they reteach the content. Moreover, 24-month-old children can learn new words from live-video chatting with a responsive adult. This happens as early as 15 months old; however, learning new words during live-chat only occurred when using specially designed applications that are not commercially available (Hill et al., 2016). Ultimately, co-viewing is the primary recommendation for older children (2 years old and above), with a statement that the content needs to be age-appropriate and of high quality. In particular, preschool-aged children (3 to 5 years old) can improve their cognitive, literacy, and social outcomes when presented with very well-designed television programs (e.g., *Sesame Street*), as per the AAP policy statement (Hill et al., 2016). Young children engage with TD independently and regularly, particularly in low-income households (Kabali et al., 2015; Rideout, 2021). Thus, the AAP guidelines do not align with reality; they are not widely known to the public, as only about 20% of parents are familiar with them (Rideout, 2021).

Early childhood screen use is no longer exceptional; it has become the norm. Debates regarding appropriate limitations for young children continue to occur; however, there has been insufficient investigation into both their detrimental and positive impacts. The focus is on caregiving, as it should be. However, it also needs to focus on children, particu-



larly on their experiences with screens. According to sociocultural theory (Taber, 2025; Vygotsky, 1978, 1994a, 1994b), young children development is mediated through interactions with cultural tools: objects and symbols such as language, routines, and today, digital devices. Tools like TD are not passive; they are part of the cultural environment and actively shape how children learn, communicate, experience and resolve challenges, especially when used in isolation, or without adult scaffolding. These devices can become a child's primary mediator when caregivers are absent, which further stresses the importance of understanding a child's emotional and behavioral experience during TD use. Self-regulation frameworks emphasize the deep ties of early learning to the development of emotional and behavioral control. Zimmerman (2002), and Kubsch and colleagues (2025) describe how self-regulated learning involves a child's ability to plan, monitor, and adjust cognitive and emotional processes during a task. These skills are just emerging in preschool years. Expressed emotions, such as frustration, curiosity, disengagement, or delight, are central indicators of a child's regulatory strategies and readiness to learn. Kopp (1982) offers a complementary developmental framework by tracing the ontogeny of self-regulation across early childhood. She outlines the progression from external control (e.g., compliance with caregiver directives) to self-control and eventually self-regulation. These regulatory capacities emerge in stages, beginning with basic inhibition and culminating in the child's ability to self-monitor, delay gratification, and adjust behavior in the absence of adult guidance. Even though TD can act as a mediator, a caregiver presence is critical to mediate this progression of self-control and self-regulation.

Together, these perspectives underscore the importance of observing and interpreting a child's engagement with screen-based technology as part of their broader developmental trajectory, particularly in an educational setting where they will spend the majority of their time. As TD are being implemented in schools, they need to be studied within an educational context across all ages, with particular attention to the often-overlooked pre-kindergarten age bracket (up to five years old).

## **Early Childhood and Learning**

Early childhood is a critical time for cognitive, social, and emotional development. Technology and screen-based portable media are ever-present in early childhood and have created a new context for development, shaping the contemporary learning environment. As sociocultural theory (Taber, 2025) suggests, digital tools should be viewed as cultural artifacts that participate in and transform developmental processes. When introduced early, they shape and organize the structure and pacing of interaction, learning, and meaning-making.

Digital literacy — the ability to effectively use digital devices and navigate interactive content — emerges as an increasingly recognized essential skill that needs to be carefully investigated. In fact, the increasing presence of screen-based technologies at home and in classrooms creates a stronger need to nurture this skill in schools (McManis



& Gunnewig, 2012; Neumann, 2016, 2018). In support of that, interactive applications and digital tools can offer a unique opportunity for multimodal learning that strengthens the emergence of literacy, numeracy, and other academic domains, as well as executive functioning. Executive functioning refers to a set of cognitive skills that include working memory, inhibitory control, and cognitive flexibility. These skills support goal-directed behavior and adaptive problem-solving (Kolloff et al., 2025). They begin developing in early childhood and are crucial for self-regulation and academic success.

Digital tools also provide scaffolding and feedback loops that, when designed developmentally, can support children's agency and learning progressions (Plass et al., 2015; Plass & Kaplan, 2016). They enable personalized learning experiences that can be tailored to individual learning needs at their specific developmental stage (Huber et al., 2018; Zaranis, 2016). In fact, Strouse and Ganea (2017) revealed that electronic books improve vocabulary retention more than their paper counterparts by being more interactive and maintaining interest in reading.

Learning in childhood is complex and goes beyond cognitive dimensions and knowledge. There are affective and behavioral experiences that are to be considered. Cognitive and emotional engagement is foundational for meaningful learning outcomes in technology-mediated settings. Emotions such as curiosity, confusion, and enjoyment are not just temporary states., they are active contributors to the deep processing and integration of information children experience during learning (Halverson & Graham, 2019). Knowing this, researchers must account for the interplay of skill development, motivational states, and socioemotional functioning to fully grasp the impact of TDs on early learning.

### ***Affect, Behavior, and Child Experience: Their Role In Children's Learning***

Emotional states, particularly at very young ages (0 to 5 years old), contribute to a child's learning experience and learning outcomes. Emotions such as enjoyment, frustration, engagement, and distraction can reflect underlying cognitive and motivational processes that may not be immediately visible. For example, mind-wandering or distractibility, combined with concentration, permits the emergence or the incubation of creativity (Khalaf et al., 2022). The flow of emotions, which refers to the sequence and transition of affective states during learning, is grounded in dynamic systems and emotion regulation theories. It emphasizes that emotions unfold over time and influence subsequent cognitive processing and behavioral responses (Camras, 2011; Pekrun & Linnenbrink-Garcia, 2014). Emotions inform the learning process and can provide overlooked indicators of learning to teachers. While typically negative emotional states such as disengagement or frustration may adversely influence a child's motivation and overall learning efficacy (Huber et al., 2018; Madigan et al., 2019), as part of a flow of emotions, negative emotions can be part of learning if followed by positive affect (Zhukova et al., 2020).

Additionally, as the guidelines (AAP) suggest, while supported by observational research, social dimensions are critical. Co-use is a cornerstone of TD use among young children and relies upon caregiver-child interactions. The caregiver has a role in affecting children's emotions, learning behaviors, and educational experiences (Barr, 2019; Strouse & Ganea, 2017). Emotional exchanges during co-use may help regulate



frustration or recover from it, sustain engagement and persistence, or interpret content more meaningfully. Thus, carefully designed observational approaches can offer a valuable lens for analyzing the characteristics of caregiver-child interactions and their interplay with affective and behavioral learning indicators, thereby refining educational strategies.

## Research Gaps

Given the increase in screen or TD-based exposure and learning and the developmental environment they create, significant research gaps remain. Our understanding of young children's emotional, behavioral and social experiences using tablet-based education is incomplete. For example, two systematic reviews highlight the extreme lack of qualitative observational research that is focused on these dimensions (Griffith et al., 2020; Herodotou, 2018). Specifically, Griffith (2020) identifies uncertainties on the impact of interactive applications on social-emotional development, despite the evident cognitive and academic benefits. Social and emotional development, in fact, is often overlooked, particularly with pre-kindergartners. Older reviews, such as Herodotou's (2018), underline the challenges in understanding the learning and developmental impacts of tablet use. Blumberg's (2019) review of recommendations and policies on digital games as a context for children's cognitive development emphasize the need to investigate digital games and applications, both for cognitive and socio-emotional impact in younger populations.

Additionally, despite benefits such as emergent literacy (Neumann, 2016, 2018) and executive functioning (Huber et al., 2018), research seldom considers external influences like digital proficiency and environmental disruptions, or the specific context in which digital use occurs (Chiong & Shuler, 2010; Madigan et al., 2019). McPake and colleagues (2013) highlight the lack of research into how informal digital/screen media experiences (at home, or outside the educational setting) translate into structured educational spaces. Applications such as BELLA offer an opportunity to address these gaps by providing structured, context-rich data on children's emotional, behavioral, and social engagement during screen-based learning.

## Digital assessment in early assessment: BELLA

BELLA is a tablet-based app designed for preschoolers which serves as a school readiness assessment. Specifically designed for children between the ages of 3 to 5 years old, BELLA is both an assessment and a learning tool. It addresses skill development in major domains including early numeracy, early literacy, early science, and social-emotional development. Thus, BELLA covers critical domains for early education, as well as the social-emotional element that is often overlooked, and cognitive skills. These cognitive skills, precursors to higher-order cognitive competencies, include analytical, creative, and practical. More on the cognitive skills, items, and performance in the assessment is available in the associated publications (Kilani et al., 2024; Tan et al., 2023).



BELLA has a library of more than 700 items, which arms preschools with a variety of engaging questions that can be used throughout the years. Users can select a set of items that focus on the learning materials relevant to the student at a given time. The sessions can be repeated, which allows teachers to gauge performance and learning over time. BELLA can be a supportive tool for learning, providing activities that teachers can rely on after conducting their lesson plan to reinforce the material covered.

BELLA is one of its kind as a kindergarten entry assessment (KEA). It distinguishes itself from other assessments with its unique integration of socio-emotional assessment alongside the assessment of literacy, numeracy, and science. BELLA is designed to adapt item difficulty to the individual child's performance, and its interface is child-friendly and interactive. Its competitors — commonly used KEAs — in the United States include tools such as Teaching Strategies GOLD (TS-GOLD), Brigance Early Childhood Screens III, and the Standardized Test for Assessment of Reading-Early Literacy Enterprise (STAR-EL).

TS-GOLD is used as a formative, observation-based assessment for children from infancy to 3<sup>rd</sup> grade. It focuses on evaluating skills through ongoing teacher observations within everyday activities, requiring teacher input. It covers 11 domains but fails at capturing dynamic and spontaneous child responses. TS-GOLD is comprehensive in its assessment of socio-emotional skills, however, the main weakness remains that the teacher must observe and document behaviors during regular classroom days, which can be overwhelming and prone to human error — affecting accuracy and consistency (Teaching Strategies, 2022). Brigance is teacher-led and includes a set of developmental screeners from infancy through first grade. These are short, and performance-based tasks that target academic, cognitive, language, and physical skills. Brigance is ideal for its valuable insights into developmental milestones, however, it does lack a digital or adaptive element, which makes it less suitable for schools relying on interactive, screen-based assessments (French, 2013; Yun et al., 2021).

STAR-EL is a digital competitor of BELLA. It is adaptive and targets early literacy and numeracy. It is designed for preschool through grade 3. Similar to BELLA, it is intended to be taken independently on a computer or a tablet. The application primarily focuses on traditional academic skills and does not specifically assess broader cognitive domains or socio-emotional skills. STAR-EL fails to fully leverage DM interactivity to support deeper engagement (Shapiro & Gebhardt, 2012).

These tools are compared with BELLA by Tan and colleagues (2023), who distinguish BELLA from other KEA programs by its combination of academic content, cognitive skill assessment and social-emotional evaluation. BELLA is not teacher administered, although it is teacher informed; and directly engages children through interactive and adaptive tasks to maximize engagement and minimize observational biases. Compared to STAR-EL (DM-based KEA), BELLA specifically focuses on preschoolers and takes a holistic (a comprehensive range of domains evaluated) approach to which academic, developmental, and cognitive domains it covers. This puts BELLA ahead of currently



used KEAs, and serves as a tool for further research in pre-school TD use. It is a practical format, particularly valuable for studying child-TD interactions in an educational setting.

## Materials and methods

### *Participants*

The data presented in the study were collected from students attending three private preschools in the greater Houston, Texas, in 2022. Eligible participants were children in pre-kindergarten classrooms, comprising 161 children aged 3 to 6 years old, 74 (45.96%) girls. Table 1 shows stratification by sex and age. Racial/ethnic demographics were not collected. The participating schools collected parental consent for the participating classrooms. The participants were part of a larger study, the results of which have been published in Tan and colleagues (2023) and Kilani and colleagues (2024). The analyses presented below have not been featured in any other context.

Table 1 / Таблица 1

**Stratification of the Sample by Sex and Age**  
**Стратификация выборки по полу и возрасту**

Age	Boys	Girls	Total
3	1	1	2
4	32	34	66
5	44	32	76
6	10	7	17
<b>Total</b>	87	74	161

### *Procedures*

#### *Setting*

The children were removed from their classrooms and taken to a quiet room. No more than two children were tested at a time. Disruptions were recorded, and included events such as occasional traffic into the room, hallway noise, or sharing the room with a speech therapist.

#### *Data Collection*

The data were collected by a trained observer who administered BELLA to children in English. Each child was given a digital tablet and had a profile created in the application. When ready, children were asked to complete a pre-assigned pilot path (a set of 33 items, including six literacy, six math, 18 science, and three social/emotional items); each path took about 20 minutes to complete. The goal was to accomplish a total of 2 pilot paths. No more than one pilot path could be completed within a day. During the evaluation, the tester provided minimal guidance to the children to encourage their independent use of BELLA. Children were allowed to interrupt the session at any point. Sessions were either



paused (e.g., for bathroom breaks) and resumed when the child returned or paused and saved (e.g., when the child could not or would not continue) and resumed on a different occasion. Children could not have more than three sessions. They returned to their classrooms at the end of each session. All sessions took place in the morning.

### *Observer/Tester Assignment and Positionality*

The tester was a female psychology undergraduate student. They were in charge of the primary data collection of the study, working with the participating schools in Texas, and using her robust training in administering BELLA. They were middle-aged, and had experience with caregiving as a mother. Their personality shone through a few of the observations where they occasionally strayed from their formal note-taking style. For example, the following sentence shows subjective commentary in the use of the word ‘Cute’:

*“Child needs a lot of assistance. Asks my permission before answering every question. It is very cute the way he expresses delight at some of the pictures.”*

Regarding social dynamics, it was not always possible to remain consistent with full attention, such as in this example:

*“People keep coming in and out of this room. It’s somewhat distracting. The child seems focused, but it is distracting me from paying attention to him. Child has trouble with dragging questions. He appears to know what he is supposed to do; he seems unable to physically do it. Child mostly refuses to answer questions in which he does not know the answer. He lets the time run out and ignores my encouragement to take a guess. This room is like a weigh station! At least 20 interruptions in 30 minutes!”*

Nevertheless, the tester continued with their task and tried to keep engaging while maintaining good and truthful record of the session.

The tester acted as the observer; they are referred to as the observer from this point on. They had been trained in behavioral observation and behavioral coding in a prior research project. They independently took the initiative to record written observations for each session they conducted with the children. These handwritten observations primarily focused on the child’s experience with BELLA, recording their affect, social behaviors, distractibility, digital tablet skills, and performance. Although not formally structured, observations were guided by a previous two-month-long training received by the observer for a prior project involving behavioral coding of a case study of a 28-month-old using an iPad (Khalaf et al., 2022; Zhukova et al., 2020). The recorded observations are open-ended and have no systematic structure. However, a preliminary reading of all observations identified recurring themes, affect, and behavior which are discussed under ***Behavioral Coding***.

### ***Materials and Measures***

#### *Behavioral Coding*

The behavioral coding scheme used to code the observations was designed to consider child affect, engagement, digital skill, and social dynamics. It was adapted from the Specific Affect Coding System, SPAFF (Coan & Gottman, 2007), and the Dyadic Parent-Child Interaction Coding System, DPICS (Eyberg & Robinson, 1981), both



of which were used in the above-mentioned case study (Zhukova et al., 2020). The lead researcher of the present study read the qualitative observations written during the sessions and identified the behaviors that the observer commonly noticed. Specifically, three broad categories of observations were identified: affect, behaviors, and environmental events.

Regarding **affect**, four specific affective states were coded for using binary coding, yes or no, signifying the presence or absence of: (1) detached affect where the observer notes that the child is displaying signs of distraction or boredom; (2) engaged affect where the observer notes that the child is displaying signs of concentration; (3) positive affect where the observer notes that the child is displaying signs of happiness such as smiling or cheerfulness; and (4) negative affect where the observer notes that the child is displaying signs of frustration, anger, or sadness. Frequency of occurrence could not be extracted.

**Behaviors** were coded in three levels where the lowest is a negative observation, the highest is a positive observation, and the midpoint is the absence of an observation. These include two categories: (1) digital tablet skill, where the observer notes a child’s level of proficiency in using the tablet, navigating it, understanding the activities and such; and (2) social dynamics where the observer notes the nature of interactions the child has with the observer. Frequency of occurrence could not be extracted.

Finally **environmental events** were coded on a binary, yes or no. They are designed to keep track of events outside of the observer’s control and include three types: (1) environmental distraction, which is when the observer makes note of an event occurring in the testing room or outside of it that may disrupt the child’s focus; (2) distraction type which defines the nature of said disruptor; and (3) session glitch which keeps track of the occurrence of a technological disruption such as the app freezing or shutting off. Frequency of occurrence could not be extracted.

Table 2 / Таблица 2

**Description of affect, behaviors, and other variables**  
**Описание аффекта, поведения и других переменных**

Observation	Description
Positive Affect (happy)	The observer notes that the child is happy or displaying signs of happiness. These include: smiling, cheerfulness, motivation, sharing their success. Examples: “Child became very excited at getting correct answers. Child would speak in a high-pitched, loud voice: I did it! I got the answer! “ “Child is delighted that the mouse «eats all the cheese» when she gets a correct answer. She told me that this is fun.” “Child is focused on tablet and seems to be enjoying it. He answers promptly and is smiling as he works.”
Negative Affect (angry, frustrated, sad)	The observer notes that the child is frustrated, angry, or sad. These include: moving around/fidgeting, getting irritated, giving up, hitting the tablet, fussing, aggressively disengaging, crying, refusal to work while being upset. Examples:



Observation	Description
	<p>“Child refused to answer questions alone. If I looked away, would hit my arm repeatedly. Wanted me to look at every answer, would not press cheese unless instructed. Refused to continue at the crocodile/toothbrush question. Laid on floor and wouldn’t get up.”</p> <p>“Child seems impatient. He wiggles around in his seat a lot and repeatedly taps the tablet while questions are asked. Twice he has told me he doesn’t know how to answer a question before it had been asked, but when I told him to listen and he did, he got the answer right. Now he is making excuses as to why he cannot answer questions, eg., he needs a different chair. I think he simply does not want to do this. When he actually pays attention to the questions, he seems to get the answers right.”</p>
Engaged (focused)	<p>The observer notes that the child is focused or showing signs of focus. These include: eyes locked on the tablet, answering promptly, leaning forward, ignoring distractions.</p> <p>Examples:          “Child is moving about but seems focused (eyes on screen, answering promptly, not talking, not displaying affect)”          “Child is mostly attentive: eyes on tablet screen, answering promptly. Glances at me if I move around but quickly returns focus on the screen.”</p>
Detached Affect (bored, distracted)	<p>The observer notes that the child is distracted, displaying signs of distraction, or displaying signs of boredom. These include: looking around the room, disengagement from the game, moving around, sighing, and asking if they are done.</p> <p>Examples:          “I cannot tell if the child is concentrating on the app. He is mostly looking at the screen and is answering questions promptly, but his body movements are lackadaisical: slouched posture, holding tablet with one hand but flopping it about. About 1/2 way through — sat up straight, grasped tablet with both hands, facial expression changed to concentrated frown.”</p>
Digital Tablet Skill — Good	<p>The observer notes that the child demonstrates proficiency in using the tablet, navigating applications, performing tasks, understanding the game rules or understanding the game objectives. This can be generalized to proficiency with the tablet and the game. Descriptors include: efficiently opening applications, appropriate tablet manipulations (swipe, drag, tap), ability to interact with on-screen elements, not needing to be assisted or prompted more than once, correctly explains how to play the game. Additionally, assign this code if a child shows an improvement in any of the above after receiving feedback.</p> <p>Examples:          “Quickly learned to press cheese to skip questions.”          “Child immediately (1st question) understood how to operate the application (listen to question, choose answer, tap cheese.)”</p>
Digital Tablet Skill — Neutral	<p>The observer does not make any note of digital tablet skill.</p> <p>Examples:</p>



Observation	Description
	<p>“Attempted to resume. Saved file was not there. I had to start over. Child is communicating with me in English. Perhaps the teacher did not realize how much English this child knows.”</p> <p>“Child is quiet and focused — eyes on tablet, answering promptly, not interacting with me.”</p>
Digital Tablet Skill — Poor	<p>The observer notes that the child demonstrates difficulty with using the tablet, a lack of understanding of the game, inefficient or inappropriate manipulations. Descriptors include: trouble locating icons, difficulty understanding and using the proper manipulations (even when guided), trouble validating responses, trouble following game instructions, a consistent need for help, help-seeking behavior. Examples:</p> <p>“Child did not navigate the app well. Needed to be reminded to choose an answer and press the cheese many times.”</p> <p>“Child still needs guidance: some instruction on how to pick an answer and reminders to touch the cheese after choosing answer.”</p>
Social Dynamics — Good	<p>The observer notes that the child is enthusiastic, actively participating, shows eagerness or seeks engagement with the caregiver. Descriptors include: eagerly answering questions, showing interest, initiating conversation, sharing success/failures, expressing affection, attention-seeking (different from help-seeking). Examples:</p> <p>“Child is not very focused. She is very friendly and keeps talking to me. I redirect her, but she still talks to me.”</p> <p>“The child likes to entertain. She makes silly faces and voices, waiting for me to laugh. She is answering questions, but her full attention is not on the task.”</p>
Social Dynamics — Neutral	<p>The observer does not make any note of engagement dynamics. Examples:</p> <p>“Child did not complete session before lunch. I saved it and will resume tomorrow.”</p> <p>“Child is mostly attentive: eyes on tablet screen, answering promptly. Glances at me if I move around but quickly returns focus on the screen.”</p>
Social Dynamics — Poor	<p>The observer notes that the child is reticent to do the assessment or to interact with the observer. Descriptors include: hesitating to participate, avoiding eye contact, actively avoiding engagement, intentionally closing the application, refusing interaction, resisting care/advice. Examples:</p> <p>“He is hesitant to try if he does not know an answer. He will sometimes just let the timer run out without making an attempt.”</p> <p>“Child seems impatient. He wiggles around in his seat a lot and repeatedly taps the tablet while questions are asked. Twice he has told me he doesn’t know how to answer a question before it had been asked, but when I told him to listen and he did, he got the answer right. Now he is making excuses as to why he cannot answer questions, e.g., he needs a different chair.”</p>



Observation	Description
Environment Distraction	If an environmental distraction was mentioned, such as a child interfering, noise in the room, speech therapist present and such. Examples: “These children are feeding each other’s enthusiasm. It’s a lot of fun to watch them.” “Child is mostly focused. We are in the teacher break room, and there is constant traffic, but she is looking at the tablet and answering promptly.” “There is a speech therapist in the room, working with another child.”
Distraction Type	If the above is yes, please summarize in a few words the distraction
Session Glitch	The observer notes that there was a mechanical issue during the session. For example, they must bring a session to an end or restart because of a crash, or when a child causes the game to crash.

### ***Performance Indicators***

BELLA was used to evaluate children’s pre-academic, social-emotional, and cognitive skills. One pilot path was given per session, with the goal of each child completing a total of two. In addition to the domains (early literacy, numeracy, science, and social-emotional development) that constitute the pilot path, items varied in cognitive skill (analytical, creative, and practical thinking) and difficulty level (easy, medium, and hard). All pilot paths follow the same structure and item order. The items, while different, measure the same domains and cognitive skills. The difficulty level varies between items across pilot paths while maintaining a balanced approach. At the end of a session, the data are saved and each item is given a score between 0 and 100. The total average was calculated for each child as a representation of their overall performance.

### ***Interrater Reliability***

Three research assistants were trained in coding the observations. The supervising graduate student provided the training and participated in the coding. A total of 20 observations from the dataset were used for training. The group discussed discrepancies, refined the coding system, and proceeded with coding the full dataset. The process unfolded across multiple weeks during an academic semester. Fleiss’ kappa was used to calculate consistency across coders. The coding lead made the final decisions in cases of disagreement. The complete dataset was coded, and consistency across coders showed  $\kappa$  values ranging from .36 to .89. Interrater reliability indicated almost perfect agreement for positive affect ( $\kappa = .89$ ), fair agreement for negative affect ( $\kappa = .36$ ), nearly perfect agreement for engaged affect ( $\kappa = .86$ ), substantial agreement for detached affect ( $\kappa = .74$ ), substantial agreement for digital skill ( $\kappa = .63$ ), moderate agreement for social dynamics ( $\kappa = .47$ ), and substantial agreement for environmental distractions ( $\kappa = .70$ ).

### ***Statistical Approach***

*Descriptive Analysis.* A descriptive analysis of the sample, performance scores, observed affect, and behavior during the first session of BELLA was conducted. The analysis



utilized contingency tables to calculate the frequencies and proportions for affect (binary) variables, nominal behavior variables, and environmental distractions (binary). A stratification was conducted to illustrate the distribution of variables across sex, age, and both sex and age. Fisher’s Exact Test was applied to explore initial associations between affect and behaviors, as well as between demographics and affect and behaviors. Fisher’s Exact Test is considered appropriate due to the small sample size. The results are shown in Table 11.

*Comparative Analysis.* A comparative analysis was conducted to evaluate whether changes in affect and behaviors were significant from session one to session two. Participants who had only one session and those who had a session interrupted were excluded. The McNemar-Bowker test was applied. Digital skill was converted into three variables: good digital skill, neutral digital skill, and poor digital skill. Social dynamics were similarly converted into good social dynamics, neutral social dynamics, and poor digital skill. Both variables were converted post-coding. The McNemar-Bowker test was applied against the following null hypothesis: there is no difference in proportions between the two paired observations.

*Multiple Linear Regression Analysis.* A multiple linear regression was conducted to examine whether affect and behaviors predict the changes in performance scores controlling for age. Variables were manipulated to fit into a multiple linear regression model. Positive and Negative affect were combined to create the emotion variables. Engaged and Detached affect were combined to create the focus variables. These are described in Table 3. Digital skill and social dynamics were also converted into binary variables. These are described in Table 4. Neutral levels across all variables were used as a baseline comparison. These changes are reflected in Tables 3 and 4. Only a completed session 2 is used for these analyses. The first exposure is considered a training session. To determine the appropriate sample size, an a priori power analysis was conducted using G\*Power (version 3.1.9.7). We assumed a medium effect size (Cohen’s  $f^2 = .15$ ) with  $\alpha = .05$  and a desired power  $(1 - \beta) = .80$ . The statistical test selected was a multiple linear regression, fixed model,  $R^2$  deviation from zero, with 11 predictors. The power analysis indicated that a minimum of  $N = 123$  participants was required to achieve adequate power (power = .84) while fitting this model. For a higher confidence (power = .95),  $N = 178$  participants would be required. Given the study’s sample size, this is adequate to detect effects of medium strength above the .80 threshold.

Table 3 / Таблица 3

**Combinations of Affect to Create Emotion and Focus Variables**

**Комбинации аффектов для создания переменных эмоций и фокуса внимания**

	Positive Affect	Negative Affect	Engaged Affect	Detached Affect
Positive Emotion	X	-		
Mixed Emotion	X	X		
Negative Emotion	-	X		



	Positive Affect	Negative Affect	Engaged Affect	Detached Affect
Neutral Emotion	-	-		
Positive Focus			X	-
Mixed Focus			X	X
Negative Focus			-	X
Neutral Focus			-	-

Table 4 / Таблица 4

### Digital Skill and Social Dynamics Levels

#### Уровни цифровых навыков и социальной динамики

Digital Skill		Social Dynamics	
Good	Poor	Good	Poor
X	-	X	-
-	-	-	-
-	X	-	X

## Results

### Sample Description

The sample included 161 children. Of these, 87 were boys and 74 were girls. Their ages ranged from 3 to 6 years old, with the majority being 4 and 5 years old (66 and 76 participants, respectively). Only 2 participants were age 3, and 17 were age 6. The mean age of the sample was 4.65 years old, with a standard deviation of  $SD = .76$ .

Each session number and its sample characteristics were reviewed, and participants that never completed a full session were removed. Session three is unique in that it is the session where children who faced difficulty during one of the first two sessions had to have a third session. The numbers of occurrences of each affect and behavior are reported in the Tables 5—10 below.

### Session 1

Table 5 / Таблица 5

#### Counts of Affect During Session 1

#### Количество воздействий во время сеанса 1

Affect and Distraction	Positive Count	Neutral Count
Positive Affect	24	131
Negative Affect	25	130
Engaged Affect	63	92
Detached Affect	45	100
Environment Distraction	31	124
<b>Participant Total: <math>n = 155</math></b>		



Table 6 / Таблица 6

### Counts of Behaviors During Session 1

#### Количество поведений во время сеанса 1

Behaviors	Good Count	Neutral Count	Poor Count
Digital Skill	80	41	34
Social Dynamics	48	90	17
<b>Participant Total: n = 155</b>			

### Session 2

Table 7 / Таблица 7

### Counts of Affect During Session 2

#### Количество случаев аффекта во время сеанса 2

Affect and Distraction	Positive Count	Neutral Count
Positive Affect	28	124
Negative Affect	31	121
Engaged Affect	82	70
Detached Affect	59	93
Environment Distraction	36	116
<b>Participant Total: n = 152</b>		

Table 8 / Таблица 8

### Counts of Behaviors During Session 2

#### Количество поведений во время сеанса 2

Behaviors	Good Count	Neutral Count	Poor Count
Digital Skill	41	90	21
Social Dynamics	41	101	10
<b>Participant Total: n = 152</b>			

### Session 3

Table 9 / Таблица 9

### Counts of Affect During Session 3

#### Количество случаев аффекта во время сеанса 3

Affect and Distraction	Positive Count	Neutral Count
Positive Affect	1	12
Negative Affect	3	10
Engaged Affect	3	10
Detached Affect	6	7
Environment Distraction	1	12
<b>Participant Total: n = 13</b>		



Table 10 / Таблица 10

### Counts of Behaviors During Session 3

#### Количество поведений во время сеанса 3

Behaviors	Good Count	Neutral Count	Poor Count
Digital Skill	3	4	6
Social Dynamics	2	7	4
<b>Participant Total: <math>n = 13</math></b>			

#### *First exposure to BELLA*

Contingency-table analyses were conducted to identify the affect and behavior profiles children exhibited during their first exposures to BELLA. A total of 155 children were included. The attrition was due to children with incomplete first sessions, who had been removed. The most frequently displayed affect was engaged affect ( $n = 63$ ; 40.6%), followed by detached affect ( $n = 45$ ; 29%). Positive affect was observed in 24 children (15.5%), while negative affect was reported in 25 children (16.1%). Regarding digital tablet skills, 80 observations (51.6%) reflected it to be good, 34 (21.9%) — poor, and 41 (26.5%) neutral. Social dynamics showed a majority of neutral observations ( $n = 90$ ; 58.1%), while good and negative social dynamics accounted for 48 (30.9%) and 17 (11%) observations, respectively.

Notable groupings were observed within the contingency-table, with no statistical analyses attempted. When comparing the occurrence of affect with the occurrence of behavior, we see that a positive affect frequently occurred with good social dynamics ( $n = 21$ ) and least often with poor social dynamics ( $n = 0$ ). Engaged affect commonly occurred with good digital skill ( $n = 42$ ), whereas detached affect showed mixed associations, often paired with neutral or poor digital skill. Negative affect did not show any clear pairing with behavior.

The data were also grouped by age and sex, revealing the following: 5 year-olds were the most likely to show positive affect ( $n = 17$ ), followed by 4 year-olds ( $n = 4$ ) and 6 year-olds ( $n = 3$ ). Engaged affect was similarly highest in 4 and 5 year-olds. Detached affect similarly shows a high prevalence in 4 ( $n = 21$ ) and 5 ( $n = 17$ ) year-olds. Sex differences were subtle, with girls showing slightly lower rates of affect and boys showing higher rates of good digital skill while simultaneously being more likely to display poor digital skill. In terms of social dynamics, girls had slightly more good interactions, while boys had more neutral and negative interactions.

#### *Correlations and Dependency Between Variables*

To explore associations between affective states and behavioral observations further, a series of pairwise Spearman's rank correlation were conducted, and significant correlations are reported. The analysis revealed that age is positively correlated with social dynamics ( $\rho = .276$ ;  $p < .001$ ) and positive affect ( $\rho = .188$ ;  $p < .05$ ). Digital skill negatively correlated with negative affect ( $\rho = .291$ ;  $p < .001$ ) and positively correlated



with positive affect ( $\rho = .291$ ;  $p < .001$ ). Social dynamics also had a strong positive correlation with positive affect ( $\rho = .488$ ;  $p < .001$ ). These findings indicate that older children are more likely to show good social engagement and positive affect, and that higher digital skill is linked to both greater engagement and reduced negative affect. Fisher's Exact Test was applied to identify dependency or relatedness between affect and behaviors, with six significant relationships. All tested variables are reported in Table 11.

Stratification by age or sex is not reported in Table 11. Findings reveal that amongst 4 year-olds ( $n = 62$ ), positive affect was associated with social dynamics ( $p < .05$ ), negative affect was associated with digital skill ( $p < .05$ ) and social dynamics ( $p < .05$ ) as well. Engaged affect was associated with digital skill ( $p < .05$ ), and detached affect was associated with social dynamics ( $p < .05$ ). Amongst 5 year-olds ( $n = 74$ ), the association between positive affect and social dynamics persisted ( $p < .001$ ) as well as the association between negative affect with digital skill ( $p < .05$ ). Detached affect was associated with both social dynamics and environmental distraction. Digital skill was also associated with social dynamics. Finally, the 6 year-old group ( $n = 17$ ) revealed no significant associations. This may be due to the smaller number of participants in that group. Sex-related findings aren't significant, but we observed a few trends within the sample where being a boy had a modest association with negative affect and digital tablet skills. Being a girl was associated with both positive affect and good social dynamics, as well as engaged affect and good digital tablet skills.

Table 11 / Таблица 11

**Fisher's Exact Test: Relatedness Between Categories**

**Точный тест Фишера: взаимосвязь между категориями**

Variable 1	Variable 2	<i>p-value</i>
Age	Positive Affect	< .05
	Negative Affect	.475
	Engaged Affect	.287
	Detached Affect	.348
	Digital Skill	<.05
	Social Dynamics	<.05
Sex	Positive Affect	.376
	Negative Affect	.126
	Engaged Affect	.254
	Detached Affect	.860
	Digital Skill	.323
	Social Dynamics	.547
Positive Affect	Digital Skill	.101
	Social Dynamics	<.001
Negative Affect	Digital Skill	<.001
	Social Dynamics	.080



Variable 1	Variable 2	p-value
Engaged Affect	Digital Skill	<.001
	Social Dynamics	.371
Detached Affect	Digital Skill	.493
	Social Dynamics	<.001

### *Change in Affect and Behavior from Session 1 to Session 2*

To assess whether affect and/or behaviors changed between the first and second exposure to BELLA, a McNemar test was applied to paired data from 133 participants. These participants completed both sessions without glitches or interruptions. Findings revealed that engaged affect ( $\chi^2 = 10.42, p < .005$ ) significantly increased, and detached affect significantly decreased ( $\chi^2 = 4.02, p < .05$ ). Positive and negative affect exhibited no significant changes and remained relatively stable across sessions.

Regarding behavior, results show that all three levels of digital skill significantly shifted between sessions. Specifically, poor digital tablet skills decreased ( $\chi^2 = 6.50, p < .05$ ) while neutral ( $\chi^2 = 28.90, p < .0001$ ) and good digital tablet skills increased ( $\chi^2 = 13.43, p < .001$ ). Overall, this indicates that children’s use of BELLA and the tablet generally improved across just two sessions. Social dynamics show no significant changes across its three levels, suggesting that the social engagement of children remained relatively stable across sessions.

### *Linear Regression: Performance*

#### *Sample and Scores*

The sample used for the linear regression included 148 participants. The smaller sample size is due to children missing performance scores, children that only had one session, and children with incomplete sessions. Only a complete second or third session for each child was included in this analysis. The first session is considered a training session. The sample completed a total of 33-items, similar across pilot paths. Performance scores were calculated as percentages to reflect the number of correct answers. Performance scores ranged from 20.24 to 93.39. The median is 66.12 and the mean is 63.96. The standard deviation is 15.63.

#### *Dummy-Coding*

New variables were created in line with Tables 3 and 4. Positive affect and Negative affect were combined to create an Emotion variable. Emotion has four levels: positive affect only, negative affect only, mixed positive affect and negative affect, and neutral affect. Neutral affect served as the comparative baseline for the regression. Engaged affect and detached affect were combined to create a Focus variable. Focus has four levels, similar to Emotion. Neutral Focus served as the baseline. Digital tablet skills and Social dynamics each have three levels. Each level has been decomposed into Good, Poor, and Neutral, giving three levels for each variable. Neutral is used as the baseline.

#### *Regression*

Overall, the regression model was statistically significant,  $F(11, 136) = 12.23, p < .001$ , and explained approximately 49.7% of the variance in BELLA performance scores



( $R^2 = .497$ ). Specifically, two of the predictors were statistically significant. Children who displayed positive affect without negative affect scored higher on BELLA ( $\beta = .168$ ,  $p < .05$ ). Children observed to have negative digital tablet skills (e.g., incorrect tablet manipulations) scored substantially lower ( $\beta = -.403$ ,  $p < .001$ ). Age was a strong covariate ( $\beta = .358$ ,  $p < .001$ ). No other emotion, focus, or social dynamic combinations were statistically significant. See Table 12 (below) for the full set of regression coefficients. Given the number of predictors, multicollinearity was examined using pairwise correlations (Table 13) and variance inflation factors (Table 14). The strongest pairwise correlation was between positive affect and positive social dynamics with  $r = .55$ . All other predictor pairs were below  $.40$ . These do not meet the threshold of  $.7$  for potential multicollinearity concerns. Variance inflation factors ranged from  $1.04$  to  $2.29$ , with all tolerance values above  $.43$ , confirming no problematic collinearity. The adjusted  $R^2$  for the full model was  $.457$ . A reduced model retaining only the three significant predictors (positive affect, poor digital skill, and age) yielded an adjusted  $R^2$  of  $.414$ . Model comparison indicated that the full model provided a significantly better fit,  $F(8,136) = 2.41$ ,  $p < .05$ .

The results show that only negative digital skill and positive affect significantly contributed to the performance scores. The non-significant results, however, still show trends that can inform further investigation. Specifically, the presence of a negative affect and detached affect seemed to be associated with lower scores, while engaged affect was associated with higher scores. Good digital tablet skills trended negatively, which may be due to noise in the data. Positive social dynamics were associated with lower performance but not as strongly as negative social dynamics. The nature of observed social interactions needs to be more specific in order to differentiate between disruptive social interactions that take away from the task at hand, or interactions that are task oriented. Age remains the most critical factor influencing performance. Given the age range (3 to 6 year-olds) and the fact that it is a critical developmental period, this is expected.

Table 12 / Таблица 12

**Multiple linear regression results: performance change**

**Результаты множественной линейной регрессии:  
изменение производительности**

Predictor	<i>B</i>	<i>SE</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
Intercept	67.59	2.78	24.32	<.001
Emotion — Mixed affect	-.014	11.77	-0.23	.822
Emotion — Positive affect	.168	3.16	2.18	.031*
Emotion — Negative affect	-.047	2.60	-0.73	.464
Focus — Mixed	-.117	3.65	-1.53	.128
Focus — Positive	.091	2.79	1.03	.305
Focus — Negative	-.133	3.23	-1.45	.150
Digital — Good	-.047	2.29	-0.71	.477
Digital — Poor	-.403	2.95	-5.99	<.001*



Predictor	<i>B</i>	<i>SE</i>	<i>t</i>	<i>P</i>
Social — Good	-.044	2.66	-0.58	.561
Social — Poor	-.080	4.41	-1.13	.259
Age (Centered)	.358	1.55	5.58	<.001*

Note: «\*» — Significant p-values at the 0.05 level.

Table 13 / Таблица 13

**Pairwise Pearson Correlations Among Regression Predictors**

**Парные корреляции Пирсона между предикторами регрессии**

Predictor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Emotion — Mixed affect	—										
Emotion — Positive affect	-0.04	—									
Emotion — Negative affect	-0.04	-0.22**	—								
Focus — Mixed	-0.03	0.04	0.12	—							
Focus — Positive	-0.07	-0.02	-0.03	-0.32***	—						
Focus — Negative	0.13	-0.13	0.04	-0.24**	-0.52***	—					
Digital — Good	-0.05	0.07	0.00	-0.01	0.14	-0.29***	—				
Digital — Poor	-0.04	-0.05	0.11	0.05	-0.29***	0.13	-0.27**	—			
Social — Good	-0.05	0.55***	-0.15	-0.01	-0.09	0.05	0.05	-0.06	—		
Social — Poor	-0.02	-0.06	0.25**	-0.03	-0.23**	0.39***	-0.17*	0.23**	-0.17*	—	
Age	0.03	0.16	-0.14	-0.21**	0.01	0.05	-0.02	-0.16	0.11	-0.12	—

Note: \*  $p < .05$ , \*\*  $p < .01$ , \*\*\*  $p < .001$ .

Table 14 / Таблица 14

**Variance Inflation Factors and Tolerance Values for Regression Predictors**

**Коэффициенты инфляции дисперсии и допустимые значения для предикторов регрессии**

Predictor	VIF	Tolerance (1/VIF)
Mixed Affect	1.04	.96
Positive Affect	1.61	.62
Negative Affect	1.13	.89
Mixed Focus	1.59	.63



Predictor	VIF	Tolerance (1/VIF)
Engaged Focus	2.10	.48
Detached Focus	2.29	.44
Digital Skill — Good	1.19	.84
Digital Skill — Poor	1.23	.82
Social Dynamics — Good	1.58	.63
Social Dynamics — Poor	1.36	.73
Age (Centered)	1.11	.90

*Note.* VIF > 5 indicates concern; VIF > 10 indicates serious multicollinearity. Tolerance < .20 is concerning. All values are within acceptable ranges.

## Discussion

The study examined affective and behavioral patterns exhibited by children when using BELLA in an isolated setting external to their regular classroom. The goal was to explore the behavioral and emotional user experience of the TD based assessment, and the learning process as they unfold during the sessions, which has been long overlooked in preschoolers. There were three steps to evaluating affect and behaviors: (1) an initial descriptive analysis to grasp what characterizes children’s first time experience when exposed to a tablet-based assessment; (2) a comparative analysis to identify the change in children’s experience with BELLA from the initial session to the second session; and (3) a regression analysis to identify which affect and behaviors contributed to children’s performance on BELLA items.

### *Descriptive Analysis*

Studies have scarcely investigated the emotional and behavioral experience of pre-school age children during digital media use, focusing on cognitive outcomes (Huber et al., 2018) or narrow learning domains such as literacy only (Neumann, 2018). The descriptive analysis offered insight into how preschoolers experience digital media within the educational context, extending current knowledge. Additionally, the observations are made during the first experience with BELLA, offering a chance to observe how the child adapts to a new task, with multiple knowledge and cognitive domains administered on a digital tablet. The observed responses reflect both developmental readiness and the degree to which children are familiar with navigating digital environments independently. Good digital skill is important, and was linked with increased positive affect and decreased negative affect, suggesting that procedural fluency may buffer emotional dysregulation and promote learning enjoyment. The evidence demonstrates that digital skill matters for more than task performance; it matters for children’s affective experiences, which are associated with their overall performance.

Positive affect was closely associated with good social dynamics and engaged focus, suggesting that emotional, social, and behavioral components jointly contribute to how children approach digital tasks. Previous research supports the role of emotionally supportive



engagement in learning. (Denham & Liverette, 2019), and Strouse & Ganea (2017) demonstrated that positive affect and attention mediated vocabulary learning in toddlers interacting with electronic books. However, the findings were obtained in controlled lab settings with parent-child dyads, rather than in naturalistic contexts where children may interact with digital tools independently. This study extends the affect and learning link to a school-based setting in which the preschoolers navigated a tablet assessment without direct adult scaffolding in their first time exposure. Given the interdependence patterns identified, it is evident that an engaged (focused) child is more likely to have good digital skill, while a detached (distracted) child is less likely to. This holds for both a lab and a familiar school setting. Teachers should promote engagement and make sure that children have adequate digital skills to be able to maintain their focus. Such a pattern may also indicate that both emotional and behavioral readiness shape how children approach digital tasks. The associations identified were more robust for the 4–5 years old range, although that may be explained by most of the sample being in that age range, while 3- and 6-year-olds were a minority. Sex on the other hand did not have significant relationships and only suggests that boys have more behavioral extremes (good vs poor digital skill), and girls showed slightly more positive social dynamics.

Overall, the analysis suggests that children were able to concentrate and fully pay attention to the application, and that half of them had good proficiency with the tablet interface. Specifically, the first experience with BELLA evokes positive affect for some, and difficulty for others when they do not display good digital skill. The associations identified strengthen the idea that age 4 to 5 is a key developmental period for emotion-behavior integration in digital contexts (Kolloff et al., 2025; Zimmerman, 2002). Children in this range appear to be sensitive to both internal states and external task challenges. Age is a critical driving force that affects every child's experience.

### *Comparative Analysis*

When comparing children's affective and behavioral responses between their first and second sessions, clear patterns emerged. Engaged affect significantly increased, while detached affect significantly decreased, suggesting that upon the second exposure, children were more focused and less bored or distracted. These shifts align with research on learning engagement and self-regulatory development in early childhood, which shows that familiarity with a task can reduce cognitive load and improve sustained attention (Kubsch et al., 2025; Zimmerman, 2002). In parallel, digital skill improved. The total number of children showing poor digital navigation decreased, while neutral and good digital skill increased. Even a brief repeated interaction with the tablet was sufficient to support perceptible digital skill learning. BELLA's interface could be a contributing factor to the ease of navigation and control of the application. The familiarity with the tool could have helped children struggle less while navigating the screen, showing less errors related to BELLA use, as opposed to errors with manipulating a tablet.

In contrast, social dynamics remained unchanged across sessions. This can be interpreted in different ways. Children's social interactions with the observer may be more resistant to change because children need more time to become familiar with new individuals,



or could be due to inconsistencies in the collection of behavioral data. Nevertheless, while social engagement in early childhood is often context-dependent and is typically particularly affected by digital media (Blumberg et al., 2019; Herodotou, 2018), interactions with the caregiver were relatively brief and confined by the nature of the activity.

### ***Predictive Analysis***

The multiple linear regression analysis examined whether affective states and behavioral observations during the session were associated with children's performance scores on BELLA. The overall model was statistically significant and explained nearly half of the variance in performance, suggesting that observable emotional and behavioral cues meaningfully contribute to academic outcome in digital assessments. Specifically, three predictors stood out. Children who displayed positive affect, without concurrent negative affect, had significantly higher scores. Those with poor digital skills scored substantially lower. Age was the strongest predictor in the model, with older children performing better overall. This echoes findings in Tan and colleagues (2023) where item performance increased with age. Age, however, is not the sole metric that needs to be included in future studies. Specifically, we propose that emotional positivity and digital skill contribute independently to positive performance, and highlight the importance of a child's positive experiences with regards to enjoyment and skill in early childhood assessment. The emotional and behavioral attributes of an experience are as important to account for, particularly in this age group that is still learning self-regulation.

Other emotion and focus combinations did not reach statistical significance, but revealed meaningful trends. Negative affect and detached affect were generally associated with lower performance, while engaged focus was associated with higher performance. This pattern is consistent with emotion-cognition interaction models, which suggest that sustained attention and affective engagement support deeper processing and task completion (Halverson & Graham, 2019; Pekrun & Linnenbrink-Garcia, 2014). Negative emotion or disengagement may disrupt cognitive flow or increase off-task behavior (D'Mello & Graesser, 2014; Tan et al., 2021).

Interestingly, social dynamics were not predictive of performance at all. This could be due to the fact that the observer tried not to intervene, or observation inconsistencies. It could also be that social interactions are simply not a contributor to performance when using a tablet-based assessment that was designed for independent use with minimal caregiver intervention.

Overall, findings point to the importance of emotion and digital skill in predicting children's success with digital assessment tools. Age remains the dominant contributor, however, it is not operating on its own. Age influences these behavioral and affective dimensions, particularly given the early developmental period examined.

### ***Implications***

The findings carry several implications for early childhood education. First, the observed relationships between affect, behavior, and performance underscore that digital assessments like BELLA do not only capture competency and learning; they elicit real-time



indicators of readiness, self-regulation, and engagement. Emotional cues such as engaged affect or negative affect (e.g., frustration), and behavioral observations such as digital skill and fluency provide essential context to the child learning process. The findings align with sociocultural perspectives that emphasize digital tools as influential cultural mediators in development (Taber, 2025), and support the idea that children's responses to digital environments are dynamically shaped by both internal and contextual variables.

Second, the predictive value of digital skill for performance reinforces the arguments that digital literacy is now a common developmental skill. Digital readiness shapes how children access, navigate, and benefit from digital learning. Teachers should not assume that preschoolers already know how to use TD. Digital literacy should be supported through practice and scaffolding, especially when children have limited access at home (McManis & Gunnewig, 2012; Neumann, 2016).

The link between positive affect and higher performance supports the evidence that emotional engagement, or focus, facilitates cognitive processing and deeper learning. These affective experiences are part of what makes digital learning effective, when well-designed. Educational technologies for children shouldn't only measure knowledge. They should be designed to facilitate emotional regulation, and to allow for a level of co-use with the caregiver. The latter component is critical with digital screen use in education, although the results in this study do not support it.

From a research standpoint, the results affirm the value of a mixed-method approach, capitalizing on observational information. There is already much that relies on parental reports, performance data, and other measures. Children's inherent affective and behavioral experience is overlooked although it is part of critical dimensions of early development.

## Limitations and Future Directions

The study is limited by its use of secondary observational data. While the data are rich in naturalistic insights, they were relatively free-form, and subject to the observer's bias. A systematic naturalistic strategy is needed, with strict control and consistency in the types and scope of observations to be collected. To our knowledge, such research is limited, and this work presents an example of the information that might be obtained from such observational studies. Additionally, the observations were not able to capture the dynamic nature of the BELLA sessions and the flow of emotions and behavior. A careful, time-documented data collection plan needs to be utilized in future research. This would also allow researchers to demonstrate the influence the caregiver has on emotions, learning behaviors, and overall educational experiences, given the emphasis on social dynamics. In the current study, the data are limited and cannot fully support this claim. In addition, while the regression model accounted for a relatively high proportion of variance in performance, collinearity diagnostics indicated no problematic shared variance among predictors. However, a reduced model with only the three significant predictors explained nearly as much variance, suggesting that the non-significant



predictors contributed modestly beyond the core three. Future studies may benefit from a more parsimonious model or a larger sample to improve the predictor-to-participant ratio.. Another limiting factor is that the study did not evaluate the pre-existing digital skill of children or their current educational competencies. The sample was also from a private suburban pool of preschools, which limits the generalizability of the results. Future studies should incorporate structured observational protocols, video coding, and perhaps screen-capture of the tablet manipulations in order to maximize the information recorded. Time-stamping behaviors and affect are critical to reveal the dynamic nature of learning-related behaviors and emotions. A more diverse sample needs to be studied, including public and lower-income schools from across states to increase generalizability. Finally, a clear breakdown of the affect and behaviors of interest will add a level of detail that can differentiate between specific emotional states such as happiness and excitement, or sadness and anger.

### References / Список использованных источников

1. Barr, R. (2019). Growing up in the digital age: Early learning and family media ecology. *Current directions in psychological science*, 28(4), 341—346.
2. Blumberg, F.C., Deater–Deckard, K., Calvert, S.L., Flynn, R.M., Green, C.S., Arnold, D., & Brooks, P. J. (2019). Digital games as a context for children’s cognitive development: Research recommendations and policy considerations. *Social Policy Report*, 32(1), 1—33.
3. Camras, L.A. (2011). Differentiation, dynamical integration and functional emotional development. *Emotion Review*, 3(2), 138—146.
4. Chaudron, S., Di Gioia, R., & Gemo, M. (2015). Young children (0—8) and digital technology. *A qualitative exploratory study across seven countries*. Joint Research Centre. European Commission.
5. Chiong, C., & Shuler, C. (2010). Learning: Is there an app for that. Investigations of young children’s usage and learning with mobile devices and apps. New York: The Joan Ganz Cooney Center at Sesame Workshop,
6. Coan, J.A., & Gottman, J.M. (2007). The specific affect coding system (SPAFF). *Handbook of emotion elicitation and assessment*, 267, 285.
7. D’Mello, S.K., & Graesser, A.C. (2014). Confusion. In *International handbook of emotions in education* (pp. 289—310). Routledge.
8. Denham, S.A., & Liverette, K.H. (2019). The emotional basis of learning and development in early childhood education. In *Handbook of research on the education of young children* (pp. 43—64). Routledge.
9. Eyberg, S.M., & Robinson, E.A. (1981). Dyadic parent-child interaction coding system. *Seattle, WA: Parenting Clinic, University of Washington*.
10. French, B. (2013). Brigance screens III technical manual. *North Billerica: Curriculum Associates LLC*.
11. Griffith, S.F., Hagan, M.B., Heymann, P., Heflin, B.H., & Bagner, D.M. (2020). Apps as learning tools: A systematic review. *Pediatrics*, 145(1).



12. Halverson, L.R., & Graham, C.R. (2019). Learner engagement in blended learning environments: A conceptual framework. *Online learning*, 23(2), 145–178.
13. Herodotou, C. (2018). Young children and tablets: A systematic review of effects on learning and development. *Journal of Computer Assisted Learning*, 34(1), 1–9.
14. Hill, D., Ameenuddin, N., Reid Chassiakos, Y., Cross, C., Hutchinson, J., Levine, A., Boyd, R., Mendelson, R., Moreno, M., & Swanson, W. S. (2016). Media and Young Minds. *Pediatrics*, 138(5). <https://doi.org/10.1542/peds.2016–2591>
15. Huber, B., Yeates, M., Meyer, D., Fleckhammer, L., & Kaufman, J. (2018). The effects of screen media content on young children’s executive functioning. *Journal of experimental child psychology*, 170, 72–85.
16. Kabali, H.K., Irigoyen, M.M., Nunez-Davis, R., Budacki, J.G., Mohanty, S.H., Leister, K.P., & Bonner Jr, R. L. (2015). Exposure and use of mobile media devices by young children. *Pediatrics*, 136(6), 1044–1050.
17. Khalaf, S., Kilani, H., Razo, M. B., & Grigorenko, E.L. (2022). Bored, distracted, and confused: Emotions that promote creativity and learning in a 28-month-old child using an iPad. *Journal of Intelligence*, 10(4), 118.
18. Kilani, H., Markov, I.V., Francis, D., & Grigorenko, E.L. (2024). Screens and Preschools: The Bilingual English Language Learner Assessment as a Curriculum-Compliant Digital Application. *Children*, 11(8), 914.
19. Kolloff, K., Ger, E., & Roebbers, C.M. (2025). The role of metacognitive experience: Can feedback training affect kindergarteners’ monitoring accuracy? *Metacognition and Learning*, 20(1), 1–32.
20. Kopp, C.B. (1982). Antecedents of self-regulation: a developmental perspective. *Developmental psychology*, 18(2), 199.
21. Kubsch, M., Strauß, S., Grimm, A., Gombert, S., Drachsler, H., Neumann, K., & Rummel, N. (2025). Self-regulated Learning in the Digitally Enhanced Science Classroom: Toward an Early Warning System. *Educational Psychology Review*, 37(2), 1–38.
22. Madigan, S., Browne, D., Racine, N., Mori, C., & Tough, S. (2019). Association between screen time and children’s performance on a developmental screening test. *JAMA pediatrics*, 173(3), 244–250.
23. McManis, L.D., & Gunnewig, S.B. (2012). Finding the education in educational technology with early learners. *Young children*, 67(3), 14–24.
24. McPake, J., Plowman, L., & Stephen, C. (2013). Pre-school children creating and communicating with digital technologies in the home. *British Journal of Educational Technology*, 44(3), 421–431.
25. Neumann, M.M. (2016). Young children’s use of touch screen tablets for writing and reading at home: Relationships with emergent literacy. *Computers & Education*, 97, 61–68.
26. Neumann, M.M. (2018). Using tablets and apps to enhance emergent literacy skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly*, 42, 239–246.
27. Pekrun, R., & Linnenbrink-Garcia, L. (2014). Introduction to emotions in education. In *International handbook of emotions in education* (pp. 1–10). Routledge.



28. Plass, J.L., & Kaplan, U. (2016). Emotional design in digital media for learning. In *Emotions, technology, design, and learning* (pp. 131–161). Elsevier.
29. Plass, J.L., Homer, B.D., & Kinzer, C.K. (2015). Foundations of game-based learning. *Educational psychologist, 50*(4), 258–283.
30. Rideout, V. (2021). The Common Sense Census: Media Use by Kids Age Zero to Eight in America, A Common Sense Media Research Study,[United States], 2013, 2017.
31. Shapiro, E.S., & Gebhardt, S.N. (2012, 2012/09/01). Comparing Computer-Adaptive and Curriculum-Based Measurement Methods of Assessment. *School Psychology Review, 41*(3), 295–305. <https://doi.org/10.1080/02796015.2012.12087510>
32. Strouse, G.A., & Ganea, P.A. (2017). Parent–toddler behavior and language differ when reading electronic and print picture books. *Frontiers in psychology, 8*, 677.
33. Taber, K.S. (2025). Mediated learning leading development — The social development theory of Lev Vygotsky. In *Science education in theory and practice: An introductory guide to learning theory* (pp. 275–292). Springer.
34. Tan, J., Mao, J., Jiang, Y., & Gao, M. (2021). The influence of academic emotions on learning effects: A systematic review. *International journal of environmental research and public health, 18*(18), 9678.
35. Tan, M., Kilani, H., Markov, I., Hein, S., & Grigorenko, E.L. (2023). Assessing Cognitive Skills in Early Childhood Education Using a Bilingual Early Language Learner Assessment Tool. *Journal of Intelligence, 11*(7), 143. <https://www.mdpi.com/2079—3200/11/7/143>
36. Teaching Strategies, L. (2022). Teaching Strategies GOLD. *Bethesda: Teaching Strategies LLC*.
37. Vygotsky, L. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes* (Vol. 86). Harvard university press.
38. Vygotsky, L. (1994a). The development of academic concepts in school aged children. *The Vygotsky reader, 355—370*.
39. Vygotsky, L. (1994b). Tool and symbol in child development. *The Vygotsky reader*.
40. Wartella, E., Rideout, V., Lauricella, A. R., & Connell, S. (2013). Parenting in the age of digital technology. *Report for the center on media and Human development school of communication Northwestern University, 297—309*.
41. Yun, C., Melnick, H., & Wechsler, M. (2021). High-Quality Early Childhood Assessment: Learning from States’ Use of Kindergarten Entry Assessments. *Learning Policy Institute*.
42. Zaranis, N. (2016). The use of ICT in kindergarten for teaching addition based on realistic mathematics education. *Education and Information Technologies, 21*, 589–606.
43. Zhukova, M.A., Kilani, H., Garcia, J.L., Tan, M., Parell, P.D., Hein, S., & Grigorenko, E.L. (2020). How Does a Toddler Experience Digital Media? A Case Study of a 28-Month Old Child Learning to Use the iPad. *Grantee Submission, 10*(3), 5–23.
44. Zimmerman, B.J. (2002). Becoming a self-regulated learner: An overview. *Theory into practice, 41*(2), 64–70.

#### **Information about the authors**

Hechmi Kilani, MA, Graduate Student, Department of Psychology, University of Houston, Houston, TX, USA, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2424-2165>, email: [hechmi.kilani@times.uh.edu](mailto:hechmi.kilani@times.uh.edu)



*Elena L. Grigorenko*, PhD, Hugh Roy Lillie Cranz Cullen Distinguished Professor of Psychology, Department of Psychology, University of Houston, Houston, TX, USA, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9646-4181>, e-mail: [elena.grigorenko@times.uh.edu](mailto:elena.grigorenko@times.uh.edu)

### ***Информация об авторах***

*Хечми Килани*, аспирант, факультет психологии Хьюстонского университета, Хьюстон, Техас, США, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2424-2165>, e-mail: [hechmi.kilani@times.uh.edu](mailto:hechmi.kilani@times.uh.edu)

*Елена Л. Григоренко*, доктор философии, заслуженный профессор психологии Хью Рой и Лилли Кранц Каллен, факультет психологии Хьюстонского университета, Хьюстон, Техас, США, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9646-4181>, e-mail: [elena.grigorenko@times.uh.edu](mailto:elena.grigorenko@times.uh.edu)

### ***Contribution of the authors***

*Hechmi Kilani* — design, analysis, data collection, drafting of the manuscript.

*Elena L. Grigorenko* — funding, design, advising, and manuscript editing.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### ***Вклад авторов***

*Х. Килани* — дизайн исследования, анализ данных, сбор данных, подготовка черновика рукописи.

*Е.Л. Григоренко* — привлечение финансирования, дизайн исследования, научное руководство и консультирование, редактирование текста рукописи.

Все авторы участвовали в обсуждении результатов и одобрили итоговый текст рукописи.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Ethics statement***

This study was conducted in accordance with the Declaration of Helsinki and approved by the Institutional Review Board of the University of Houston (Protocol ID 16512-02, approved 13 October 2016).

### ***Декларация об этике***

Данное исследование выполнено в соответствии с Хельсинкской декларацией и одобрено Институциональным наблюдательным советом (IRB) Хьюстонского университета (Протокол ID 16512-02, утвержден 13 октября 2016 года).

Поступила в редакцию 17.03.2026

Поступила после рецензирования 31.03.2026

Принята к публикации 02.04.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.03.17

Revised 2026.03.31

Accepted 2026.04.02

Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 004.94:519.21:629.7.015

## Диагностика состояний и типов деятельности пилотов на основе квантовых представлений

Л.С. Куравский<sup>1</sup> ✉, И.И. Грешников<sup>2</sup>, В.А. Орищенко<sup>1</sup>,  
Н.Е. Юрьева<sup>1</sup>, Г.А. Юрьев<sup>1</sup>, И.А. Махортов<sup>1,2</sup>,  
С.С. Ермаков<sup>1</sup>, А.В. Соколов<sup>2</sup>, А.А. Захарьчева<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный психолого-педагогический университет,  
Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем  
(ФГУП ГосНИИАС), Москва, Российская Федерация

<sup>3</sup> Авиакомпания «Сибирь», Новосибирск, Российская Федерация

<sup>4</sup> Ульяновский институт гражданской авиации имени Главного маршала авиации  
Б.П. Бугаева, Ульяновск, Российская Федерация

✉ [l.s.kuravsky@gmail.com](mailto:l.s.kuravsky@gmail.com)

### Резюме

Представлен новый метод определения состояний и типов деятельности пилотов с помощью квантовых представлений, построенных на основе анализа марковских процессов, представленных матрицами вероятностей переходов между выполняемыми типами элементарных операций и состояний воздушного судна (ВС). Полученные оценки позволяют говорить о существенных преимуществах нового подхода по сравнению с методом взаимных правдоподобий и методом стационарных распределений вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС. Показано, что основной причиной, определяющей эти преимущества, является возможность анализа наблюдений во временной динамике, которая критически важна для корректной диагностики деятельности пилотов и игнорируется в случае традиционных подходов.

**Ключевые слова:** квантовые представления, марковские процессы, диагностика деятельности пилотов, психофизиологическое состояние

**Для цитирования:** Куравский, Л.С., Грешников, И.И., Орищенко, В.А., Юрьева, Н.Е., Юрьев, Г.А., Махортов, И.А., Ермаков, С.С., Соколов, А.В., Захарьчева, А.А. (2026). Диагностика состояний и типов деятельности пилотов на основе квантовых представлений. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 42–66. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160202>



# Diagnostics of pilot states and activity types basing on quantum representations

L.S. Kuravsky<sup>1</sup> ✉, I.I. Greshnikov<sup>2</sup>, V.A. Orishchenko<sup>1</sup>,  
N.E. Yuryeva<sup>1</sup>, G.A. Yuryev<sup>1</sup>, I.A. Makhortov<sup>1, 2</sup>,  
S.S. Ermakov<sup>1</sup>, A.V. Sokolov<sup>2</sup>, A.A. Zakharycheva<sup>3, 4</sup>

<sup>1</sup> Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> State Research Institute of Aviation Systems (GosNIAS), Moscow, Russian Federation

<sup>3</sup> “Siberia” Airlines, Novosibirsk, Russian Federation

<sup>4</sup> Ulyanovsk Civil Aviation Institute, Ulyanovsk, Russian Federation

✉ l.s.kuravsky@gmail.com

## Abstract

A new method is presented for determining the states and types of pilot activities using quantum representations constructed based on the analysis of Markov processes represented by transition probability matrices between the performed types of elementary operations and aircraft states. The obtained estimates allow us to speak of significant advantages of the new approach compared to the method of mutual likelihoods and the method of stationary probability distributions of the repetition of types of elementary operations and aircraft states. It is shown that the main reason determining these advantages is the possibility of analyzing observations in temporal dynamics, which is critically important for the correct diagnostics of pilot activities and is ignored in the case of traditional approaches.

**Keywords:** quantum representations, Markov processes, pilot activity diagnostics, psychophysiological state

**For citation:** Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Orishchenko, V.A., Yuryeva, N.E., Yuryev, G.A., Makhortov, I.A., Ermakov, S.S., Sokolov, A.V., Zakharycheva, A.A. (2026). Diagnostics of pilot states and activity types basing on quantum representations. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 42–66. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160202>

## Введение

В настоящее время в авиационных приложениях особую значимость приобрели задачи объективной количественной оценки уровня сформированности профессиональных навыков при подготовке пилотов. По данным последних лет, на каждый час полёта гражданского ВС приходится всего 5 минут ручного пилотирования, однако за это время происходит 67% лётных происшествий. Таким образом, цена недоработок в профессиональной подготовке экипажа очень высока.

Инструментарий, оценивающий уровень профессиональной подготовки, длительное время опирался на подход, называемый современной теорией тестирования,



и модель Г. Раша. Однако этот подход имеет ряд ограничений, включая статичность оценок, невозможность учёта времени выполнения заданий и необходимость предъявления большого числа заданий.

Поэтому был разработан новый подход (Куравский, 2017), формализующий представление диагностических процедур как идентифицируемых случайных марковских процессов с байесовскими оценками испытуемых. Позднее были разработаны методы и средства диагностики, обеспечивающие комбинацию анализа случайных процессов в пространстве вейвлет-коэффициентов и многомерного статистического анализа. На базе этого подхода создано инструментальное средство «The Intelligent System for Flight Analysis» (Куравский, Юрьева, Юрьев и др., 2021).

Нерешёнными остались проблемы, связанные с формализацией профессиональной деятельности пилотов, необходимостью накопления большого объёма эмпирических данных и разработкой математических методов, способных извлекать из данных больше полезной информации.

В 2022—2023 годах разработан прототип адаптивной системы с функцией интеллектуального помощника (Куравский, 2017), а также новый подход к решению диагностических задач путем свёртки прикладных марковских процессов в квантовые представления (Kuravsky, 2021; Kuravsky, 2022; Kuravsky, 2024). Преимуществом таких представлений является то, что число кубитов определяется числом кластеров состояний модели, которое кратно меньше числа состояний в исходном марковском процессе. Квантовые представления позволяют исследовать внутреннюю структуру наблюдаемого процесса в частотной области.

Указанный подход развит в работах (Kuravsky, Greshnikov, Kozyrev and etc., 2024; Kuravsky, Greshnikov, Orishchenko, 2025; Kuravsky, Greshnikov, Yuryev, Zlatomrezhev, 2023; Kuravsky, Orishchenko, Greshnikov, 2026) и показал существенные преимущества по сравнению с альтернативными способами оценок. Необходимость применения квантовых представлений обусловлена тем, что они обеспечивают исследование наблюдений в процессе эволюции, а не всей выборки сразу, что критически важно при анализе деятельности пилотов «во временной развёртке».

Применяемые квантовые представления реализуются на классическом компьютере, возможность чего обосновывается теоремой Готтесмана–Книлла (Nielsen, Chuang, 2010).

Далее рассмотрены универсальный способ представления профессиональной деятельности пилотов в виде матриц вероятностей переходов между типами элементарных операций и состояний ВС и метод анализа этих матриц на основе квантовых представлений.

Новизна результатов обусловлена тем, что:

- учитываются дискретизованные параметры, характеризующие пространственное положение ВС, что делает представление деятельности пилотов и его анализ существенно более полным (ранее учитывались только показатели глазодвигательной активности, отражающие последовательность просмотра зон интереса на командно-пилотажных индикаторах и дискретизованные воздействия пилота на органы управления ВС (Kuravsky, 2024; Kuravsky, Greshnikov, Kozyrev and etc., 2024));



- сопоставление сравниваемых вариантов деятельности пилотов строится на основе техники проверки гипотез (Cramer, 1999; Lloyd (ред.), 1984; Rao (ред.), 1980—1999), принятой в математической статистике, и доводится до вероятностных оценок;
- преимущества нового подхода обосновываются сравнениями с альтернативными классическими методами — методом взаимных правдоподобий и методом стационарных распределений вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС.

## **Основные компоненты метода квантовых представлений**

Теоретические основы метода рассмотрены далее в разделе 3. Основные компоненты подхода приведены на рисунке 1. Последовательно вычисляются:

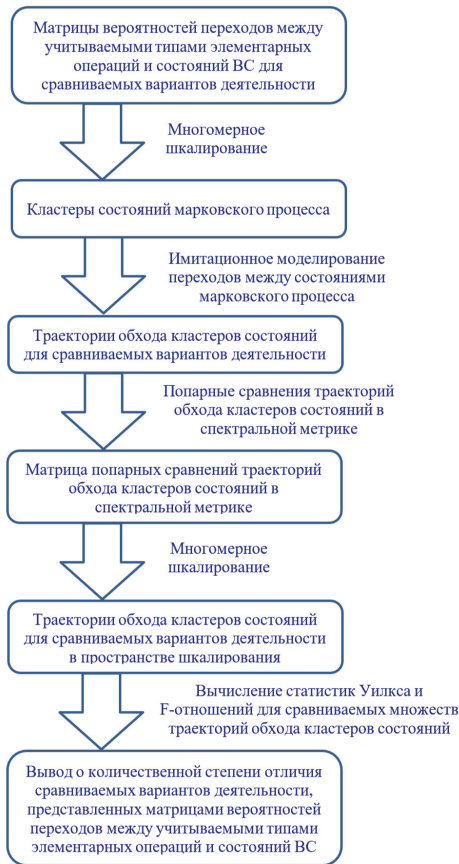
- кластеры состояний марковского процесса;
- траектории обхода кластеров;
- матрицы попарных сравнений траекторий в спектральной метрике;
- траектории обхода кластеров в пространстве шкалирования (Lloyd, 1984; Morrison, 1976);
- количественные отличия сравниваемых вариантов деятельности.  
Выполняются следующие укрупнённые операции:
- многомерное шкалирование (Borg, Groenen, 2005; Cox, Cox, 2001; Lloyd (ред.), 1984; Morrison, 1976) типов элементарных операций и состояний ВС, учитываемых в матрице вероятностей переходов, для сравниваемых вариантов деятельности;
- имитационное моделирование переходов между состояниями марковского процесса;
- попарные сравнения траекторий обхода кластеров в спектральной метрике;
- многомерное шкалирование траекторий обхода кластеров состояний, учитываемых в матрице попарных сравнений траекторий обхода кластеров состояний в спектральной метрике;
- вычисление статистик Уилкса и F-отношений для сравниваемых множеств траекторий обхода кластеров состояний.

## **Теоретические основы метода квантовых представлений**

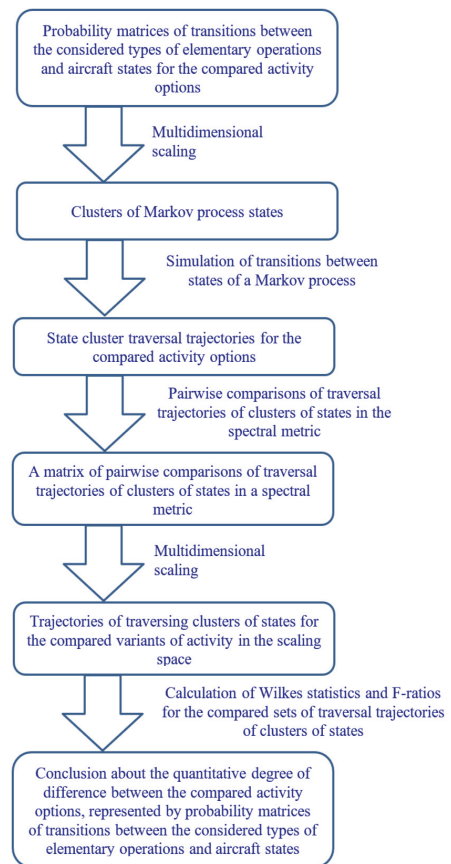
Основное преимущество применения метода квантовых представлений для решения диагностических задач обусловлено тем, что они рассматривают наблюдения во временной динамике, которая игнорируется в случае классических подходов, когда анализируются «статические» вероятностные распределения без учёта «временной развёртки» появления эмпирических данных. Как показали проведённые исследования, для решения диагностических задач, связанных с оценкой состояния и профессиональной деятельности пилотов воздушных судов, учёт временного



фактора оказывается критически важным (Куравский, Козырев, Грешников, 2024; Kuravsky, 2024; Kuravsky, Greshnikov, Kozuyev и др., 2024). Применяемый подход, при котором методом квантового правдоподобия идентифицируются частоты эволюции представляющих кубитов, а моделируемые варианты динамики наблюдаемого процесса сравниваются в спектральной метрике, полученной на основе такой идентификации, фактически аналогичен спектральному анализу случайных процессов, построенному на основе преобразования Фурье. В обоих случаях анализ во временной области заменяется анализом в частотной области. Квантовые представления лучше согласуются с процессом эмпирических исследований, чем традиционные вероятностные характеристики.



**Рис. 1.** Основные компоненты метода определения состояний и типов деятельности пилотов на основе квантовых представлений



**Fig. 1.** The main components of the method for determining the states and types of pilot activity basing on quantum representations



В случае метода квантовых представлений диагностика пилотов привязывается к количественно измеримым характеристикам их деятельности. В результате его применения выявляется относительно небольшое количество определяемых экспертами классифицируемых типов недопустимых действий или поведения, представляющих практический интерес. Подходы, не использующие сравнения с накопленными эмпирическими данными, в случае диагностической задачи не имеют перспективы из-за отсутствия полной и адекватной наблюдениям формализованной модели поведения пилота, опирающейся на выявленные в результате научных исследований количественные психологические и психофизиологические закономерности.

Анализ деятельности пилотов строится на основе наблюдаемых протоколов деятельности пилота, представляющих последовательности выполняемых элементарных операций и состояний ВС. Эти протоколы преобразуются в матрицы вероятностей переходов между типами элементарных операций и состояний ВС, размер которых определяется числом учитываемых типов операций. Полученные матрицы вероятностей переходов представляют различные варианты деятельности пилотов, позволяя рассматривать их в процессе анализа как марковские процессы с дискретными состояниями и дискретным временем (или марковские цепи), состояниями которых являются учитываемые в протоколах типы элементарных операций и состояний ВС. Различия в типах элементарных операций и состояний ВС несущественны, поскольку при построении диагностических выводов используются только вероятностные связи между ними. В ряде прикладных задач для получения необходимых диагностических выводов достаточно учитывать только дискретизованные воздействия на органы управления и состояния ВС.

Эффективность решения прикладных задач определяется степенью детализации учитываемых элементарных операций, конкретизирующих адаптацию модели к предметной области.

Учитывая эффективность рассматриваемого подхода (Куравский, Козырев, Грешников, 2024; Kuravsky, 2021; Kuravsky, 2022; Kuravsky, 2024; Kuravsky, Greshnikov, Kozyrev и др., 2024; Kuravsky, Greshnikov, Orishchenko, 2025; Kuravsky, Greshnikov, Yuryev, Zlatomrezhev, 2023), включающего квантовый спектральный анализ и квантовую фильтрацию, информации, заключённой в матрицах вероятностей переходов между типами элементарных операций и состояний ВС, как правило, достаточно для дискриминации различных состояний и типов поведения пилотов.

Представление деятельности пилота с помощью матриц вероятностей переходов между элементарными операциями характеризуется простотой построения представления деятельности по данным наблюдений, доступностью и разумным объёмом необходимых измерений, хорошей дискриминацией представляющих интерес состояний и типов поведения пилотов.

Анализ деятельности пилотов на основе протоколов деятельности опирается на сравнения матриц вероятностей переходов между элементарными операциями для исследуемых паттернов деятельности или поведения с релевантными матрицами, построенными для накопленных в результате экспериментов данных, представляющих



распознаваемые ситуации и имеющих известную интерпретацию (Куравский, Козырев, Грешников, 2024; Kuravsky, 2024; Kuravsky, Greshnikov, Kozyrev and etc., 2024; Kuravsky, Greshnikov, Orishchenko, 2025). Эти сравнения опираются на результаты квантового спектрального анализа, обеспечивающего количественные сопоставления степени близости в спектральной метрике характеристик скрытых периодически выполняемых типовых элементарных операций и их количеств.

Согласно одному из постулатов квантовой механики, наблюдаемые (измеряемые) значения могут рассматриваться как собственные значения некоторого эрмитова оператора в гильбертовом пространстве (Petz, 2008). Этот оператор представляет гамильтониан  $H$  формальной квантовой системы, который можно представить как  $H = EDE^+$ , где  $D$  — диагональная матрица, на диагонали которой стоят наблюдаемые («измеряемые») вещественные значения;  $E$  — комплекснозначная квадратная матрица, столбцами которой являются вектора, образующие ортонормированный базис;  $E^+$  — матрица, эрмитово сопряжённая к  $E$ . Выбор такого ортонормированного базиса является свободным. Столбцы матрицы  $E$  являются собственными векторами гамильтониана  $H$ , которые фактически задают допустимые варианты этого оператора и определяются удобством проведения «измерений». Выбор данного базиса определяется «наблюдателем» квантовой системы. «Измеряемые» значения, содержащиеся на диагонали матрицы  $D$ , и характеристики «наблюдателя», заданные матрицей  $E$ , определяют гамильтониан  $H$  наблюдаемой квантовой системы. Количество измеряемых значений является произвольным, но конечным. Это позволяет говорить о квантовых представлениях наблюдаемой системы с помощью *кудитов*, имеющих — в отличие от кубитов — более двух наблюдаемых состояний.

Если задан гамильтониан  $H$ , то унитарный оператор эволюции квантовой системы  $U(t)$  есть решение уравнения Шрёдингера  $\frac{d}{dt}U(t) = -iHU(t)$ , записанного в операторной форме:

$$U(t) = e^{-iHt}.$$

Указанная здесь экспонента может рассматриваться как обозначение сходящейся к пределу суммы известного ряда:

$$e^{-iHt} = I - iHt + \frac{(-iHt)^2}{2!} + \dots + \frac{(-iHt)^k}{k!} + o(t^k).$$

В вычислительном отношении такой способ описания эволюции системы неудобен, поскольку требует суммирования медленно сходящегося ряда. Более удобным для анализа и расчётов является избыточное квантовое представление (Kuravsky, 2024), где каждое наблюдаемое значение описывается одним кубитом, состояния которого выражают факт появления или отсутствия данного значения при наблюдениях. Число кубитов равно числу возможных наблюдаемых значений. Вероятностная структура, представляемая кубитами, описывает динамику пребывания в нескольких



кластерах состояний, причем рассматриваемый процесс в любой момент времени находится в одном и только одном из  $M$  рассматриваемых кластеров. Амплитуды вероятностей кубитов «запутываются по измерениям» (*entangling by measuring*) по схеме «One-vs-Rest» (Kuravsky, 2021; Kuravsky, 2022; Kuravsky, 2024).

Марковские процессы, представляющие деятельность пилотов и состояние ВС, заменяются наборами из  $M$  кубитов  $\{|q_k\rangle_{k=0}^{M-1}$ , число которых определяется количеством кластеров, по которым распределены состояния этих процессов. *Кубитовые представления* используются для представления переходов между кластерами состояний, число которых значительно меньше числа состояний исходных марковских процессов, что обеспечивает понижение размерности задачи (Kuravsky, 2024), что обусловлено тем, что число кубитов кратно меньше числа состояний в исходном процессе. Кластеры состояний определяются по матрицам вероятностей переходов между состояниями по результатам процедуры многомерного шкалирования, в результате которой в пространстве шкалирования ближе друг к другу располагаются те пары состояний марковской модели, которые имеют большие вероятности взаимных переходов.

Пребывание марковского процесса в определённом кластере состояний есть наблюдаемая величина, принимающая следующие значения:  $1$ , если марковский процесс находится внутри заданного кластера состояний, и  $-1$ , если марковский процесс находится вне заданного кластера состояний.

Пребывание в кластере состояний  $k$  ( $k = 0, \dots, M-1$ ) представляется кубитом  $|q_k(t) = A_k(t)|a_k + B_k(t)|b_k$ , где  $t$  — время;  $|a_k$  и  $|b_k$  образуют базис, элементы которого становятся результатами наблюдений за системой кубитов;  $A_k(t)$ ,  $B_k(t) \in \mathbb{C}$  ( $\mathbb{C}$  — множество комплексных чисел);  $|A_k(t)|^2 + |B_k(t)|^2 = 1$ , где  $|A_k(t)|^2$  есть вероятность пребывания в кластере состояний  $k$  согласно правилу Борна;  $|B_k(t)|^2$ , соответственно, есть вероятность отсутствия в кластере состояний  $k$  (что интерпретируется как пребывание в любом другом доступном кластере системы  $j \neq k$ , который не совпадает с кластером  $i$ ).

Согласно интерпретации фон Неймана (von Neumann, 1955), определяются *преобразования нормализации*  $N_k$ , обеспечивающие выполнение заданных условий для  $A_k(t)$  и  $B_k(t)$  ( $k = 0, \dots, M-1$ ):

$$N_k(A_k(t)|a_k + B_k(t)|b_k) = \frac{A_k(t)}{\sqrt{\sum_{j=0}^{M-1} |A_j(t)|^2}} |a_k + \text{sign}(B_k(t)) \sqrt{1 - \frac{|A_k(t)|^2}{\sum_{j=0}^{M-1} |A_j(t)|^2}} |b_k.$$

Эволюция каждого кубита  $|q_k(t)$  в *закрытом режиме* (в отсутствие наблюдений) описывается *унитарным оператором эволюции*  $U_k(t_0, t)$   $k$ -й квантовой системы:

$$|q_k(t_0 + t) = U_k(t_0, t) |q_k(t_0),$$

где  $|q_k(t_0)$  — текущее состояние исследуемой замкнутой системы в момент времени  $t_0$ ,  $|q_k(t_0 + t)$  — состояние той же замкнутой системы в момент времени  $t_0 + t$ .



Оператор  $U_k(t_0, \Delta t)$  унитарной эволюции, отвечающий за эволюцию в течение малого интервала времени  $\Delta t$  (от состояния  $|q_k(t_0)\rangle$  в момент времени  $t_0$  до состояния  $|q_k(t_0 + \Delta t)\rangle$  в момент времени  $t_0 + \Delta t$ ) представляется как  $I - i\Delta t H_k + o(\Delta t)$ , где  $H_k$  — гамильтониан  $k$ -й квантовой системы;  $I$  — тождественный оператор, что вытекает из непрерывности оператора  $U_k(t_0, \Delta t)$  с главной линейной частью приращения  $-i\Delta t H_k$ .

Если гамильтониан  $H_k$  известен, то поведение  $k$ -го исследуемого кубита определяется решением записанного для оператора  $U_k$  уравнения Шрёдингера, которое выводится, используя непрерывность и унитарность оператора эволюции:

$$\frac{d}{dt}U_k(t_0, t) = -iH_k U_k(t_0, t).$$

Решение этого уравнения известно:  $U_k(t_0, t) = U_k(t_0, 0)e^{-iH_k t}$ .

В качестве оператора унитарной эволюции допустим оператор вращения (Kuravsky, 2021; Kuravsky, 2022; Kuravsky, 2024):

$$U_k(t_0, t) = U_k(t_0, 0) \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}.$$

Скорость эволюции различных кубитов может различаться. Однако в одной системе все кубиты должны эволюционировать в одном и том же масштабе времени. Поэтому для каждого кубита  $|q_k(t)\rangle$  определяется частотный параметр  $\theta_k$ . Оператор вращения при этом принимает вид:

$$U_k(t_0, 0) \begin{pmatrix} \cos(2\pi\theta_k t) & -\sin(2\pi\theta_k t) \\ \sin(2\pi\theta_k t) & \cos(2\pi\theta_k t) \end{pmatrix},$$

где  $t$  — общее время;  $\theta_k$  — частота вращения кубита. Представленная таким образом эволюция в рассматриваемой задаче выражает скрытую периодичность нахождения в кластерах состояний в течение периода наблюдения.

Идентификация параметров представлений кубитов и сопутствующие ей проблемы представлены в работах (Kuravsky, 2024; Kuravsky, Orishchenko, Greshnikov, 2026).

Под спектром исследуемого процесса деятельности пилотов понимаются частоты  $\{\theta_k^*\}_{k=0, \dots, M-1}$  и наблюдаемые количества  $\{F_k\}_{k=0, \dots, M-1}$  попаданий в кластеры состояний  $k = 0, \dots, M-1$  в моменты времени  $\{t_j\}_{j=1, 2, \dots, N}$ , называемые далее амплитудами  $\{L_k\}_{k=0, \dots, M-1}$ . При анализе поведения квантовой системы определяются скрытые периодичности попаданий в эти кластеры в течение периода наблюдений. Спектральная метрика показала свою эффективность при сравнении спектров процессов для пар вариантов поведения системы:

$$w_{uv} = M - Z_{uv} e^{-\hat{a} \sum_{k=0}^{M-1} (L_{u,k} - L_{v,k})^2},$$



где  $u$  и  $v(u, v = 1, \dots, Z)$  — пара индексов сравниваемых  $Z$  процессов;  $w_{uv}$  — расстояние между процессами  $u$  и  $v$ ;  $Z_{uv}$  — количество совпадающих частот  $\{\theta_{u,k}^*\}_{k=0, \dots, M-1}$  и  $\{\theta_{v,k}^*\}_{k=0, \dots, M-1}$  с одинаковыми индексами  $k$  для сравниваемых процессов  $u$  и  $v$  (частоты  $\theta_{u,k}^*$  и  $\theta_{v,k}^*$  с одинаковым индексом  $k$  считаются совпадающими, если модуль их разности меньше заданной точности оценки  $\Delta\theta$ , то есть  $|\theta_{u,k}^* - \theta_{v,k}^*| \leq \Delta\theta$ );  $L_{u,k}$  и  $L_{v,k}$  — амплитуды  $k$ -го кубита для процессов  $u$  и  $v$  соответственно;  $\beta \geq 0$  — эмпирический коэффициент. Указанный показатель экспоненты принимает наибольшее значение, если  $L_{u,k} = L_{v,k}$  для всех  $k$ , при этом расстояние  $w_{uv}$  принимает наименьшее значение.

Представление деятельности пилотов с помощью матриц вероятностей переходов между элементарными операциями даёт возможность, не проводя трудоёмкие эксперименты, генерировать путём имитационного моделирования выборки траекторий прохождения кластеров состояний, формирующих квантовые представления. Для этих выборок в *спектральной метрике* вычисляются матрицы взаимных расстояний, после чего многомерное шкалирование позволяет представить указанные траектории в виде точек в пространстве шкалирования заданной размерности.

Пары множеств точек в пространстве шкалирования, вычисленные для сравниваемых матриц вероятностей переходов между элементарными операциями, в свою очередь, позволяют вычислять попарные *статистики Уилкса*, или *L-статистики*. Эти статистики используются для количественной оценки качества дискриминации для указанных множеств точек. Значения этих статистик лежат в интервале от 0 до 1, причём значения, близкие к нулю, указывают на хорошую дискриминацию, а близкие к единице — на фактическое отсутствие дискриминации. Полученные оценки являются «отфильтрованными» от искажений, возникающих вследствие ошибок в выборочных оценках элементов матриц вероятностей переходов.

Статистики Уилкса  $A_{\lambda\mu}$  для пар траекторий прохождения кластеров состояний  $\lambda$  и  $\mu$  вычисляются следующим образом:

$$A_{\lambda\mu} = \det(\mathbf{Y}_{\lambda\mu}) / \det(\mathbf{\Omega}_{\lambda\mu})$$

где  $\mathbf{Y}_{\mu} = \gamma_{\mu,ij}$  — матрица внутригрупповых ковариаций,  $\mathbf{\Omega}_{\mu} = \omega_{\mu,ij}$  — общая матрица ковариаций,  $\gamma_{\mu,ij} = \sum_{\alpha=1}^{\Xi} \sum_{\beta=1}^{\eta_{\alpha}} (\zeta_{\mu,i\alpha\beta} - \zeta_{\mu,i\alpha^*}) (\zeta_{\mu,j\alpha\beta} - \zeta_{\mu,j\alpha^*})$ ,  $\omega_{\mu,ij} = \sum_{\alpha=1}^{\Xi} \sum_{\beta=1}^{\eta_{\alpha}} (\zeta_{\mu,i\alpha\beta} - \zeta_{\mu,i^{**}}) (\zeta_{\mu,j\alpha\beta} - \zeta_{\mu,j^{**}})$ ,  $\zeta_{\mu,l\alpha\beta}$  — значение переменной  $\zeta_{\mu,l}$  для  $\beta$ -й сгенерированной траектории  $\alpha$ -го варианта,  $l \in \{i, j\}$ ,  $\zeta_{\mu,l^{**}}$  — среднее значение переменной  $\zeta_{\mu,l}$  по всем вариантам траекторий,  $\zeta_{\mu,i\alpha^*}$  и  $\zeta_{\mu,j\alpha^*}$  — средние значения переменных  $\zeta_{\mu,i}$  и  $\zeta_{\mu,j}$  по всем сгенерированным траекториям  $\alpha$ -го варианта,  $\zeta_{\mu,i}$  и  $\zeta_{\mu,j}$  — координаты точек, представляющих сгенерированные траектории в пространстве шкалирования,  $\eta_{\alpha}$  — число сгенерированных траекторий, относящихся к  $\alpha$ -му варианту,  $\Xi$  — число вариантов траекторий. В рассматриваемом случае  $\Xi = 2$ .

Для получения нормированных оценок с понятной интерпретацией полученные при попарных сравнениях значения *L-статистик Уилкса* пересчитываются по методу



Рао (Rao, 1973; Rao (ред.), 1980—1999) в значения  $F$ -статистик ( $F$ -отношений), распределения которых хорошо изучены:

$$F(n - N - m, N - 1) = \frac{n - N - m}{N - 1} \frac{1 - \Lambda}{\Lambda},$$

где  $n$  — общее число наблюдений,  $N = 2$  — число сравниваемых матриц вероятностей переходов,  $m = 2$  — размерность пространства шкалирования.  $p$ -значения, соответствующие этим статистикам, рассматриваются как **интегральные результаты попарного сравнения деятельности пилотов**. Как вероятности, они лежат в диапазоне от 0 до 1, причём 1 соответствует **идеальному соответствию**, а 0 — **полному отсутствию взаимодействия**.

Допустим альтернативный подход, опирающийся на оценки взаимных правдоподобий, построенные с использованием матриц вероятностей переходов, однако, как показано в разделе 6.1 и работах (Kuravsky, 2024; Kuravsky, Greshnikov, Kozyrev and etc., 2024), этот способ решения существенно уступает по эффективности и качеству получаемых результатов методу квантовых представлений.

## Определение типов состояний и деятельности пилотов по результатам выполнения посадки ВС

Деятельность пилотов представлялась протоколами элементарных операций и состояний ВС, сформированных по 40 регистрируемым параметрам, которые включали: показатели глаздвигательной активности, отражающие последовательность просмотра зон интереса на командно-пилотажных индикаторах (Барабанщиков, Жегалло, 2013), дискретизованные воздействия пилота на органы управления ВС, последовательность изменения дискретизованных параметров, характеризующих пространственное положение ВС.

Оценка качества пилотирования и состояния пилотов проводилась путём сравнения с заранее подготовленными паттернами (эталонными вариантами) выполнения лётных упражнений, для которых указанные оценки были достоверно получены как экспертами, так и с помощью релевантного тестирования. Эти оценки используются как атрибуты при выборе диагностических решений.

Диагностическое решение принималось по атрибутам паттерна, наиболее близко к исследуемому фрагменту полёта, а именно: эти атрибуты приписывались исследуемому фрагменту полёта. Как указано выше, и паттерны, и исследуемый фрагмент полёта при сравнениях представлялись матрицами вероятностей переходов между учитываемыми типами элементарных операций и состояний ВС.

В качестве паттернов для сравнения использовались 4 варианта посадки ВС на комплексном демонстраторе технологий интеллектуального «виртуального второго пилота», выполненные опытным пилотом авиакомпании «Сибирь», ранее



работавшим пилотом-инструктором в Ульяновском институте гражданской авиации им. Главного маршала авиации Б.П. Бугаева (рисунок 1):

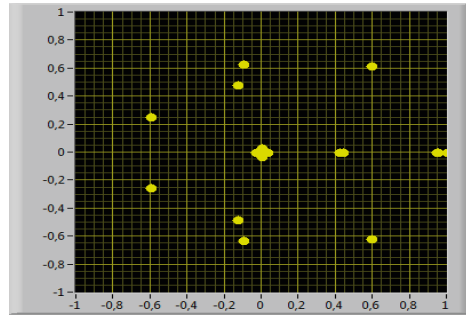
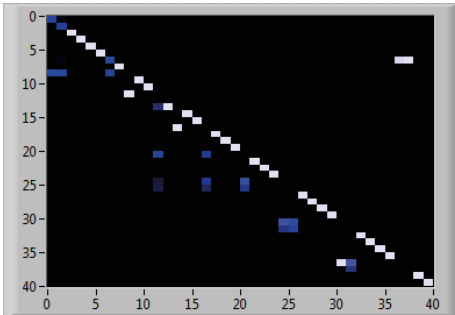
- посадка с высоким качеством пилотирования, низкими усилиями со стороны пилота и низким уровнем стресса;
- посадка с некорректностью первого типа;
- посадка с некорректностью второго типа;
- посадка с проблемой психофизиологического типа (очень высокий уровень усталости по самооценке).



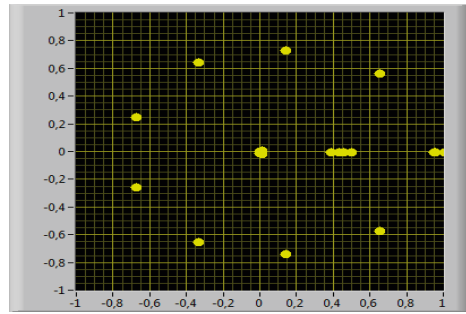
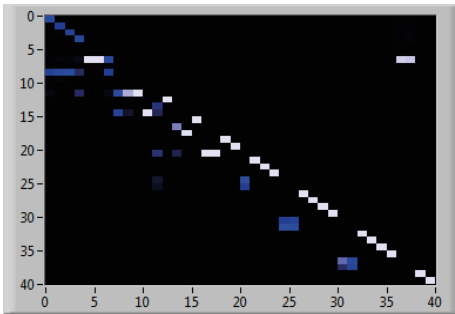
**Рис. 1.** Эксперименты на комплексном демонстраторе технологий интеллектуального «виртуального второго пилота»

**Fig. 1.** Experiments on a comprehensive technology demonstrator for an intelligent “virtual co-pilot”

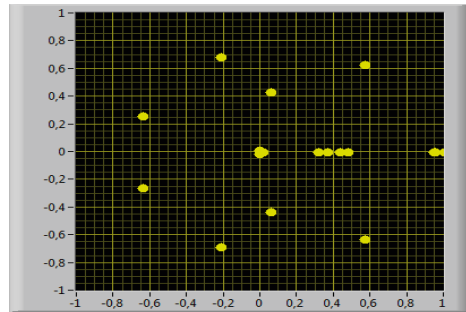
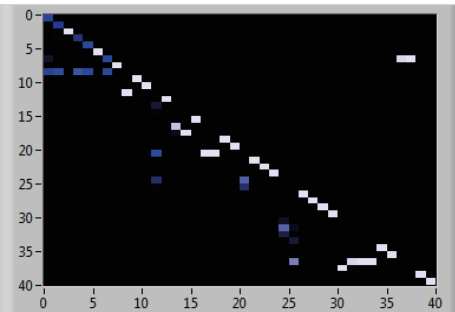
Соответствующие указанным лётным манёврам матрицы вероятностей переходов в цветовой шкале вместе со спектральными портретами, представленными собственными значениями этих матриц на комплексной плоскости, показаны на рисунке 2.



a



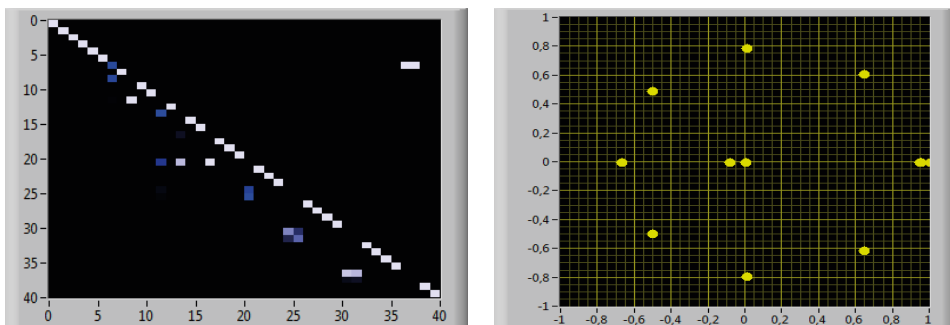
b



c

**Рис. 2.** Матрицы вероятностей переходов между учитываемыми типами элементарных операций и состояний ВС в цветовой шкале вместе со спектральными портретами, представленными собственными значениями этих матриц на комплексной плоскости для: (а) посадки с высоким качеством пилотирования, низкими усилиями со стороны пилота и низким уровнем стресса; (б) посадки с некорректностью первого типа; (с) посадки с некорректностью второго типа

**Fig. 2.** Probability matrices of transitions between the considered types of elementary operations and aircraft conditions in a color scale, together with spectral portraits represented by the eigenvalues of these matrices on the complex plane for: (a) landing with high piloting quality, low effort on the part of the pilot and low stress; (b) landings with an incorrectness of the first type; (c) landings with an incorrectness of the second type



d

**Рис. 2.** Матрицы вероятностей переходов между учитываемыми типами элементарных операций и состояний ВС в цветовой шкале вместе со спектральными портретами, представленными собственными значениями этих матриц на комплексной плоскости для: (d) посадки с проблемой психофизиологического типа (очень высокий уровень усталости по самооценке)

**Fig. 2.** Probability matrices of transitions between the considered types of elementary operations and aircraft conditions in a color scale, together with spectral portraits represented by the eigenvalues of these matrices on the complex plane for: (d) landing with a psychophysiological type of problem (very high level of fatigue according to self-assessment)

Лётное упражнение включало три этапа:

- подход к аэропорту (Approach), высота 1 000—4 000 метров;
- финальный подход (Final Approach), высота 300—1 000 метров;
- приземление (Landing), высота 0—300 метров.

До и после выполнения лётных упражнений для пилотов, участвовавших в экспериментах, проводилась диагностика показателей психофункционального состояния, где — в том числе — были задействованы опросники САН («Самочувствие — Активность — Настроение») и NASA TLX (Task Load Index — измерение субъективной когнитивной нагрузки).

В качестве вычислительного инструмента для сравнений матриц вероятностей переходов между выполняемыми типами элементарных операций использовалась версия 2.0 *Интеллектуальной системы квантового моделирования (ISQM)*, реализованная на языке G среды LabVIEW (Kuravsky, 2021; Kuravsky, 2022; Kuravsky, 2024; Kuravsky, Greshnikov, Yuryev, Zlatomrezhev, 2023). Указанная версия системы реализует пакетное сравнение указанных матриц в двух переключаемых режимах:

- исследуемый фрагмент полёта попарно сравнивается со всеми заданными паттернами (режим 1);
- все паттерны и исследуемый фрагмент сравниваются между собой попарно с последующим выполнением многомерного шкалирования для полученных сравнений (режим 2).



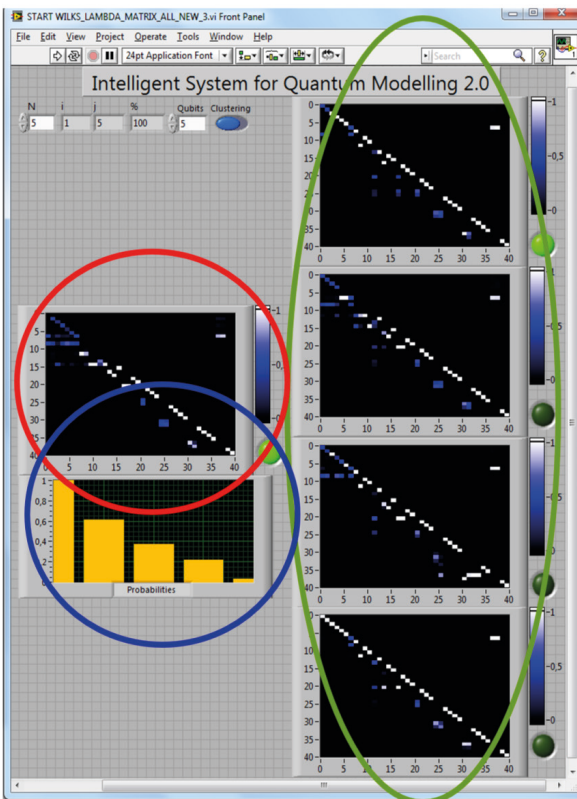
Исследуемые фрагменты полётов включали следующие варианты посадки, выполненные пилотом средней квалификации:

- успешно выполненную посадку;
- посадку с ошибкой, обусловленной качеством пилотирования;
- неудачную посадку;
- посадку, выполненную в условиях нервного напряжения.

***Исследуемый фрагмент — успешно выполненная посадка***

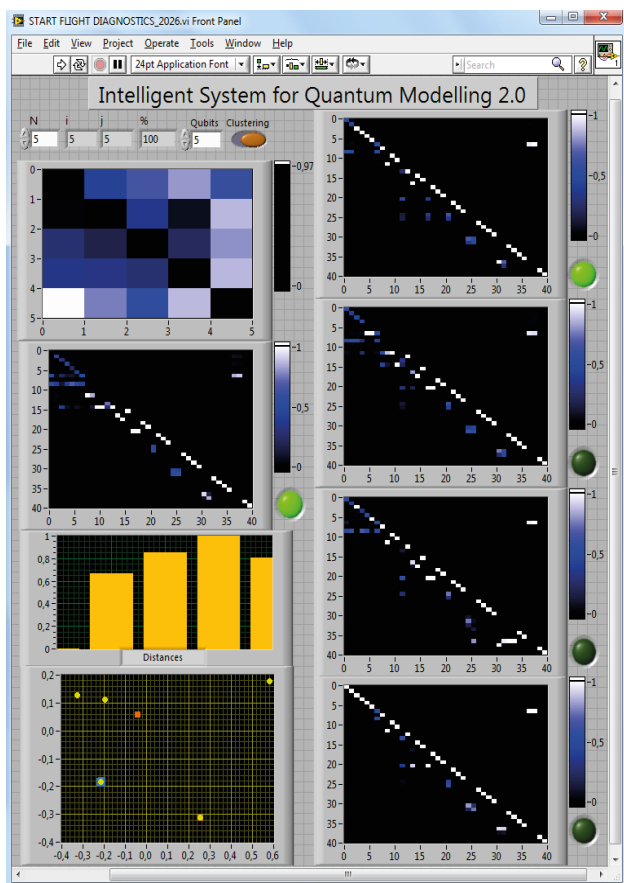
Результаты пакетного сравнения в режиме 1 показали (рис. 3), что исследуемый фрагмент более всего похож на успешно выполненную посадку опытного пилота. Соответствие посадке с высоким качеством пилотирования имеет высокую вероятность, равную 0,61. Наибольшие отличия — от посадки с проблемой психофизиологического типа (вероятность соответствия равна 0,03).

Результаты сравнения в режиме 2 (рисунки 4—5) подтвердили эти выводы: исследуемый фрагмент ближе всего к успешной посадке опытного пилота и имеет наибольшие отличия от посадки с проблемой психофизиологического типа. Результат согласуется с экспертными оценками.



**Рис. 3.** Исследуемый фрагмент — успешно выполненная посадка: результаты пакетного сравнения матриц вероятностей переходов в режиме 1. Матрицы вероятностей переходов, представляющие 4 паттерна посадки, находятся внутри зелёного овала; матрица вероятностей переходов исследуемого фрагмента полёта находится внутри красного овала. Вероятности соответствия исследуемого лётного фрагмента четырём используемым паттернам посадки находятся внутри синего овала

**Fig. 3.** The fragment under study is a successful landing: the results of a batch comparison of transition probability matrices in mode 1. Transition probability matrices representing 4 landing patterns are located inside a green oval; the transition probability matrix of the flight fragment under study is located inside a red oval. The probabilities of matching the flight fragment under study to the four landing patterns used are inside the blue oval



**Рис. 4.** Исследуемый фрагмент — успешно выполненная посадка: результаты пакетного сравнения матриц вероятностей переходов в режиме 2. Матрицы вероятностей переходов, представляющие 4 паттерна посадки, находятся внутри зелёного овала; матрица вероятностей переходов исследуемого фрагмента полёта находится внутри красного овала. Нормированные расстояния от исследуемого лётного фрагмента до используемых паттернов посадки находятся внутри синего овала

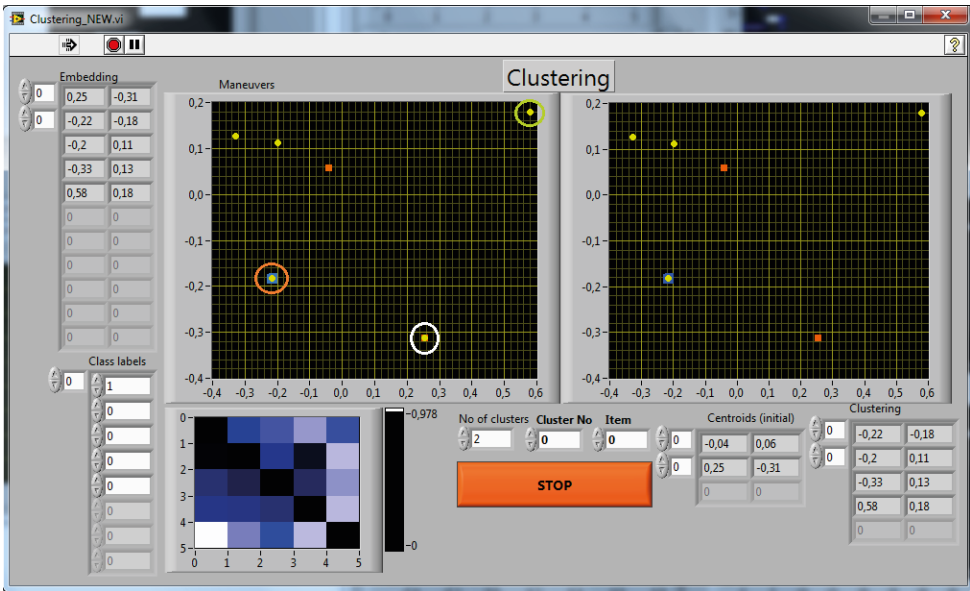
**Fig. 4.** The studied fragment — a successfully completed landing: results of a batch comparison of transition probability matrices in Mode 2. The transition probability matrices representing the four landing patterns are located inside the green oval; the transition probability matrix of the studied flight fragment is located inside the red oval. The normalized distances from the studied flight fragment to the used landing patterns are located inside the blue oval

### *Исследуемый фрагмент — посадка с ошибкой, обусловленной качеством пилотирования*

Исследуемый фрагмент более всего похож на посадку опытного пилота с некорректностью первого типа (вероятность соответствия равна 0,79). Соответствие посадке с высоким качеством пилотирования составляет 0,30. Наибольшие отличия — от посадки с проблемой психофизиологического типа (вероятность соответствия равна 0,04). Результат согласуется с экспертными оценками.

### *Исследуемый фрагмент — неудачная посадка*

Исследуемый фрагмент более всего похож на посадку, выполненную в стрессовом состоянии с высокими усилиями (вероятность соответствия равна 0,87). Наибольшие отличия — от посадки с высоким качеством пилотирования (вероятность соответствия равна 0,03). Результат согласуется с экспертными оценками.



**Рис. 5.** Представление пяти вариантов посадки (четыре паттерна и исследуемый фрагмент полёта) в пространстве шкалирования. Белая окружность указывает на исследуемый фрагмент полёта, красная — на ближайший к нему паттерн, а зелёная — на посадку с проблемой психофизиологического типа

**Fig. 5.** Representation of five landing scenarios (four patterns and the flight fragment under study) in scaling space. The white circle indicates the flight fragment under study, the red circle indicates the closest pattern, and the green circle indicates the landing with a psychophysiological problem

*Исследуемый фрагмент — посадка, выполненная в условиях нервного напряжения*

Исследуемый фрагмент более всего похож на посадку опытного пилота с некорректностью второго типа (вероятность соответствия равна 0,57). Наибольшие отличия — от посадки с проблемой психофизиологического типа (вероятность соответствия менее 0,001). Результат согласуется с экспертными оценками.

## **Преимущества нового метода перед альтернативными классическими подходами**

Рассмотренная постановка задачи допускает применение двух альтернативных классических подходов:

— метода взаимных правдоподобий, который до настоящего времени являлся наиболее эффективным и легко интерпретируемым способом анализа эмпирических



данных, представляющих динамику деятельности операторов сложных технических систем и допускающих формализацию в виде марковских процессов, а также; — метода стационарных распределений вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС.

### **Сравнение с методом взаимных правдоподобий**

Правдоподобие фрагмента полёта  $f_i$ , представленного матрицей  $\mathbf{U}_{f_i} = u_{f_i,kl}$  вероятностей переходов между элементарными операциями заданных типов и заданного наиболее вероятной наблюдаемой последовательностью элементарных операций и состояний ВС  $V_{f_i} = \{v_{1,f_i}, v_{2,f_i}, \dots, v_{N,f_i}\}$ , по отношению к другому фрагменту полёта  $f_j$  есть условная вероятность наблюдения указанной последовательности элементарных операций и состояний ВС заданных типов  $V_{f_i}$ , в случае, когда полёт представляется матрицей  $\mathbf{U}_{f_j} = u_{f_j,kl}$  вероятностей переходов между элементарными операциями заданных типов:

$$P(V_{f_i} | \mathbf{U}_{f_j}) = \prod_{k=1}^{N-1} u_{f_j, v_{k+1, f_i}, v_{k, f_i}}, \text{ где } i, j \in \{1, \dots, n\},$$

Матрица  $\mathbf{Z} = -\ln P(V_{f_i} | \mathbf{U}_{f_j})$  есть *матрица взаимных правдоподобий* для исследуемой выборки фрагментов полётов. Меньшие значения соответствуют большему сходству.

Как видно из Таблицы 1, классический метод взаимных правдоподобий выдаёт один и тот же результат для всех исследованных фрагментов посадки, показывая, таким образом, отсутствие дифференциации в оценках. Три из четырёх оценок при этом некорректны. В свою очередь, метод, использующий квантовые представления деятельности, обеспечивает для имеющихся результатов наблюдений только корректные результаты, сопровождающиеся вероятностными оценками надёжности результатов, а также их должную дифференциацию. Таким образом, есть основания говорить о существенных преимуществах нового подхода по сравнению с методом взаимных правдоподобий.

Таблица 1

### **Сопоставление результатов диагностики (подчёркнуты результаты, согласующиеся с экспертными оценками/самооценками качества пилотирования и результатами тестов оценки/самооценки показателей психофункционального состояния)**

№	Исследуемые фрагменты посадки	Паттерны посадки, определённые с помощью метода, использующего квантовые представления деятельности	Паттерны посадки, определённые с помощью классического метода взаимных правдоподобий
1	Успешно выполненная посадка	<u>Посадка с высоким качеством пилотирования, низкими усилиями со стороны пилота и низким уровнем стресса</u>	Посадка с некорректностью первого типа (не согласуется с экспертными оценками/ самооценкам и результатами тестов)



№	Исследуемые фрагменты посадки	Паттерны посадки, определённые с помощью метода, использующего квантовые представления деятельности	Паттерны посадки, определённые с помощью классического метода взаимных правдоподобий
2	Посадка с ошибкой, обусловленной качеством пилотирования	<u>Посадка с некорректностью первого типа</u>	<u>Посадка с некорректностью первого типа</u>
3	Неудачная посадка (посадка не состоялась)	<u>Посадка с проблемой психофизиологического типа (очень высокий уровень усталости по самооценке)</u>	Посадка с некорректностью первого типа (не согласуется с экспертными оценками/ самооценкам и результатами тестов)
4	Посадка, выполненная в условиях нервного напряжения	<u>Посадка с некорректностью второго типа</u>	Посадка с некорректностью первого типа (не согласуется с экспертными оценками/ самооценкам и результатами тестов)

Table 1

**Comparison of diagnostic results  
(the results consistent with expert assessments/self-assessments  
of piloting quality and the results of tests of assessment/self-assessment  
of indicators of mental and functional state are emphasized)**

№	Investigated landing fragments	Landing patterns determined by using a method using quantum representations of activity	Landing patterns determined using the classical mutual likelihood method
1	Successful landing	<u>Landing with high quality piloting, low effort on the part of the pilot and low stress</u>	Landing with the first type of incorrectness (does not agree with expert assessments/self-assessments and test results)
2	Landing with an error due to the quality of piloting	<u>Landing with an incorrectness of the first type</u>	<u>Landing with an incorrectness of the first type</u>
3	Unsuccessful landing (landing did not take place)	<u>Landing with a psychophysiological type of problem (very high level of fatigue according to self-assessment)</u>	Landing with the first type of incorrectness (does not agree with expert assessments/self-assessments and test results)
4	Landing performed under conditions of nervous tension	<u>Landing with an incorrectness of the second type</u>	Landing with the first type of incorrectness (does not agree with expert assessments/self-assessments and test results)

**Сравнение с методом стационарных распределений**

Стационарное распределение вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС определяется решением  $p^*$  следующего уравнения:

$$p^* = M_l p^*,$$

где  $p^*$  является соответствующим собственному значению  $l$  собственным вектором стохастической матрицы вероятностей переходов  $M_l$  между  $n$  рассматриваемыми типами элементарных операций и состояний ВС в случае деятельности  $l$ .

В общем случае, матрицы  $M_l$  являются несимметричными, а их собственные значения — комплексными числами. Стохастические матрицы всегда имеют соб-



ственное число, равно  $l$ , причём это число является спектральным радиусом этих матриц. Для вычисления вектора  $\mathbf{p}^*$  можно использовать упрощённый метод Ланцоша (Wilkinson, 1988).

Поскольку элементы векторов  $\mathbf{p}^*$  интерпретируются как вероятности, их значения требуют нормировки:

$$\sum_{k=1}^n p_k^* = 1, p_k^* \geq 0 (k = 1, \dots, n).$$

Сравнение различных вариантов деятельности пилотов построено на количественном сопоставлении нормированных стационарных распределений вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС по релевантному критерию согласия.

Распределения наблюдаемых количеств  $\{F_k\}_{k=1, \dots, n}$  повторений типов элементарных операций и состояний ВС определяются путём расчёта стационарного распределения вероятностей  $\mathbf{p}^*$ , вычисленного по матрице вероятностей переходов  $\mathbf{M}_l$ , которая, в свою очередь, получается в результате вычислений выборочных оценок её элементов  $m_{ij,l}$ , используя эмпирические данные. Для оценки согласования с референтным распределением повторений типов элементарных операций и состояний ВС  $\{F_k^*\}_{k=1, \dots, n}$  используется критерий минимума хи-квадрат (одна из форм критерия максимального правдоподобия), выражаемый статистикой Пирсона:

$$X_{n-1}^2 = \sum_{k=1}^n \frac{(F_k^* - F_k)^2}{F_k^*}, \text{ где } N = \sum_{k=1}^n F_k = \sum_{k=1}^n p_k^* N, \mathbf{p}^* = (p_1^*, \dots, p_n^*)^T \text{ — стационарное}$$

распределение вероятностей повторения рассматриваемых типов элементарных операций и состояний ВС. Согласно теореме Крамера [3,6], при выполнении ряда общих условий, значения статистики  $X_{n-1}^2$  описываются распределением  $\chi^2$  с  $n-1$  степенями свободы, что позволяет использовать эту статистику для проверки гипотезы о том, что искомое распределение согласуется с референтным при заданном значении  $N$ .

**В Таблице 2 сопоставлены паттерны посадки, определённые с помощью нового метода, использующего квантовые представления деятельности, и паттерны, определённые с помощью классического метода стационарных распределений вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС ( $N=120$ ). Как видно из Таблицы 2, классический метод стационарных распределений вероятностей не выдаёт никаких результатов для одного из исследованных фрагментов посадки, при этом выдаёт один корректный и два некорректных результата. Три из четырёх оценок некорректны. В свою очередь, метод, использующий квантовые представления деятельности, обеспечивает для имеющихся результатов наблюдений только корректные результаты, сопровождающиеся вероятностными оценками надёжности результатов, а также их должную дифференциацию. Таким образом, и здесь есть основания говорить о существенных преимуществах нового подхода по сравнению с методом стационарных распределений вероятностей.**



Таблица 2

**Сопоставление результатов диагностики (подчёркнуты результаты, согласующиеся с экспертными оценками/самооценками качества пилотирования и результатами тестов оценки/самооценки показателей психофункционального состояния)**

№	Исследуемые фрагменты посадки	Паттерны посадки, определённые с помощью метода, использующего квантовые представления деятельности	Паттерны посадки, определённые с помощью классического метода стационарных распределений вероятностей
1	Успешно выполненная посадка	<u>Посадка с высоким качеством пилотирования, низкими усилиями со стороны пилота и низким уровнем стресса</u>	<u>Посадка с высоким качеством пилотирования, низкими усилиями со стороны пилота и низким уровнем стресса</u> ( $X^2_{39} = 26,87; p > 0,92; N = 120$ )
2	Посадка с ошибкой, обусловленной качеством пилотирования	<u>Посадка с некорректностью первого типа</u>	Паттерн со значимой близостью к исследуемому фрагменту не выявлен ( $p < 0,0002; N = 120$ )
3	Неудачная посадка (посадка не состоялась)	<u>Посадка с проблемой психофизиологического типа (очень высокий уровень усталости по самооценке)</u>	Посадка с высоким качеством пилотирования, низкими усилиями со стороны пилота и низким уровнем стресса ( $X^2_{39} = 48,82; p > 0,13; N = 120$ ) — не согласуется с экспертными оценками/самооценками и результатами тестов
4	Посадка, выполненная в условиях нервного напряжения	<u>Посадка с некорректностью второго типа</u>	Посадка с некорректностью первого типа ( $X^2_{39} = 11,38; p > 0,999; N = 120$ ) — не согласуется с экспертными оценками/самооценками и результатами тестов

Table 2

**Comparison of diagnostic results (the results consistent with expert assessments/self-assessments of piloting quality and the results of tests of assessment/self-assessment of indicators of mental and functional state are emphasized)**

№	Investigated landing fragments	Landing patterns determined by using a method using quantum representations of activity	Landing patterns determined using the classical method of stationary probability distributions
1	Successful landing	<u>Landing with high quality piloting, low effort on the part of the pilot and low stress</u>	<u>Landing with high quality piloting, low effort on the part of the pilot and low stress</u> ( $X^2_{39} = 26,87; p > 0,92; N = 120$ )
2	Landing with an error due to the quality of piloting	<u>Landing with an incorrectness of the first type</u>	A pattern with significant proximity to the fragment under study has not been identified. ( $p < 0,0002; N = 120$ )
3	Unsuccessful landing (landing did not take place)	<u>Landing with a psychophysiological type of problem (very high level of fatigue according to self-assessment)</u>	Landing with high quality piloting, low effort on the part of the pilot and low stress ( $X^2_{39} = 48,82; p > 0,13; N = 120$ ) — does not agree with expert assessments/self-assessments and test results



№	Investigated landing fragments	Landing patterns determined by using a method using quantum representations of activity	Landing patterns determined using the classical method of stationary probability distributions
4	Landing performed under conditions of nervous tension	<u>Посадка с некорректностью второго типа</u>	Landing with an incorrectness of the first type ( $\chi^2_{39} = 11,38; p > 0,999; N = 120$ ) — does not agree with expert assessments/self-assessments and test results

### **Комментарий к сравнениям**

Дополнительный содержательный пример, демонстрирующий преимущества нового подхода, рассмотрен в работах (Kuravsky, 2024; (Kuravsky, Greshnikov, Kozyrev and etc., 2024)).

Основной причиной, которая определяет преимущества рассматриваемого метода, является возможность анализа наблюдений во временной динамике (во «временной развёртке»), которая игнорируется в случае традиционных подходов. Ранее проведённые и представленные здесь исследования показали, что учёт временной динамики наблюдаемых событий критически важен для корректной диагностики деятельности пилотов.

## **Основные выводы и результаты**

1. Разработан новый метод определения состояний и типов деятельности пилотов с помощью квантовых представлений, построенных на основе анализа марковских процессов, представленных матрицами вероятностей переходов между типами элементарных операций и состояний ВС.
2. Диагностические оценки, полученные с помощью представленного метода, согласуются с экспертными оценками и результатами оценки психофункционального состояния.
3. Выполненные сравнения позволяют говорить о существенных преимуществах нового подхода по сравнению с методом взаимных правдоподобий и методом стационарных распределений вероятностей повторения типов элементарных операций и состояний ВС.
4. Основной причиной, определяющей преимущества рассматриваемого метода, является возможность анализа наблюдений во временной динамике, которая игнорируется в традиционных подходах.

### **Список источников / References**

1. Барабанщиков, В.А., Жегалло, А.В. (2013). Регистрация и анализ направленности взгляда человека. М.: Институт психологии РАН.  
Barabanshchikov, V.A., Zhegallo, A.V. (2013). *Registration and analysis of human eye gaze direction*. Moscow: Institute of Psychology RAS. (In Russ.)
2. Куравский, Л.С., Юрьева, Н.Е., Юрьев, Г.А. и др. “The Intelligent System for Flight Analysis V. 3.3”. Свид. о регистрации ПО 2021668683, 2021.



- Kuravsky, L.S., Yuryeva, N.E., Yuryev, G.A. and etc. “The Intelligent System for Flight Analysis V. 3.3”. Software Registration Certificate 2021668683, 2021.
3. Куравский, Л.С., Козырев, А.Д., Грешников, И.И. (2024). Математическая модель сопутствующей деятельности пилота и ее применение для объективной оценки его состояния и профессиональной подготовки. *Экспериментальная психология*, 17(1), 161—180. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2024170111>  
Kuravsky, L.S., Kozyrev, A.D., Greshnikov, I.I. (2024). Mathematical Model of the Pilot Associated Activities and Its Application for Objective Professional Training and Condition Assessment. *Experimental Psychology (Russia)*, 17(1), 161—180. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/exppsy.2024170111>
  4. Марковские модели в задачах диагностики и прогнозирования / Под ред. Л.С. Куравского. М.: МГППУ, 2017.  
Markov models in diagnostic and forecasting problems / Ed. L.S. Kuravsky. Moscow: Moscow State University of Psychology and Education, 2017.
  5. Borg I., Groenen P.J.F. (2005). Modern Multidimensional Scaling Theory and Applications. Springer.
  6. Cox T.F., Cox M.A.A. (2001). Multidimensional Scaling. 2nd ed. Chapman and Hall/CRC.
  7. Cramer, H. (1999). Mathematical methods of statistics. Princeton University Press.
  8. Kuravsky, L.S. (2021). Modeling dynamical behavior of stochastic systems. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, \*42\*(10), 2364—2376.
  9. Kuravsky, L.S. (2022). Simplification of solving diagnostics problems. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, \*43\*(7), 1669—1682.
  10. Kuravsky, L.S. (2024). Quantum representations and their applications in diagnostics. *De Libri*.
  11. Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Orishchenko, V.A. (2025). Quantum representation of the civil aircraft pilot activity. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 46(6), 2609—2621.
  12. Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Kozyrev, A.D., et al. (2024). A mathematical model for representing the related operator professional activities. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 45(6), 2534—2551.
  13. Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Yuryev, G.A., Zlatomrezhev, V.I. (2023). Synthesis of civil aircraft control using empirical data and quantum filtering. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 44(6), 2079—2100.
  14. Kuravsky, L.S., Orishchenko, V.A., Greshnikov, I.I. (2026). The quantum likelihood method. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 47(6). (in press)
  15. Lloyd, E. (1984). Handbook of applicable mathematics: Vol. 6. Statistics. Wiley.
  16. Morrison, D.F. (1976). Multivariate statistical methods (2nd ed.). McGraw-Hill.
  17. Nielsen, M.A., Chuang, I.L. (2010). Quantum computation and quantum information. Cambridge University Press.
  18. Petz, D. (2008). Quantum information theory and quantum statistics. Springer.
  19. Rao, C.R. (1973). Linear statistical inference and its applications. Wiley.
  20. Rao, C.R. (Ed.). (1980—1999). Handbook of statistics (Vols. 1—18). North Holland.
  21. von Neumann, J. (1955). Mathematical foundations of quantum mechanics. Princeton University Press.
  22. Wilkinson, J.H. (1988). The algebraic eigenvalue problem. Clarendon Press.



### **Информация об авторах**

*Лев Семенович Куравский*, доктор технических наук, профессор, декан факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3375-8446>, e-mail: [l.s.kuravsky@gmail.com](mailto:l.s.kuravsky@gmail.com)

*Иван Игоревич Грешников*, кандидат технических наук, начальник лаборатории, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ФГУП ГосНИИАС), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5474-3094>, e-mail: [vvanes@mail.ru](mailto:vvanes@mail.ru)

*Виталий Алексеевич Орищенко*, магистрант, лаборант-исследователь, факультет информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-6696-5147>, e-mail: [vitalyorishchenko@gmail.com](mailto:vitalyorishchenko@gmail.com)

*Наталья Евгеньевна Юрьева*, кандидат технических наук, научный сотрудник, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1419-876X>, e-mail: [yurieva.ne@gmail.com](mailto:yurieva.ne@gmail.com)

*Григорий Александрович Юрьев*, к.ф.-м.н., доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2960-6562>, e-mail: [g.a.yuryev@gmail.com](mailto:g.a.yuryev@gmail.com)

*Иннокентий Александрович Махортов*, аспирант, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ); инженер 2 категории, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ФГУП ГосНИИАС), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6919-9419>, e-mail: [inok546@ya.ru](mailto:inok546@ya.ru)

*Сергей Сергеевич Ермаков*, кандидат психологических наук, старший научный сотрудник лаборатории «Информационные технологии для психологической диагностики», доцент кафедры «Возрастная психология имени профессора Л.Ф. Обуховой» факультета «Психология образования», доцент кафедры «Прикладная математика» факультета «Информационные технологии», Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4330-2618>, e-mail: [ermakovss@mgppu.ru](mailto:ermakovss@mgppu.ru)

*Андрей Вячеславович Соколов*, начальник сектора, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ФГУП ГосНИИАС), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-3387-8847>, e-mail: [sokoland@mail.ru](mailto:sokoland@mail.ru)

*Анна Андреевна Захарьчева*, пилот авиакомпании «Сибирь», Новосибирск, Российская Федерация; аспирант, Ульяновский институт гражданской авиации имени Главного маршала авиации Б.П. Бугаева (ФГБОУ ВО УИГА), Ульяновск, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2620-6333>, e-mail: [anna.gorlova97@gmail.com](mailto:anna.gorlova97@gmail.com)

### **Information about the authors**

*Lev S. Kuravsky*, DSc (Engineering), Professor, Dean of Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3375-8446>, e-mail: [l.s.kuravsky@gmail.com](mailto:l.s.kuravsky@gmail.com)



*Ivan I. Greshnikov*, PhD (Engineering), Head of Laboratory, State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5474-3094>, e-mail: [vvanes@mail.ru](mailto:vvanes@mail.ru)

*Vitaly A. Orishchenko*, master's student, researcher, faculty of information technologies, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-6696-5147>, e-mail: [vitalyorischenko@gmail.com](mailto:vitalyorischenko@gmail.com)

*Nataliya E. Yuryeva*, PhD (Engineering), Research Fellow, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1419-876X>, e-mail: [yurieva.ne@gmail.com](mailto:yurieva.ne@gmail.com)

*Grigory A. Yuryev*, PhD (Physics and Mathematics), Associate professor, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2960-6562>, e-mail: [g.a.yuryev@gmail.com](mailto:g.a.yuryev@gmail.com)

*Innokenty A. Makhortov*, Graduate Student, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE); Engineer of the 2nd Category, State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0006-6919-9419>, e-mail: [inok546@ya.ru](mailto:inok546@ya.ru)

*Sergey S. Ermakov*, Candidate of Science (Psychology), Senior Researcher of the Laboratory "Information Technologies for Psychological Diagnostics" Associate Professor of the Department of "Age Psychology named after Professor L.F. Obukhova" of the Faculty of "Psychology of Education", Associate Professor of the Department of "Applied Mathematics" of the Faculty of "Information Technology", Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4330-2618>, e-mail: [ermakovss@mgppu.ru](mailto:ermakovss@mgppu.ru)

*Andrey V. Sokolov*, Head of the Sector, State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-3387-8847>, e-mail: [sokoland@mail.ru](mailto:sokoland@mail.ru)

*Anna A. Zakharcheva*, Pilot, "Siberia" Airlines, Novosibirsk, Russia; Graduate Student, Ulyanovsk Civil Aviation Institute, Ulyanovsk, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2620-6333>, e-mail: [anna.gorlova97@gmail.com](mailto:anna.gorlova97@gmail.com)

### **Вклад авторов**

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### **Contribution of the authors**

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 10.02.2026

Поступила после рецензирования 24.02.2026

Принята к публикации 06.03.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.02.10

Revised 2026.02.24

Accepted 2026.03.06

Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 519.237.8:004.9

## Адаптивная много-интервальная шкала (AMIS): построение единого метрического пространства для разнородных данных

Г.Г. Кравцов

Научно-исследовательский Центр «Прикладная статистика»

Рязань, Российская Федерация

✉ [62abc@mail.ru](mailto:62abc@mail.ru)

### Резюме

**Контекст и актуальность:** Сравнение и интеграция разнородных метрик с различными единицами измерения и статистическими распределениями представляет фундаментальную проблему в междисциплинарных исследованиях и прикладной аналитике, особенно в таких областях, как психология, социология и образовательные исследования. Существующие методы (линейное шкалирование, z-стандартизация) имеют критические ограничения: игнорирование формы распределения, потеря интерпретируемости и отсутствие единого метрического пространства для корректных арифметических операций.

**Цель:** Разработка и представление нового метода нормализации — Адаптивной много-интервальной шкалы (Adaptive Multi-Interval Scale, AMIS) — для построения единого метрического пространства, позволяющего корректно сопоставлять и анализировать разнородные данные.

**Методология:** AMIS реализует новый подход к нормализации, создавая адаптивную шкалу путем итеративного вычисления контрольных точек — центров масс последовательно дробимых областей исходных данных. Кусочно-линейное преобразование по этим точкам проецирует данные на интервальную шкалу 0—100, в которой равные отрезки соответствуют статистически равнозначным сегментам данных, что обеспечивает естественную адаптацию к любой форме распределения, включая асимметричные и с выбросами.

**Результаты:** Практическая эффективность AMIS доказана на двух примерах. В образовательной аналитике метод устраняет систематические ошибки при агрегации учебных оценок по разным предметам, обеспечивая корректное вычисление интегральных показателей. При работе с данными о ВВП стран мира AMIS обеспечивает адекватное преобразование распределения



с экстремальными выбросами к единой шкале, в отличие от линейной нормализации и z-стандартизации, показавших свою несостоятельность.

**Выводы:** Предложенный метод AMIS решает задачу создания единого интервального пространства для изначально несопоставимых показателей. Он сочетает интерпретируемость, адаптивность к распределению и метрическую строгость, необходимую для математически корректных операций сравнения, усреднения и взвешивания. Метод имеет широкие перспективы применения, в первую очередь, в психологических, социологических и образовательных исследованиях, а также в качестве инструмента предобработки данных для машинного обучения.

**Ключевые слова:** нормализация данных, адаптивная шкала, метрическое пространство, интеграция разнородных данных, статистическое распределение, кусочно-линейная интерполяция, образовательная аналитика, психологические измерения, социологические исследования, макроэкономические показатели, машинное обучение

**Дополнительные материалы.** Исходные данные, использованные в исследовании, доступны в репозитории Harvard Dataverse: <https://doi.org/10.7910/DVN/BISM0N>

**Для цитирования:** Кравцов, Г.Г. (2026). Адаптивная много-интервальная шкала (AMIS): построение единого метрического пространства для разнородных данных. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 67—83. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160203>

## Adaptive multi-interval scale (AMIS): construction of a unified metric space for heterogeneous data

**G.G. Kravtsov**

Research Center Applied Statistics, Ryazan, Russian Federation

✉ [62abc@mail.ru](mailto:62abc@mail.ru)

### *Abstract*

**Context and relevance:** Comparison and integration of heterogeneous metrics with different units of measurement and statistical distributions is a fundamental problem in interdisciplinary research and applied analytics, especially in fields such as psychology, sociology, and educational studies. Existing methods (linear scaling, z-standardization) have critical limitations: ignoring the distribution shape, loss of interpretability, and the lack of a unified metric space for correct arithmetic operations.

**Objective:** Development and presentation of a new normalization method — the Adaptive Multi-Interval Scale (AMIS) — for constructing a unified metric space that enables correct comparison and analysis of heterogeneous data.



**Methodology:** AMIS implements a novel approach to normalization by constructing an adaptive scale through the iterative calculation of control points — the centers of mass of successively subdivided regions within the source data. A piecewise-linear transformation based on these points projects the data onto a 0–100 interval scale, where equal intervals correspond to statistically equivalent segments of the data. This ensures natural adaptability to any distribution shape, including skewed distributions and those with outliers.

**Results:** The practical efficacy of AMIS is proven with two examples. In educational analytics, the method eliminates systematic errors when aggregating academic grades across different subjects, ensuring correct calculation of integral indicators. When applied to world GDP data, AMIS adequately scales distributions with extreme outliers, unlike linear normalization and z-standardization, which proved inadequate.

**Conclusions:** The proposed AMIS method solves the problem of creating a unified interval space for initially incomparable indicators. It combines interpretability, adaptability to distribution, and the metric rigor necessary for mathematically correct operations of comparison, averaging, and weighting. The method has broad application prospects, primarily in psychological, sociological, and educational research, as well as a data preprocessing tool for machine learning.

**Keywords:** data normalization, adaptive scale, metric space, integration of heterogeneous data, statistical distribution, piecewise-linear interpolation, educational analytics, psychological measurement, sociological research, macroeconomic indicators, machine learning

**Supplemental materials.** The source data used in the study are available in the Harvard Dataverse repository: <https://doi.org/10.7910/DVN/BISM0N>

**For citation:** Kravtsov, G.G. (2026). Adaptive multi-interval scale (AMIS): construction of a unified metric space for heterogeneous data. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 67–83. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160203>

## Введение

Необходимость совместного анализа разнородных показателей, имеющих различные типы измерительных шкал (Stevens, 1946), единицы измерения и статистические распределения, является фундаментальной проблемой в современных научных исследованиях и прикладной аналитике. Несмотря на её центральность, универсального метода нормализации, который одновременно сохранял бы интерпретируемость результата и адаптировался к форме исходного распределения, до сих пор не предложено (Старовойтов, Голуб, 2021). Проблема имеет и глубокую методологическую основу, связанную с корректным сопоставлением разнотипных шкал в рамках теории измерений (Орлов, 2012).

Эта задача особенно актуальна в образовании, психологии (Аванесов, 2013; Гордеева, Сычев, Сиднева, 2021; Потанина, Моросанова, 2023), социологии и экономике, где требуется интегрировать данные из различных источников для получения целостной оценки.



Существующие классические методы нормализации, такие как линейное масштабирование в диапазон  $[0; 100]$  и z-стандартизация, обладают принципиальными ограничениями. Линейное шкалирование, сохраняя интерпретируемость, игнорирует форму распределения, что ведёт к искажениям при выбросах и асимметрии. z-стандартизация, оптимальная для нормальных распределений, теряет интерпретируемость и фиксированные границы при произвольной форме данных и не создаёт единого метрического пространства для показателей разных областей. Даже продвинутые психометрические подходы (IRT) не решают задачу интеграции агрегированных данных из разных источников (van der Linden, 2022).

Целью данной работы является разработка и представление нового метода нормализации — Адаптивной много-интервальной шкалы (Adaptive Multi-Interval Scale, AMIS), предназначенного для построения единого метрического пространства, позволяющего корректно интегрировать и анализировать разнородные данные. В статье излагается алгоритм метода, демонстрируется его практическая эффективность на примерах решения задач в образовательной аналитике и при работе с социально-экономическими показателями, а также проводится сравнительный анализ с традиционными подходами.

## **Адаптивная много-интервальная шкала. Метод построения**

Развитие адаптивных и робастных методов нормализации, таких как алгоритмы, основанные на предварительной кластеризации (Vinagre, Vale, Pinto, 2025) или нелинейных преобразованиях (Lu et al., 2016), подтверждает актуальность поиска подходов, устойчивых к выбросам. Метод AMIS развивает эту идею, предлагая решение, которое не требует априорных допущений о распределении и адаптируется к его структуре через итеративное вычисление контрольных точек.

AMIS — метод нормализации данных, который преобразует исходные значения в унифицированную интервальную шкалу от 0 до 100. В отличие от линейного шкалирования, сопоставляющего значение с его долей в абстрактном диапазоне  $[\min, \max]$ , AMIS определяет позицию значения относительно статистической структуры исходного распределения. Ключевой особенностью AMIS является использование иерархически вычисляемых контрольных точек, в качестве которых выступают средние арифметические значений внутри последовательно дробимых интервалов распределения. Этот принцип обеспечивает адаптивность шкалы к форме исходных данных, включая асимметрию и наличие выбросов, и лежит в основе построения единого метрического пространства.

### ***Алгоритм построения шкалы AMIS***

Алгоритм построения шкалы AMIS основан на итеративном статистическом разбиении исходного распределения данных. На каждом шаге для текущего интервала вычисляется среднее арифметическое, которое становится контрольной точкой для последующей кусочно-линейной интерполяции (Сорокин, 2021) и границей для



следующего уровня разбиения. Количество используемых точек (3, 5, 9, 17) определяет уровень детализации модели, находя баланс между точностью аппроксимации формы распределения и вычислительной сложностью. Рекомендуемый выбор модели также зависит от объёма выборки (N):

- N = 10—19: 3-точечная AMIS.
- N = 20—49: добавляется 5-точечная модель AMIS.
- N = 50—99: добавляется 9-точечная модель AMIS.
- N ≥ 100: доступны все модели, включая 17-точечную.

Итеративная природа алгоритма позволяет теоретически генерировать модели с произвольным числом точек по формуле  $(2^n + 1)$ , где n — целое число, определяющее глубину рекурсивного разбиения (для 3, 5, 9, 17 точек k = 1, 2, 3, 4 соответственно). Однако эмпирически установлено, что модели с 9—17 точками обеспечивают оптимальную точность для большинства прикладных задач.

Общая схема алгоритма для построения шкалы с k контрольными точками включает следующие шаги:

1. **Расчёт базовых статистик:** Определение минимума (*min*), максимума (*max*) и глобального среднего ( $\mu$ ) исходного набора данных.
2. **Итеративное вычисление контрольных точек:** Последовательное разбиение интервалов, начиная от [*min*, *max*], и расчёт средних арифметических значений в образовавшихся подинтервалах по принципу, представленному в таблице 1.

**Присвоение нормализованных значений:** Каждой вычисленной контрольной точке  $x_k$  ставится в соответствие фиксированное значение  $y_k$  на универсальной шкале от 0 до 100, распределённое с постоянным шагом.

**Интерполяция и преобразование:** Построение кусочно-линейной функции преобразования  $f(x)$  на основе полученных пар  $(x_k, y_k)$  и её применение ко всему набору данных для получения нормализованных значений.

Таблица 1 / Table 1

**Принцип иерархического вычисления  
контрольных точек для моделей AMIS с различной детализацией**  
**The principle of hierarchical calculation  
of control points for AMIS models with varying levels of detail**

Модель	Контрольные точки	Описание
3-точечная	$min, x_5, max$	Учёт центра ( $x_5$ ) и границ распределения
5-точечная	$min, x_3, x_5, x_7, max$	Добавление средних в нижней и верхней половинах данных
9-точечная	$min, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, max$	Детализированное разбиение на интервалы
17-точечная	$min, x_1, x_2, \dots, x_{15}, x_{16}, max$	Высокая степень адаптации к форме распределения

*Примечание:* Контрольные точки вычисляются иерархически как средние арифметические значений внутри соответствующих интервалов распределения:  $x$  — среднее всего набора



данных;  $x_3$  и  $x_7$  — средние значений в интервалах  $[min, x_5]$  и  $[x_5, max]$  соответственно;  $x_2, x_4, x_6, x_8$  — средние в интервалах  $[min, x_3], [x_3, x_5], [x_5, x_7]$  и  $[x_7, max]$ . Для 17-точечной модели применяется дальнейшее дробление интервалов 9-точечной модели по тому же принципу.

*Note:* Control points are calculated hierarchically as arithmetic means of values within the corresponding distribution intervals:  $x_5$  is the mean of the entire dataset;  $x_3$  and  $x_7$  are the means of values in the intervals  $[min, x_5]$  and  $[x_5, max]$ , respectively;  $x_2, x_4, x_6, x_8$  are the means in the intervals  $[min, x_3], [x_3, x_5], [x_5, x_7]$ , and  $[x_7, max]$ . For the 17-point model, further subdivision of the 9-point model intervals is applied following the same principle.

Помимо классической реализации, метод AMIS поддерживает вариативные модели с задаваемыми пользователем граничными значениями. Данная возможность критически важна для предметных областей с семантически фиксированными диапазонами измерений. В образовательном контексте типичным примером является шкала учебных отметок от 2 до 5 баллов.

В качестве наглядной демонстрации принципа AMIS рассмотрим построение 5-точечной адаптивной модели для реальных данных о среднем времени выполнения домашних заданий по алгебре (в минутах) для учащихся 10-х классов. ( $N = 1039$ , где  $N$  — количество уникальных случаев преподавания «учитель-класс») (Кравцов, 2025б).

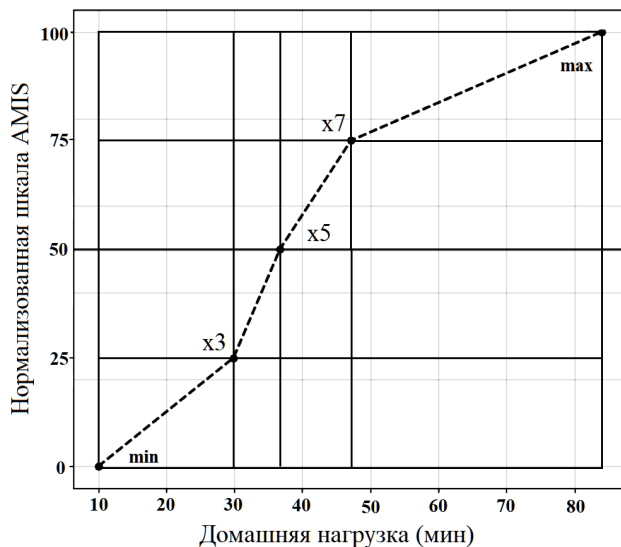


Рис. 1. 5-точечная модель Адаптивной много-интервальной шкалы (AMIS)

Fig. 1. 5-point model of the Adaptive Multi-Interval Scale (AMIS)

На графике (рис. 1) вертикальные линии, проецирующие контрольные точки на ось  $X$ , наглядно демонстрируют ключевое свойство AMIS: исходные данные неравномерно распределены на исходной шкале (разные длины интервалов между  $min$ ,  $x_3$ ,  $x_5$ ,



$x_7, \max$ ), тогда как на нормализованной шкале AMIS этим интервалам соответствуют строго равные отрезки по 25 баллов (0—25, 25—50, 50—75, 75—100). Это преобразование и создает интервальную шкалу внутри каждого сегмента, делая различия в баллах AMIS равнозначными с точки зрения статистического веса в распределении.

### **Формальное описание гибридного метода нормализации данных**

Пусть задан набор исходных данных  $X = \{x_i\}$ ,  $i=1, \dots, N$  с минимумом  $\min(X)$  и максимумом  $\max(X)$ .

1. Определяется центральная контрольная точка — среднее значение данных:

$$x_5 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

2. Далее вычисляются промежуточные контрольные точки как средние значения по частям распределения (рис. 1):

$$X_3 = \text{mean}\{x_i \mid \min(X) \leq x_i \leq x_5\}$$

$$X_7 = \text{mean}\{x_i \mid x_5 < x_i \leq \max(X)\}$$

Дополнительно для 9-точечной шкалы:

$$x_2 = \text{mean}\{x_i \mid \min(X) \leq x_i \leq x_3\},$$

$$x_4 = \text{mean}\{x_i \mid x_3 < x_i \leq x_5\}$$

$$x_6 = \text{mean}\{x_i \mid x_5 < x_i \leq x_7\},$$

$$x_8 = \text{mean}\{x_i \mid x_7 < x_i \leq \max(X)\}$$

Аналогично для 17-точечной модели

3. Каждой контрольной точке  $x_k$  ставится в соответствие фиксированное значение  $y_k$  на универсальной шкале:

$$Y_k \in \{0, 12.5, 25, 37.5, 50, 62.5, 75, 87.5, 100\}$$

4. Формируется кусочно-линейная функция нормализации  $f: X \rightarrow$  по точкам  $(x_k, y_k)$ , которая для каждого  $x \in X$  вычисляется интерполяцией между ближайшими контрольными точками:

$$f(x) = y_k + \frac{(y_{k+1} - y_k)}{(x_{k+1} - x_k)}(x - x_k), \quad x_k \leq x \leq x_{k+1}$$

5. Результатом является нормализованное значение  $f(x)$ , которое сохраняет пропорциональность и учитывает статистическую структуру исходного распределения.

### **Программная реализация алгоритма AMIS**

Для обеспечения проверки и практического применения алгоритма разработаны эталонные реализации на языках Python и C# в виде открытых библиотек и плагина для Excel. Исходный код и документация доступны в репозиториях проекта: AMIS Normalization Tool (Python) ([https://github.com/Famimot/AMIS\\_Normalization\\_Tool](https://github.com/Famimot/AMIS_Normalization_Tool)) и AMIS Excel Plugin (C#) ([https://github.com/Famimot/AMIS\\_Excel\\_Plugin](https://github.com/Famimot/AMIS_Excel_Plugin)).



## Результаты

### *Практическое применение AMIS в образовательных исследованиях*

Проблема несопоставимости разнородных метрик, таких как результаты психологических тестов, образовательные оценки и данные социологических опросов (Потанина, Моросанова, 2023), остаётся одной из наиболее актуальных в междисциплинарных исследованиях и аналитике (Тао et al., 2022), что приводит к активному использованию моделей порядковой регрессии для анализа таких данных (Bürkner, Vuorre, 2023). Как показывают данные образовательных исследований, даже в рамках одной оценочной шкалы наблюдается систематическое смещение распределений — средние значения по разным предметам существенно различаются (например, сводный средний балл 3.688 по алгебре против 4.052 по биологии). Это делает прямое сравнение и вычисление интегральных показателей методически некорректным (Кравцов, 2025а).

### *Результаты нормализации учебных оценок методом AMIS*

На примере средних оценок, выставленных учителем в классе по истории для 11-х классов (данные по 879 уникальным случаям преподавания,  $N = 879$ ) (Кравцов, 2025а) была проведена нормализация с использованием классической модели AMIS с эмпирически определяемыми границами (Рис. 2).

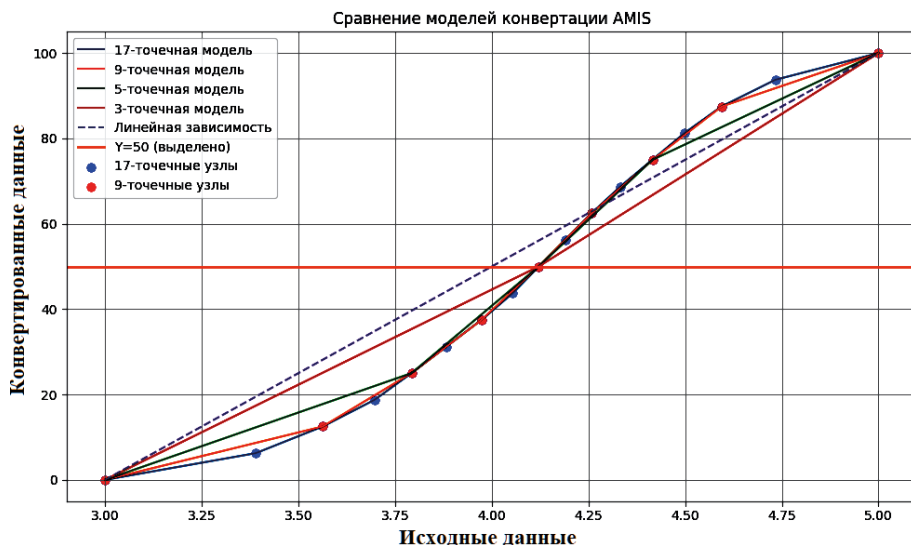


Рис. 2. Сравнение нормализации средних оценок по истории (11-й класс) методом AMIS с эмпирическими границами и линейным масштабированием

Fig. 2. Comparison of normalization of average History grades (11th grade) using the AMIS method with empirical boundaries and linear scaling



*Примечание.* Полный комплект материалов для воспроизведения этого и последующих рисунков (исходные данные, исходный код на Python и C#, плагин для Excel) доступен в архиве проекта Zenodo: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17588054> в разделе «Related works».

*Note.* The complete set of materials for reproducing this and the subsequent figures (source data, source code in Python and C#, Excel plugin) is available in the Zenodo project archive: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17588054> in the «Related works» section.

Для количественной оценки результатов, помимо визуального сравнения с линейной нормализацией, были рассчитаны ключевые метрики: энтропия распределения ( $H$ ) и интегральная гладкость кривой преобразования ( $S$ ) (Таблица 2).

Таблица 2 / Table 2

**Сравнительный анализ моделей нормализации  
на примере данных по истории (11-й класс)**  
**Comparative analysis of normalization models  
on the example of History subject data (11th grade)**

Модель	Энтропия	Гладкость	Узлы	Среднее (шкала)
original	2.9625	-	-	4.1211
17_points	3.2940	41217.50	17	50.00
9_points	3.2739	40542.97	9	50.00
5_points	3.1693	37619.89	5	50.00
3_points	2.9914	28967.10	3	50.00
linear	2.9506	28703.36	2	56.05

Анализ Таблицы 2 демонстрирует следующие ключевые результаты:

- Повышение информативности:** Значение энтропии последовательно возрастает с увеличением числа контрольных точек модели AMIS (с 2.9625 для исходных данных до 3.2940 для 17-точечной модели), что свидетельствует о более равномерном и информативном распределении данных после нормализации.
- Улучшение адаптивности:** Показатель гладкости ( $S$ ) также монотонно увеличивается, достигая максимума для 17-точечной модели (41217.50 против 28703.36 для линейной нормировки). Это подтверждает, что адаптивные шкалы AMIS точнее следуют форме исходного распределения.
- Корректность центрирования:** Для всех моделей AMIS среднее значение в нормализованной шкале стабильно равно 50.00, что соответствует центральной точке шкалы и подтверждает корректность алгоритма. В отличие от этого, линейная нормализация дает смещенное среднее (56.05), указывая на систематическую ошибку.

Для данных с классической фиксированной шкалой оценивания (например, отметки по литературе для 9-х классов,  $N=1379$ , с традиционной шкалой оценивания в диапазоне от 2 до 5 баллов) была исследована работа AMIS с жестко заданными границами. Результаты (рис. 3) подтверждают, что метод сохраняет адаптивность



к распределению и внутри семантически заданного диапазона, что расширяет область его применимости.

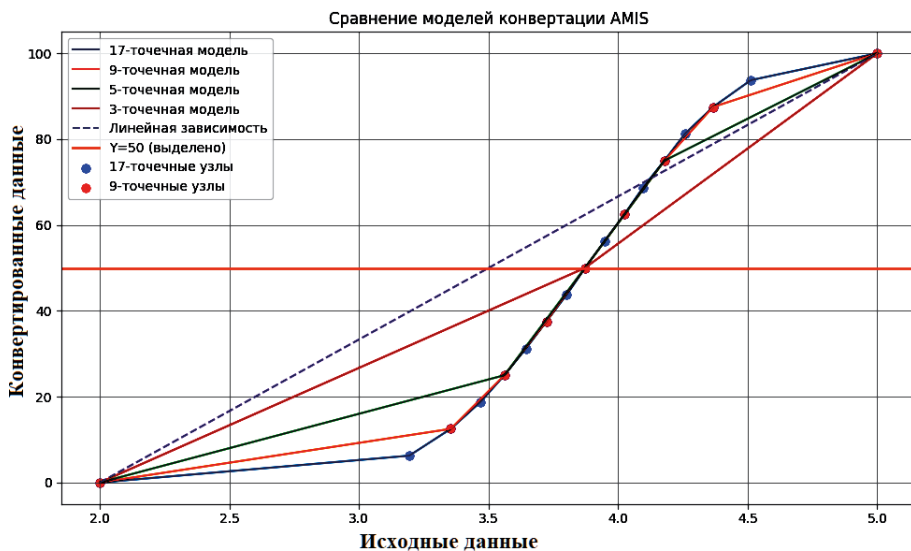


Рис. 3. Нормализация средних оценок по литературе (9-й класс) методом AMIS с фиксированным диапазоном [2, 5]

Fig. 3. Normalization of average Literature grades (9th grade) using the AMIS method with a fixed range [2, 5]

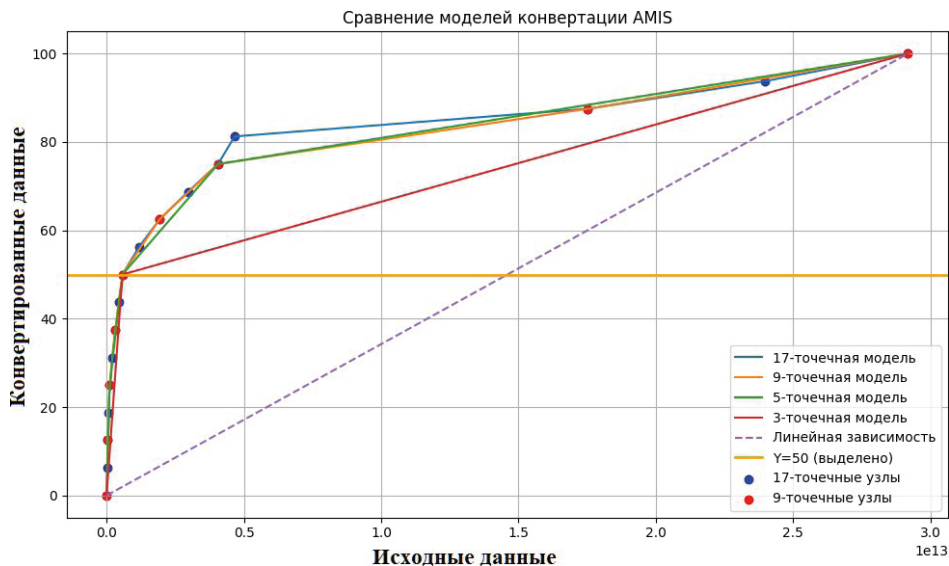
**Вывод по подразделу.** Практическое применение AMIS к образовательным данным позволяет устранить несопоставимость оценок по разным предметам и возрастным группам, обеспечив корректность расчета интегральных показателей. Количественные результаты (рост энтропии, стабильность среднего) подтверждают эффективность метода и его преимущество перед линейной нормализацией, делая AMIS научно обоснованным инструментом для образовательной аналитики.

### *Сравнительный анализ методов нормализации на примере данных о ВВП стран мира*

Задача шкалирования данных с асимметричным распределением и экстремальными выбросами представляет методическую сложность и является предметом развития робастных статистических методов (Arachchige, Prendergast, Staudte, 2024), включая разработку адаптированных визуализационных инструментов, таких как модифицированные диаграммы размаха (Bruffaerts, Verardi, Vermandele, 2014; Hubert, Vandervieren, 2008). Классическим примером служит номинальный ВВП стран мира, где значения лидеров на порядки превышают медиану. Этот пример использован для сравнительного анализа, поскольку он заведомо проблематичен для стандартных методов нормализации и наглядно демонстрирует адаптивность AMIS.



Для анализа использовались данные о номинальном ВВП 178 стран за 2024 год<sup>1</sup>, для которых были применены линейная нормализация в диапазон  $[0,100]$  и классическая AMIS с 3, 5, 9 и 17 контрольными точками (рис. 4) (таблица 4).



**Рис. 4.** Сравнение методов нормализации данных о ВВП стран мира (2024 год).  
На графике представлены: исходные данные, линейная нормализация,  
AMIS 3-, 5-, 9- и 17-точечные шкалы

**Fig. 4.** Comparison of normalization methods for world GDP data (2024).  
The graph presents: raw data, linear normalization,  
AMIS 3-, 5-, 9-, and 17-point scales

Для полноты сравнения была рассчитана z-стандартизация. Ее результаты доступны в дополнительных материалах<sup>2</sup> демонстрируют непригодность метода для данных с выбросами: при этом абсолютное большинство стран оказываются в узком диапазоне от  $-1$  до  $10$  стандартных отклонений, в то время как значение для США составляет  $\approx 1752\sigma$ . Такая шкала лишена содержательной интерпретации и непригодна для интеграции с другими показателями. В отличие от этого, AMIS обеспечивает интерпретируемую шкалу с фиксированными границами  $0-100$ .

<sup>1</sup> GDP (current US\$) <https://data.worldbank.org/indicator/NY.GDP.MKTP.CD> (дата обращения: 0.02.2026).

<sup>2</sup> AMIS Excel Plugin [https://github.com/Famimot/AMIS\\_Excel\\_Plugin](https://github.com/Famimot/AMIS_Excel_Plugin) (examples/DEMO\_World\_GDP\_2024\_Static\_Values.xlsx) (дата обращения: 0.02.2026).



Таблица 3 / Table 3

### Сравнительный анализ методов нормализации данных о ВВП стран мира Comparative analysis of normalization methods for world GDP data

Показатель	Оригинал	Лин.	AMIS 3	AMIS 5	AMIS 9	AMIS 17
Mean	5.75E+11	1.97	14.91	20.61	22.53	22.98
Med	4.98E+10	0.17	4.31	11.49	15.73	16.30
SD ( $\sigma$ )	2.61E+12	8.95	19.83	21.52	20.95	20.84
Kurt	90.58	90.58	1.50	0.67	0.74	0.82
Skw	9.09	9.09	1.46	1.13	1.10	1.12
Min	1.60E+08	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Max	2.92E+13	100	100	100	100	100
N	186	186	186	186	186	186

*Примечание:* для исходных данных и каждого метода нормализации приведены основные описательные статистики — среднее (Mean), медиана (Med), стандартное отклонение (SD), эксцесс (Kurt), асимметрия (Skw), минимальное (Min) и максимальное (Max) значения, а также объем выборки (N).

*Note:* For the raw data and each normalization method, the main descriptive statistics are provided: mean (Mean), median (Med), standard deviation (SD), kurtosis (Kurt), skewness (Skw), minimum (Min) and maximum (Max) values, as well as sample size (N).

Анализ данных (табл. 4) позволяет сделать следующие выводы.

- Стабилизация распределения и робастность.** По мере увеличения детализации AMIS (3 → 17 точек) эксцесс снижается с 90.58 до ~0.8, а асимметрия — с 9.09 до ~1.2. Это указывает на эффективное и робастное преобразование исходного экспоненциального распределения, содержащего экстремальные выбросы, в близкое к нормальному, устойчивое для последующего анализа.
- Улучшение репрезентативности.** Медиана последовательно возрастает от 4.31 до 16.30, приближаясь к среднему (~23), что свидетельствует о более сбалансированном распределении данных в нормализованном пространстве.
- Неадекватность стандартных методов.** Линейная нормализация приводит к катастрофическому сжатию данных (Mean=1.97, Med=0.17), сохраняя экстремальные эксцесс и асимметрию (90.58 и 9.09). Z-стандартизация дает максимальное значение  $\approx 1752\sigma$ , что делает шкалу непригодной для интерпретации.

Таким образом, только адаптивные модели AMIS обеспечивают содержательную дифференциацию объектов на всей шкале 0—100, сохраняя стабильные статистические свойства.

## Обсуждение

Представленный метод AMIS вносит вклад в развитие адаптивных методов нормализации. В отличие от специализированных решений для многокритериального



анализа (Vinagre, Vale, Pinto, 2025) или биомедицинских данных (Lu et al., 2016), AMIS предлагает более общий и интерпретируемый подход, опирающийся на статистическую структуру самих данных. Это делает его универсальным инструментом для решения широкого круга задач, описанных в обзорах по нормализации (Старовойтов, Голуб, 2021).

Полученные результаты демонстрируют, что AMIS обеспечивает контекстуально-зависимое измерение, учитывающее структуру распределения. В отличие от линейного шкалирования (доля в абстрактном диапазоне) или ранжирования (только порядок), AMIS определяет позицию объекта относительно статистической плотности данных, что критически важно для построения адекватных шкал в экономике, социологии и образовании, где распространены скошенные и полимодальные распределения.

### ***Ключевые преимущества и научная новизна метода AMIS***

Анализ результатов позволяет сформулировать фундаментальные преимущества метода:

1. Создание единого метрического пространства для разнородных данных. Метод обеспечивает математическую корректность арифметических операций (усреднения, взвешивания) над показателями из различных предметных областей.
2. Статистически обоснованная адаптивность. В отличие от линейной нормировки, AMIS не задаёт функцию априори, а итеративно вычисляет контрольные точки как средние внутри сегментов распределения, обеспечивая автоматическую адаптацию к его форме (асимметрия, выбросы).
3. Сохранение интерпретируемости при обеспечении интервальности. AMIS сочетает удобство процентной шкалы (фиксированные границы 0—100) со свойствами интервальной шкалы внутри сегментов, в отличие от z-нормализации, теряющей интерпретируемость при наличии выбросов.
4. Практическая эффективность. В отличие от IRT, требующей первичных ответов и сложной калибровки (van der Linden, 2022), AMIS предназначен для преобразования как исходных, так и агрегированных разнородных метрик. Это определяет его нишу в прикладной аналитике, где важны скорость, робастность и доступность результата для конечного пользователя.

### ***Ограничения метода***

Наряду с преимуществами, метод AMIS имеет определенные ограничения:

1. **Условная интервальность.** Преобразование AMIS — кусочно-линейное, что гарантирует строгую интервальность лишь внутри сегментов между контрольными точками, а на шкале 0—100 это свойство выполняется приближённо. С ростом числа точек (и уменьшением длины сегментов) шкала асимптотически приближается к интервальной. Поэтому арифметические операции над баллами AMIS (умножение/деление значений) некорректны. Однако ключевая задача метода — построение линейных комбинаций и взвешенных индексов из разнородных показателей — решается, так как AMIS создаёт для них единое метрическое пространство, адаптированное к форме их распределений.



2. **Требование к интерпретации.** Адаптивность AMIS требует от пользователя понимания принципа его построения, а применение нормализованных значений может нуждаться в дополнительных пояснениях или адаптации стандартных методик.

## Заключение

В работе представлен новый метод нормализации данных — Адаптивная много-интервальная шкала (AMIS), решающий фундаментальную проблему совместного анализа разнородных показателей.

Основные результаты:

1. Разработан метод построения единого метрического пространства путём итеративного вычисления адаптивных контрольных точек.
2. Экспериментально доказана эффективность AMIS: устранение систематических ошибок при агрегации учебных оценок и робастное шкалирование данных с экстремальными выбросами (ВВП стран).
3. Определена стратегическая ниша AMIS как метода, занимающего промежуточное положение между подходами: адаптивность к распределению (в отличие от линейного шкалирования), сохранение интерпретируемости (в отличие от z-стандартизации) и обеспечение интервальности внутри сегментов (в отличие от перцентилей). Это делает AMIS эффективным компромиссом для задач количественной интеграции разнородных метрик.

Перспективы исследований связаны с развитием метода для потоковых данных, построением на его основе формальных математических моделей (например, учебного процесса) и внедрением в конвейеры машинного обучения для междисциплинарных исследований.

Таким образом, AMIS представляет собой методологический базис для создания единой системы измерений, а его открытая программная реализация обеспечивает доступность и воспроизводимость.

## Доступность данных и кода (открытая наука)

Полный комплект материалов, необходимых для воспроизведения результатов данной работы, находится в открытом доступе.

**Исходные данные.** Деперсонализированные наборы данных (включая показатели по учебным предметам и ВВП), использованные для анализа, размещены в репозитории Harvard Dataverse: <https://doi.org/10.7910/DVN/BISM0N>.

Программное обеспечение:

- исходный код алгоритма AMIS на языке Python: [https://github.com/Famimot/AMIS\\_Normalization\\_Tool](https://github.com/Famimot/AMIS_Normalization_Tool);
- плагин AMIS для Excel (реализация на C#): [https://github.com/Famimot/AMIS\\_Excel\\_Plugin](https://github.com/Famimot/AMIS_Excel_Plugin).



**Сопроводительные материалы.** Препринт, обучающий видеоролик и скрипты автоматизированного анализа объединены в проекте на платформе Zenodo: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17588054> (см. Related works).

### Список источников / References

1. Аванесов, В.С. (2013). Шкалирование тестовых результатов. *Педагогические измерения*, (2), 3—21.  
Avanesov, V.S. (2013). Scaling of test results. *Pedagogicheskie izmereniya*, (2), 3—21. (In Russ.)
2. Гордеева, Т.О., Сычев, О.А., Сиднева, А.Н. (2021). Оценивание достижений школьников в традиционной и развивающей системах обучения: психолого-педагогический анализ. *Вопросы образования*, (1), 213—236. (In Russ.). <https://doi.org/10.17323/1814-9545-2021-1-213-236>  
Gordeeva, T.O., Sychev, O.A., Sidneva, A.N. (2021). Assessment of school students' academic achievements in traditional and developmental educational systems: A psychological and pedagogical analysis. *Voprosy obrazovaniya / Educational Studies Moscow*, (1), 213—236. (In Russ.). <https://doi.org/10.17323/1814-9545-2021-1-213-236>
3. Двоерядкина, Н.Н., Чалкина, Н.А. (2016). Стандартизация данных при организации психолого-педагогических исследований. *Вестник АмГУ*, (74).  
Dvoeryadkina, N.N., Chalkina, N.A. (2016). Data standardization in the organization of psychological and pedagogical research. *Vestnik AmGU*, (74). (In Russ.)
4. Коклев, П.С. (2022). Оценка стоимости компании с использованием методов машинного обучения. *Финансы: теория и практика*, 26(5), 132—148. <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2022-26-5-132-148>  
Koklev, P.S. (2022). Company valuation using machine learning methods. *Finansy: teoriya i praktika / Finance: Theory and Practice*, 26(5), 132—148. (In Russ.). <https://doi.org/10.26794/2587-5671-2022-26-5-132-148>
5. Кравцов, Г. (2025). Алгоритм нормализации школьных баллов в Аналитическом методе контроля образования (Version v1) [Препринт]. НИЦ Прикладная статистика. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17314061>  
Kravtsov, G. (2025). Algorithm for normalization of school grades in the Analytical Method of Education Control (Version v1) [Preprint]. Research Center “Applied Statistics”. (In Russ.). <https://doi.org/10.5281/zenodo.17314061>
6. Кравцов, Г. (2025). Нормализация шкалы домашней нагрузки в аналитическом методе контроля образования (Version v2) [Препринт]. НИЦ Прикладная статистика. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17355757>  
Kravtsov, G. (2025). Normalization of homework load scale in the Analytical Method of Education Control (Version v2) [Preprint]. Research Center “Applied Statistics”. (In Russ.). <https://doi.org/10.5281/zenodo.17355757>
7. Орлов, А.И. (2012). Теория измерений как часть методов анализа данных. *Социология: методология, методы, математическое моделирование*, (35), 155—174.  
Orlov, A.I. (2012). Measurement theory as a part of data analysis methods. *Sotsiologiya: metodologiya, metody, matematicheskoe modelirovanie / Sociology: methodology, methods, mathematical modeling*, (35), 155—174. (In Russ.)



8. Потанина, А.М., Моросанова, В.И. (2023). Дифференциальные аспекты регуляторных и личностных ресурсов успеваемости учащихся с различными профилями школьной вовлеченности. *Theoretical and Experimental Psychology*, Vol. 16, no. 4, 218–239. <https://doi.org/10.11621/TEP-23-37>  
Potanina, A.M., Morosanova, V.I. (2023). Differential aspects of regulatory and personal resources of academic achievement in students with different profiles of school engagement. *Theoretical and Experimental Psychology*, Vol. 16, no. 4, 218–239. (In Russ.). <https://doi.org/10.11621/TEP-23-37>
9. Сорокин, А.А. (2021). Применение кусочных функций для нормализации входных переменных систем нечеткого вывода. *Информационные технологии в управлении*, (4), 70–76. <https://doi.org/10.25728/pu.2021.4.6>  
Sorokin, A.A. (2021). Using piecewise functions to normalize input variables of fuzzy inference systems. *Informatsionnye tekhnologii v upravlenii*, (4), 70–76. (In Russ.). <https://doi.org/10.25728/pu.2021.4.6>
10. Старовойтов, В.В., Голуб, И.А. (2021). Нормализация данных в машинном обучении. *Системный анализ и прикладная информатика*, (3), 52–60.  
Starovoitov, V.V., Golub, I.A. (2021). Data normalization in machine learning. *Systemnyi analiz i prikladnaya informatika*, (3), 52–60. (In Russ.).
11. Arachchige, C.N.P., Prendergast, L.A., & Staudte, R.G. (2024). Robust analogs to the coefficient of variation. *Journal of Applied Statistics*, \*51\*(3), 576–598. <https://doi.org/10.1080/02664763.2022.2137452>
12. Bruffaerts, C., Verardi, V., & Vermandele, C. (2014). A generalized boxplot for skewed and heavy-tailed distributions. *Statistics & Probability Letters*, \*95\*, 110–117. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2014.08.016>
13. Bürkner, P.C., & Vuorre, M. (2023). Ordinal Regression Models in Psychology: A Tutorial. *Advances in Methods and Practices in Psychological Science*, \*6\*(1). <https://doi.org/10.1177/25152459231113332>
14. Hubert, M., & Vandervieren, E. (2008). An adjusted boxplot for skewed distributions. *Computational Statistics & Data Analysis*, \*52\*(12), 5186–5201. <https://doi.org/10.1016/j.csda.2007.11.008>
15. Jain, A.K., Duin, R., & Mao, J. (2000). Statistical Pattern Recognition: A Review. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, \*22\*(1), 4–37.
16. Kravtsov, G. (2025). Adaptive Multi-Interval Scale (AMIS): Optimizing the normalization and comparison of primary and aggregated data (Version v1). Research Center Applied Statistics. <https://doi.org/10.5281/zenodo.17816551>
17. Lu, Y., Wang, L., Lu, J., Yang, J., & Shen, C. (2016). A robust data scaling algorithm to improve classification accuracies in biomedical data. *BMC Bioinformatics*, \*17\*(Suppl 13), 359. <https://doi.org/10.1186/s12859-016-1236-x>
18. Potanina, A.M., & Morosanova, V.I. (2023). Differential aspects of regulatory and personal resources of academic achievement in students with different profiles of school engagement. *Theoretical and Experimental Psychology*, \*16\*(4), 218–239. <https://doi.org/10.11621/TEP-23-37>
19. Stevens, S.S. (1946). On the theory of scales of measurement. *Science*, \*103\*(2684), 677–680. <https://doi.org/10.1126/science.103.2684.677>



20. Tao, Y., Meng, Y., Gao, Z., & Yang, X. (2022). Perceived teacher support, student engagement, and academic achievement: A meta-analysis. *Educational Psychology*, \*42\*(4), 401–420. <https://doi.org/10.1080/01443410.2022.2033168>
21. van der Linden, W.J. (Ed.). (2022). *Handbook of Item Response Theory, Volume Three: Applications* (1st ed.). Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/10.1201/9781315117430>
22. Vinagre, J., Vale, Z., & Pinto, T. (2025). Adaptive Cluster-Based Normalization for Robust TOPSIS in Multicriteria Decision-Making. *Applied Sciences*, \*15\*(7), 4044. <https://doi.org/10.3390/app15074044>
23. Weiss, D.J. (2011). Better Data From Better Measurements Using Computerized Adaptive Testing. *Journal of Methods and Measurement in the Social Sciences*, \*2\*(1), 1–23. [https://doi.org/10.2458/azu\\_jmmss.v2i1.12351](https://doi.org/10.2458/azu_jmmss.v2i1.12351)

### **Информация об авторе**

Геннадий Григорьевич Кравцов, директор научно-исследовательского Центра «Прикладная статистика». ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3405-1461>, e-mail: 62abc@mail.ru

### **Information about the author**

Gennady Grigorievich Kravtsov, Director of the Research Center Applied Statistics. ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-3405-1461>, e-mail: 62abc@mail.ru

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 12.02.2026  
Поступила после рецензирования 19.02.2026  
Принята к публикации 20.02.2026  
Опубликована 30.06.2026

Received 2026.02.12  
Revised 2026.02.19  
Accepted 2026.02.20  
Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 004.85:004.932

# Применение самоорганизующихся карт Кохонена для идентификации акустических предикторов стрессового состояния операторов сложных технических систем

В.И. Матюнин<sup>1,2</sup> ✉, Э.Д. Глухова<sup>2</sup>, И.И. Грешников<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный психолого-педагогический университет  
Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем  
(ФГУП «ГосНИИАС»), Москва, Российская Федерация

✉ [matyuninvladislav1@gmail.com](mailto:matyuninvladislav1@gmail.com)

## Резюме

Статья посвящена разработке и апробации метода выявления акустических предикторов стрессового состояния операторов сложных технических систем на основе самоорганизующихся карт Кохонена (SOM). Актуальность исследования обусловлена необходимостью повышения безопасности эксплуатации сложных технических систем, в частности воздушных судов, путём объективного бесконтактного мониторинга психоэмоционального состояния персонала. Исследование проводилось в рамках научно-исследовательской работы, направленной на создание перспективной кабины гражданского воздушного судна, оснащенной интеллектуальной системой поддержки экипажа. Ключевым требованием к данной кабине является обеспечение непрерывного, неинвазивного контроля функционального состояния пилотов для своевременного выявления критических изменений, связанных со стрессом и утомлением.

Предложен подход, при котором из речевого сигнала оператора извлекается девятимерный вектор акустических признаков (основная частота тона F0, спектральный центроид, спектральная ширина, спектральный спад и пять пиковых частот спектра мощности), после чего с помощью обученной карты Кохонена осуществляется классификация текущего состояния как «норма» или «стресс». Для проверки предложенного подхода была разработана его программная модель «AudioStressPredictor», реализующая полный цикл обработки: от создания персонализированного профиля оператора и обучения модели до мониторинга уровня стресса в режиме реального времени. Проведено экспериментальное тестирование, результаты которого свидетельствуют о работоспособности рассматриваемого подхода и его перспективности



для применения в авиационных учебных центрах, а также в качестве одного из ключевых компонентов бортовых систем поддержки принятия решений перспективных воздушных судов.

**Ключевые слова:** самоорганизующиеся карты, анализ стресса по голосу, обнаружение стресса, акустические признаки, обработка речевого сигнала, частота основного тона, неинвазивный мониторинг, безопасность полётов

**Для цитирования:** Матюнин, В.И., Глухова, Э.Д., Грешников, И.И. (2026). Применение самоорганизующихся карт Кохонена для идентификации акустических предикторов стрессового состояния операторов сложных технических систем. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 84—96. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160204>

## Application of Kohonen self-organizing maps for identification of acoustic stress predictors in complex technical system operators

V.I. Matyunin<sup>1,2</sup> ✉, E.D. Glukhova<sup>2</sup>, I.I. Greshnikov<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> State Research Institute of Aviation Systems (GosNIIAS), Moscow, Russian Federation

✉ matyuninvladislav1@gmail.com

### Abstract

This article presents the development and validation of a method for identifying acoustic predictors of stress in operators of complex technical systems, based on Kohonen Self-Organizing Maps (SOM). The relevance of this research is driven by the need to enhance the operational safety of complex technical systems — particularly aircraft — through objective, non-contact monitoring of personnel’s psychoemotional state. The study was conducted as part of a research project aimed at designing an advanced civil aircraft cockpit equipped with an intelligent crew support system. A key requirement for this cockpit is the provision of continuous, non-invasive monitoring of pilots’ functional state to enable timely detection of critical changes associated with stress and fatigue.

The proposed approach involves extracting a nine-dimensional acoustic feature vector from the operator’s speech signal — comprising fundamental frequency (F0), spectral centroid, spectral bandwidth, spectral roll-off, and five peak frequencies of the power spectrum — followed by classification of the current state as either “normal” or “stress” using a trained Kohonen map. To verify the proposed approach, a software model called “AudioStressPredictor” was developed, implementing the full processing pipeline: from creating a personalized operator profile and training the model to real-time stress level monitoring. Experimental testing was carried out, and the results confirm the viability of the proposed approach and its potential



for application in aviation training centers, as well as as one of the key components of onboard decision support systems for advanced aircraft.

**Keywords:** self-organizing maps, voice stress analysis, stress detection, acoustic features, speech signal processing, fundamental frequency, non-invasive monitoring, aviation safety

**For citation:** Matyunin, V.I., Glukhova, E.D., Greshnikov, I.I. (2026). Application of Kohonen self-organizing maps for identification of acoustic stress predictors in complex technical system operators. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 84–96. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160204>

## Введение

Безопасность эксплуатации сложных технических систем (СТС) — воздушных судов, атомных электростанций, диспетчерских пунктов — во многом определяется психофизиологическим состоянием операторов. По данным Международной организации гражданской авиации (ICAO), человеческий фактор является причиной до 70—80 % авиационных инцидентов (ICAO. Doc 9859, 2018). Стресс, возникающий в нестандартных ситуациях, снижает когнитивные способности оператора: ухудшаются внимание, скорость реакции и качество принимаемых решений (Feigh, Dorneich, Hayes, 2012). Данный вопрос имеет критическую значимость при пилотировании самолёта одним пилотом (так называемый «одночленный экипаж»), поскольку в случае его недееспособности воздушной судно остаётся без управления, следовательно, необходимо своевременно определить факт недееспособности пилота и предпринять соответствующие действия.

В ряде работ показано, что диагностика операторов СТС может эффективно осуществляться с использованием обучаемых структур — нейронных сетей и вероятностных моделей. В частности, предложены методы распознавания аномальной активности операторов на основе сопоставления паттернов их действий с типовыми эмпирическими данными (Kuravsky, Yuryev, 2020). Разработан комплекс математических моделей и программ для моделирования элементов информационно-управляющего поля кабины пилотов и последующей эргономической оценки действий экипажа (Грешников, 2022; Куравский и др., 2025). Показана возможность создания диагностических методик, основанных на сопоставлении фрагментов действий или поведения с типовыми паттернами (Куравский и др., 2026, Куравский и др., 2021).

Традиционные методы контроля психоэмоционального состояния предполагают использование контактных датчиков (ЭЭГ, ЭКГ, кожно-гальваническая реакция), что создаёт помехи в работе оператора (Sharma, Gedeon, 2012). Альтернативным подходом является анализ голосового сигнала, поскольку речевые характеристики человека тесно связаны с эмоциональным состоянием и могут регистрироваться дистанционно (Frampton et al., 2010). При стрессе наблюдаются характерные изменения основной частоты тона (F0), спектральных характеристик и темпа речи,



обусловленные напряжением голосовых связок и изменением паттернов дыхания (Giddens et al., 2013).

Самоорганизующиеся карты Кохонена (SOM) — класс нейронных сетей с обучением без учителя (Kohonen, 1982, Kohonen, 2001). SOM обладают рядом свойств, делающих их привлекательным инструментом для решения задач классификации в психодиагностике: способность к визуализации многомерных данных, устойчивость к шуму, интерпретируемость результатов. В (Kuravsky, Baranov, 2001) продемонстрирована эффективность SOM для диагностики виброакустических систем. В (Куравский и др., 2006) предложено также применять SOM совместно с методом Монте-Карло для оценки адекватности факторных моделей психологических данных. Эти работы свидетельствуют об универсальности карт Кохонена как инструмента анализа данных различной природы. В (Куравский и др., 2026) карты Кохонена применены для обнаружения аномальных состояний пилотов по паттернам окулоmotorной активности при количественной оценке когнитивной нагрузки.

Целью настоящего исследования является разработка и апробация метода идентификации акустических предикторов стрессового состояния операторов СТС на основе самоорганизующихся карт Кохонена с программной реализацией в виде системы мониторинга реального времени.

## Методы

### *Акустические признаки речевого сигнала*

Для описания голосового сигнала формируется девятимерный вектор признаков, извлекаемых из каждого временного сегмента речи (McFee et al., 2015):

1. **Основная частота тона (F0)** — медиана значений F0, определяемых алгоритмом YIN (de Cheveigné, Kawahara, 2002). F0 отражает частоту колебаний голосовых связок и является одним из наиболее надёжных индикаторов эмоционального состояния.
2. **Спектральный центроид** — «центр масс» частотного спектра, характеризующий субъективную «яркость» звука:

$$C = \frac{\sum_{k=1}^N f(k) \cdot S(k)}{\sum_{k=1}^N S(k)}$$

где  $f(k)$  — частота  $k$ -го частотного бина,  $S(k)$  — величина спектра на этой частоте.

3. **Спектральная ширина** — мера разброса спектра относительно центроида:

$$B = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N (f(k) - C)^2 \cdot S(k)}{\sum_{k=1}^N S(k)}}$$



**4. Спектральный спад** — частота, ниже которой сосредоточено 85 % общей энергии спектра. Данный параметр характеризует форму спектральной огибающей и используется для различения вокализованной и невокализованной речи:

$$\sum_{k=1}^R S(k) = 0,85 \cdot \sum_{k=1}^N S(k)$$

где  $R$  — искомая частота спектрального спада.

**5—9. Пиковые частоты спектра мощности** — пять наиболее выраженных по амплитуде пиков в спектральной плотности мощности, оценённой методом Вельча (Virtanen et al., 2020). Эти частоты могут соответствовать формантам и другим резонансным характеристикам голосового тракта.

Перед подачей в SOM выполняется z-score нормализация:

$$z_j = \frac{x_j - \mu_j}{\sigma_j}$$

где  $\mu_j$  и  $\sigma_j$  — среднее и стандартное отклонение  $j$ -го признака по обучающей выборке. Нормализация обеспечивает равный вклад всех признаков в евклидово расстояние.

### *Алгоритм самоорганизующейся карты Кохонена*

SOM представляет собой двумерную решётку нейронов размером  $R \times C$ , каждый нейрон характеризуется весовым вектором  $\omega_i \in \mathbb{R}^9$  (Kohonen, 2001). Обучение осуществляется итеративно:

1. Для входного вектора  $x$  определяется нейрон-победитель (ВМУ):

$$c = \arg \min_i \|x - \omega_i\|$$

2. Веса ВМУ и соседних нейронов обновляются:

$$\omega_i(t+1) = \omega_i(t) + \alpha(t) \cdot h_{ci}(t) \cdot (x - \omega_i(t))$$

3. Функция окрестности:

$$h_{ci}(t) = \exp\left(-\frac{d_{ci}^2}{2\sigma(t)^2}\right)$$

где  $\alpha(t)$  — скорость обучения,  $\sigma(t)$  — радиус окрестности, оба параметра линейно убывают с ростом числа итераций. Качество обучения контролируется по средней ошибке квантизации — среднему расстоянию между входными векторами и их ВМУ.

Для использования SOM в режиме классификации после обучения каждому нейрону присваивается статистика принадлежности к классам: для обучающих



примеров с известными метками («норма» = 0, «стресс» = 1) подсчитывается, сколько примеров каждого класса активировало данный нейрон. Вероятность стресса для нового наблюдения вычисляется как:

$$P(\text{стресс} | \text{ВМУ}_{r,c}) = \frac{n_1(r,c)}{n_0(r,c) + n_1(r,c)}$$

где  $n_0(r,c)$  и  $n_1(r,c)$  — число примеров классов 0 и 1, попавших в нейрон с координатами  $(r,c)$ . Такой подход сочетает преимущества обучения без учителя (выявление кластерной структуры данных) с возможностью последующей интерпретации результатов в терминах целевых классов, что соответствует логике диагностических систем, описанных в (Куравский, Баранов, Малых, 2003).

## Архитектура программного обеспечения

Программный комплекс «AudioStressPredictor» реализован на языке Python 3 и состоит из трёх модулей:

- **logic.py** — модуль бизнес-логики: извлечение акустических признаков (библиотеки `librosa`, `scipy`), реализация класса `SimpleSOM`, обучение и применение моделей, захват аудиопотока в реальном времени (`PyAudio`);
- **gui.py** — модуль графического интерфейса (`PyQt6`): управление профилями операторов, страницы обучения, анализа файлов, онлайн-мониторинга и статистики;
- **main.py** — точка входа в приложение.

Архитектура соответствует паттерну MVC и обеспечивает разделение логики обработки данных и представления. Для каждого оператора создаётся персонализированный профиль, включающий обученную модель SOM, параметры нормализации и историю сессий, что позволяет учитывать индивидуальные особенности голоса — важное условие надёжной диагностики (Куравский и др., 2014).

### *Режим реального времени*

Захват звука реализован в отдельном потоке с использованием циклического буфера (5 с при частоте дискретизации 16 кГц). Каждые 20 мс из буфера извлекается скользящее окно, вычисляется вектор признаков и оценивается вероятность стресса. Результат визуализируется цветовым индикатором и спектрограммой (рисунок 1). Такой подход обеспечивает задержку менее 100 мс от момента произнесения фразы до обновления диагностического заключения.

### *Параметры эксперимента*

Для апробации системы подготовлен набор аудиозаписей двух типов: речь в спокойном состоянии и речь при имитации стрессовых ситуаций (рисунок 2). Параметры SOM: размер карты  $10 \times 10$  (100 нейронов), размерность входа 9, начальная скорость обучения  $\alpha_0 = 0,5$ , начальный радиус окрестности  $\sigma_0 = 5,0$ , число эпох 50. Сегментация аудио: длительность сегмента 2 с, шаг 1 с (перекрывание 50 %).

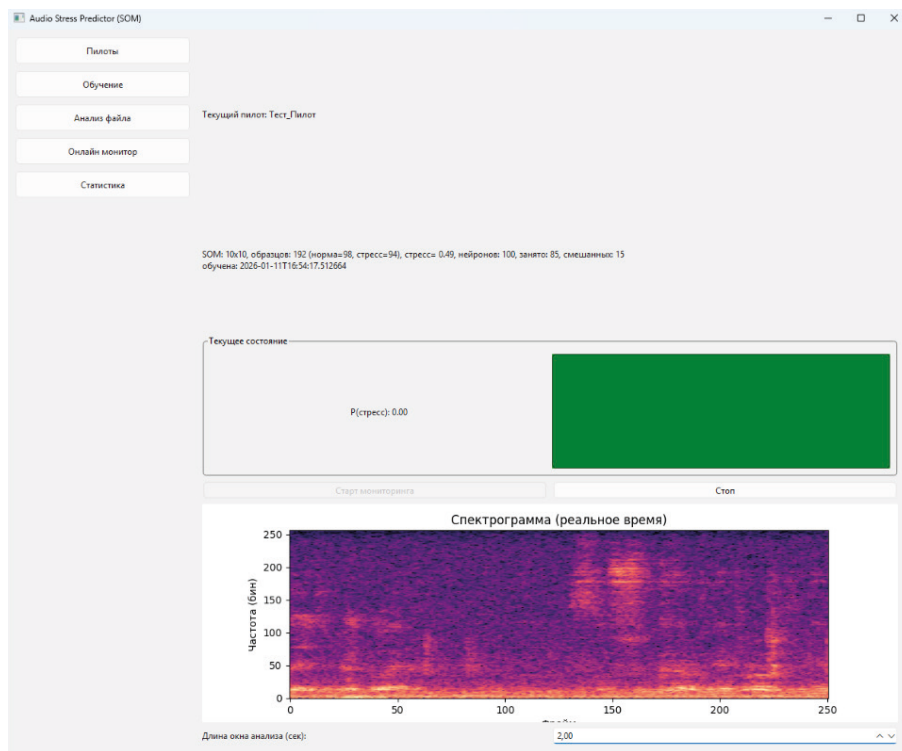


Рис. 1. Пример анализа речи в прямом эфире, во вкладке «Онлайн монитор»

Fig. 1. Example of live speech analysis in the “Online Monitor” tab

### *Сходимость обучения*

Кривая ошибки квантизации демонстрирует характерную двухфазную динамику: быстрое снижение на первых 40 эпохах (фаза упорядочения) и плавное уменьшение на последующих итерациях (фаза тонкой настройки) (рисунок 2). Финальное значение ошибки квантизации составило менее 1,0 в нормализованном пространстве признаков, что свидетельствует об адекватном покрытии пространства признаков нейронами карты.

### *Классификация состояний*

Тестирование показало, что система разделяет состояния «норма» и «стресс» для обученных профилей операторов без выявленных ошибок (рисунок 3). На карте Кохонена формируются различные кластеры: нейроны, ассоциированные преимущественно с классом «норма», пространственно отделены от нейронов, ассоциированных с классом «стресс», что подтверждает информативность выбранного набора акустических признаков.

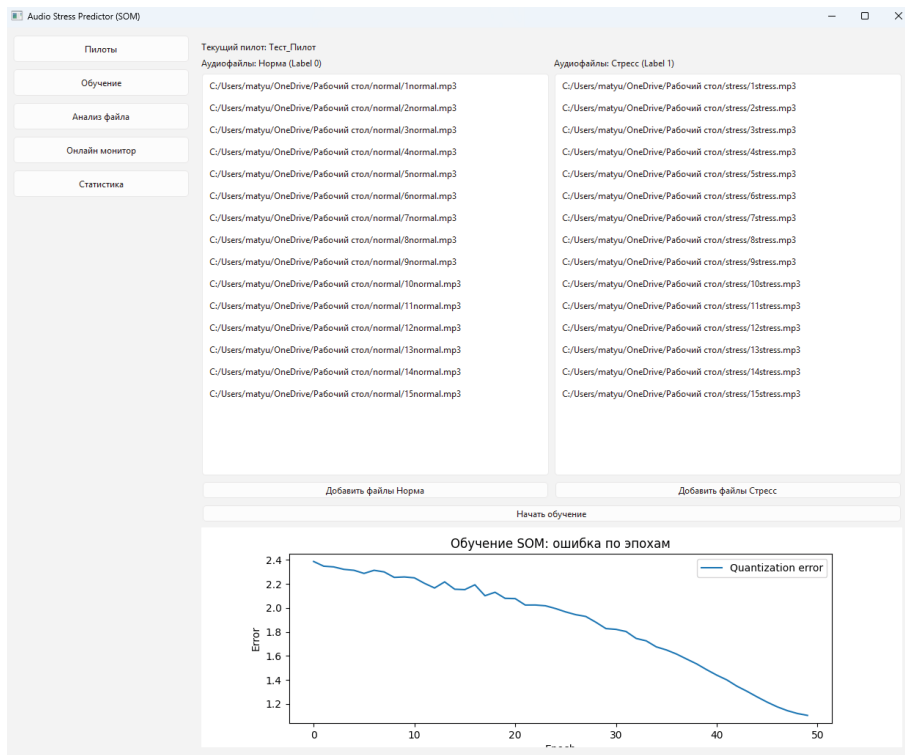


Рис. 2. Скриншот вкладки «Обучение» с графиком ошибки обучения  
Fig. 2. Screenshot of the ‘Training’ tab with the training error graph

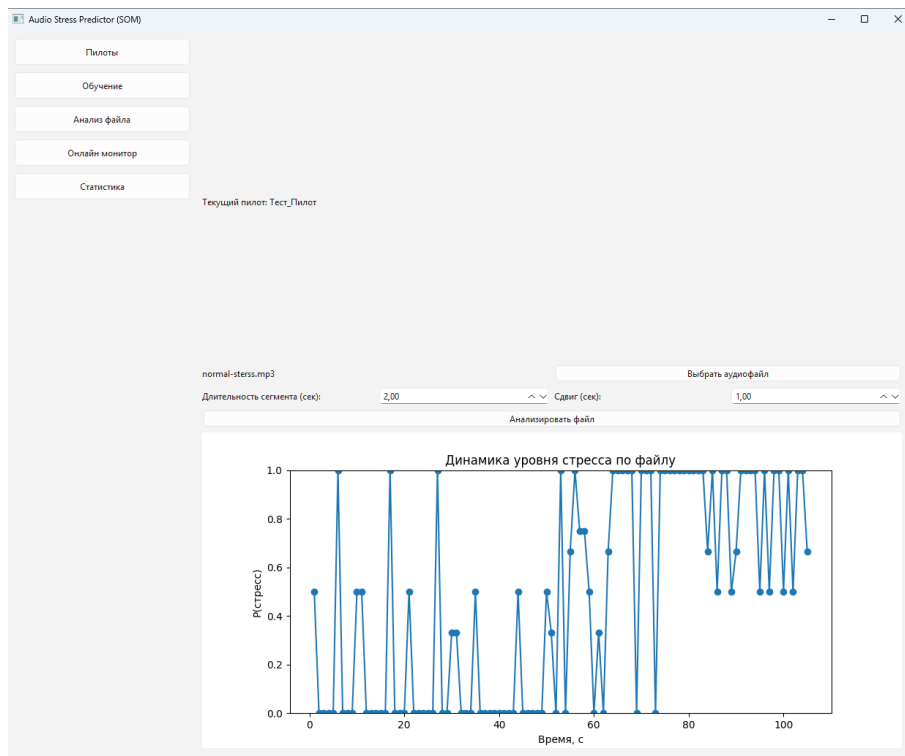
При анализе длительных аудиофайлов система выявляет временную динамику уровня стресса, что позволяет определить моменты наибольшего напряжения оператора. В режиме реального времени система обеспечивает непрерывный мониторинг с обновлением индикатора состояния.

### **Информативность признаков**

Анализ весов обученных нейронов позволяет оценить вклад отдельных признаков в разделение классов. Наибольшую дискриминативную способность продемонстрировали основная частота тона (F0) и спектральный центроид — их значения устойчиво повышаются при стрессе, что согласуется с данными литературы (Frampton, 2010; Giddens et al., 2013). Спектральная ширина и спектральный спад также вносят значимый вклад, отражая перераспределение энергии в высокочастотную область спектра при стрессе.

### **Обсуждение результатов**

Полученные результаты согласуются с выводами предшествующих исследований о перспективности применения нейросетевых методов для диагностики операторов



**Рис. 3.** Пример анализа звукового файла во вкладке «Анализ файла»

**Fig. 3.** Example of analyzing a sound file in the 'File Analysis' tab

СТС. В (Kuravsky, Varanov, 2001) была показана эффективность карт Кохонена для диагностики технических систем по виброакустическим данным; настоящая работа расширяет область применения SOM на задачу диагностики психоэмоционального состояния оператора по речевому сигналу. Аналогичное применение SOM для детектирования превышения критического уровня когнитивной нагрузки пилотов по oculomotorным показателям описано в (Куравский и др., 2026).

Персонализированный подход к построению моделей — обучение индивидуальной SOM для каждого оператора — является существенным преимуществом предложенного метода. Индивидуальные особенности оператора играют ключевую роль в диагностике лётного состава по результатам работы на тренажёрах (Куравский и др., 2014). Аналогично, акустические характеристики голоса высоко индивидуальны, и универсальные модели, обученные на гетерогенной выборке, могут терять точность (Sharma, Gedeon, 2012).

Важно подчеркнуть связь предложенного подхода с проблематикой оценки действий экипажа в контексте безопасности полётов. Разработаны модели оценки вклада человеческого фактора в характеристики работы СТС (Куравский и др., 2025;



Куравский и др., 2021, Kuravsky et al., 2020). Интеграция акустического мониторинга стресса в подобные системы позволит повысить полноту диагностической информации: наряду с анализом паттернов действий (Куравский, Козырев, Грешников, 2024) появляется возможность объективной оценки эмоционального состояния оператора.

Среди ограничений исследования следует отметить: (1) относительно небольшой объём обучающих данных; (2) отсутствие верификации на реальных записях переговоров экипажа в полётных условиях; (3) ограниченный набор акустических признаков (9 параметров). В перспективе планируется расширить вектор признаков за счёт включения мел-частотных кепстральных коэффициентов (MFCC) и показателей неустойчивости тона (джиттер, шиммер), а также провести валидацию на данных реальных тренажёрных сессий.

## Заключение

В работе предложен метод идентификации акустических предикторов стрессового состояния операторов СТС на основе самоорганизующихся карт Кохонена. Для проведения его оценки разработано программное обеспечение «AudioStressPredictor», реализующее цикл от создания персонализированного профиля оператора до мониторинга стресса в режиме реального времени. Экспериментальная апробация подтверждает работоспособность подхода и информативность выбранного набора акустических признаков ( $F_0$ , спектральный центроид, спектральная ширина, спектральный спад, пиковые частоты).

Система интегрирована в комплекс моделирования перспективного воздушного судна с одночленным экипажем и прошла предварительную оценку лётными экспертами.

Результаты исследования могут быть использованы для создания систем поддержки принятия решений в авиационных учебных центрах и служить основой для бортовых систем мониторинга состояния экипажа. Дальнейшее развитие работы связано с расширением набора признаков, проведением валидации на реальных данных и интеграцией с существующими системами оценки действий экипажа.

## Список источников / References

1. Грешников И.И. Моделирование элементов информационно-управляющего поля кабины и действий экипажа воздушного судна на универсальном стенде прототипирования: дис. ... канд. техн. наук. М.: МАИ, 2022.  
Greshnikov, I.I. (2022). Modelirovanie elementov informatsionno-upravlyayushchego polya kabiny i deistvii ekipazha vozdušnogo sudna na universal'nom stende prototipirovaniya [Modeling elements of the cockpit information and control field and aircraft crew actions on a universal prototyping bench] (Doctoral dissertation). Moscow Aviation Institute, Moscow, Russia.
2. Куравский, Л.С., Баранов, С.Н., Малых, С.Б. Нейронные сети в задачах прогнозирования, диагностики и анализа данных: учеб. пособие. М.: РУСАВИА, 2003. 100 с.



- Kuravsky, L.S., Baranov, S.N., & Malykh, S.B. (2003). *Neironnye seti v zadachakh prognozirovaniya, diagnostiki i analiza dannykh* [Neural networks in forecasting, diagnostics and data analysis tasks]. Moscow: RUSAVIA.
3. Куравский, Л.С., Козырев, А.Д., Грешников И.И. Математическая модель сопутствующей деятельности пилота и её применение для объективной оценки его состояния и профессиональной подготовки // *Экспериментальная психология*. 2024. Т. 17. № 1. С. 161—180. DOI: 10.17759/exppsy.2024170111.  
Kuravsky, L.S., Kozyrev, A.D., & Greshnikov, I.I. (2024). *Matematicheskaya model' soputstvuyushchei deyatelnosti pilota i ee primeneniye dlya ob'ektivnoi otsenki ego sostoyaniya i professional'noi podgotovki* [Mathematical model of the pilot's concurrent activity and its application for objective assessment of their state and professional training]. *Ekspperimental'naya psikhologiya* [Experimental Psychology (Russia)], 17(1), 161—180. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2024170111>
  4. Куравский, Л.С., Малых, С.Б., Кравчук, Т.Е., Кузнецова И.В., Семаго, Н.Я. Методы классификации в психодиагностических исследованиях // *Вопросы психологии*. 2006. № 1. С. 157—168.  
Kuravsky, L.S., Malykh, S.B., Kravchuk, T.E., Kuznetsova, I.V., & Semago, N.Ya. (2006). *Metody klassifikatsii v psikhodiagnosticheskikh issledovaniyakh* [Classification methods in psychodiagnostic research]. *Voprosy psikhologii* [Questions of Psychology], (1), 157—168.
  5. Куравский, Л.С., Мармалюк, П.А., Юрьев, Г.А., Баранов, С.Н., Полещук, Г.Н., Смирнов, А.А., Шишов, А.Н. Диагностика лётного состава по результатам работы на авиационных тренажёрах // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. 2014. № 10. С. 14—23.  
Kuravsky, L.S., Marmalyuk, P.A., Yuryev, G.A., Baranov, S.N., Poleshchuk, G.N., Smirnov, A.A., & Shishov, A.N. (2014). *Diagnostika letnogo sostava po rezul'tatam raboty na aviatsionnykh trenazherakh* [Diagnostics of flight personnel based on the results of work on aviation simulators]. *Neirokomp'yutery: razrabotka, primeneniye* [Neurocomputers: Development and Application], (10), 14—23.
  6. Куравский, Л.С., Юрьев, Г.А., Златомрежев, В.И., Грешников, И.И., Поляков, Б.Ю. Оценка действий экипажа самолёта по данным видеоокулографии // *Экспериментальная психология*. 2021. Т. 14. № 1. С. 204—222. DOI: 10.17759/exppsy.2021140110  
Kuravsky, L.S., Yuryev, G.A., Zlatomrezhev, V.I., Greshnikov, I.I., & Polyakov, B.Yu. (2021). *Otsenka deistvii ekipazha samoleta po dannyim videookulografii* [Assessment of aircraft crew actions based on video-oculography data]. *Ekspperimental'naya psikhologiya* [Experimental Psychology (Russia)], 14(1), 204—222. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2021140110>
  7. Куравский, Л.С., Грешников, И.И., Глухова, Э.Д., Юрьев, Г.А., Юрьева, Н.Е., Поляков, Б.Ю., Соколов, А.В., Махортов, И.А., Кислицын, Е.Д. (2025). Комплексная оценка информационно-управляющего поля кабины экипажа гражданского воздушного судна: исследуемые показатели и методы их анализа. *Экспериментальная психология*, 18(2), 236—260. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2025180214>  
Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Glukhova, E.D., Yuryev, G.A., Yuryeva, N.E., Polyakov, B.Y., Sokolov, A.V., Makhortov, I.A., Kislitsyn, E.D. (2025). *Comprehensive assessment of the information and control field of the cockpit of a civil aircraft: the studied indicators and methods of their analysis*. *Experimental Psychology (Russia)*, 18(2), 236—260. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/exppsy.2025180214>



8. Куравский, Л.С., Грешников, И.И., Левонович, Н.И., Юрьева, Н.Е., Глухова, Э.Д., Махортов, И.А., Кислицын, Е.Д., Соколов, А.В., Захарьчева, А.А. (2026). Количественная оценка компонентов интегральной когнитивной нагрузки пилотов воздушных судов. *Экспериментальная психология*, 19(1), 167—185. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2026190111>  
Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Levonovich, N.I., Yuryeva, N.E., Glukhova, E.D., Makhortov, I.A., Kislitsyn, E.D., Sokolov, A.V., Zakharcheva, A.A. (2026). Quantitative assessment of the components of the integral cognitive load of aircraft pilots. *Experimental Psychology (Russia)*, 19(1), 167—185. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/exppsy.2026190111>
9. de Cheveigné, A., Kawahara, H. YIN, a fundamental frequency estimator for speech and music // *The Journal of the Acoustical Society of America*. 2002. Vol. 111. No. 4. P. 1917—1930. DOI: 10.1121/1.1458024
10. Feigh, K.M., Dorneich, M.C., Hayes, C.C. Toward a characterization of adaptive systems: A framework for researchers and system designers // *Human Factors*. 2012. Vol. 54. No. 6. P. 1008—1024. DOI: 10.1177/0018720812443983
11. Frampton, M., Sripada, S., Bion, R.A.H., Peters, S. Detection of time-pressure induced stress in speech via acoustic indicators // *Proceedings of the SIGDIAL 2010 Conference*. Tokyo, Japan, 2010. P. 253—256.
12. Giddens, C.L., Barron, K.W., Byrd-Craven, J., Clark, K.F., Winter, A.S. Vocal indices of stress: A review // *Journal of Voice*. 2013. Vol. 27. No. 3. P. 390.e21—390.e29. DOI: 10.1016/j.jvoice.2012.12.010
13. ICAO. Doc 9859: Safety Management Manual (SMM). 4th ed. Montreal: International Civil Aviation Organization, 2018.
14. Kohonen, T. Self-organized formation of topologically correct feature maps // *Biological Cybernetics*. 1982. Vol. 43. No. 1. P. 59—69. DOI: 10.1007/BF00337288.
15. Kohonen, T. *Self-Organizing Maps*. 3rd ed. Berlin: Springer, 2001. 501 p. DOI: 10.1007/978-3-642-56927-2.
16. Kuravsky, L.S., Baranov, S.N. Application of self-organizing feature maps for diagnostics of vibroacoustic systems // *Proc. Condition Monitoring 2001*. Oxford, UK, 2001. P. 79—89.
17. Kuravsky, L.S., Yuryev, G.A. A novel approach for recognizing abnormal activities of operators of complex technical systems // *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*. 2020. Vol. 11. No. 4. P. 119—136.
18. Kuravsky, L.S., Yuryev, G.A., Zlatomrezhev, V.I., Yuryeva, N.E. Assessing the Aircraft Crew Actions with the Aid of a Human Factor Risk Model // *Experimental Psychology (Russia)*. 2020. Vol. 13. No. 2. P. 153—181. DOI: 10.17759/exppsy.2020130211.
19. McFee, B., Raffel, C., Liang, D. et al. librosa: Audio and Music Signal Analysis in Python // *Proc. 14th Python in Science Conference*. 2015. P. 18—25.
20. Sharma, N., Gedeon, T. Objective measures, sensors and computational techniques for stress recognition and classification: A survey // *Computer Methods and Programs in Biomedicine*. 2012. Vol. 108. No. 3. P. 1287—1301. DOI: 10.1016/j.cmpb.2012.07.003.
21. Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T.E. et al. SciPy 1.0: Fundamental algorithms for scientific computing in Python // *Nature Methods*. 2020. Vol. 17. P. 261—272. DOI: 10.1038/s41592-019-0686-2.



### **Информация об авторах**

*Владислав Игоревич Матюнин*, студент-бакалавр, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ); техник, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ФАУ «ГосНИИАС»), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8279-301X>, e-mail: [matyuninvladislav1@gmail.com](mailto:matyuninvladislav1@gmail.com)

*Эмма Дмитриевна Глухова*, инженер 1 категории, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ФАУ «ГосНИИАС»), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8814-6685>, e-mail: [edgluhova@gosniias.ru](mailto:edgluhova@gosniias.ru)

*Иван Игоревич Грешников*, кандидат технических наук, начальник лаборатории, Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем (ФАУ «ГосНИИАС»), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5474-3094>, e-mail: [iigreshnikov@2100.gosniias.ru](mailto:iigreshnikov@2100.gosniias.ru)

### **Information about the authors**

*Vladislav I. Matyunin*, Bachelor's student, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE); Technician, State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russian Federation. ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8279-301X>, e-mail: [matyuninvladislav1@gmail.com](mailto:matyuninvladislav1@gmail.com)

*Emma D. Glukhova*, Engineer of the 1st category, State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russian Federation. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8814-6685>, e-mail: [edgluhova@gosniias.ru](mailto:edgluhova@gosniias.ru)

*Ivan I. Greshnikov*, Candidate of Technical Sciences, Head of Laboratory, State Research Institute of Aviation Systems, Moscow, Russian Federation. ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5474-3094>, e-mail: [iigreshnikov@2100.gosniias.ru](mailto:iigreshnikov@2100.gosniias.ru)

### **Вклад авторов**

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### **Contribution of the authors**

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 07.04.2026

Поступила после рецензирования 14.04.2026

Принята к публикации 16.04.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.04.07

Revised 2026.04.14

Accepted 2026.04.16

Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 004.85:004.932

## Обзор методов автоматизированного создания онтологий предметных областей науки

Г.В. Филиппов<sup>1</sup> ✉, А.В. Рыкалин<sup>1,2</sup>, А.А. Хорошилов<sup>1,2</sup>, С.Э. Чурилов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский авиационный институт (Национальный исследовательский университет)  
Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Всероссийский институт научной и технической информации  
Российской академии наук, Москва, Российская Федерация

✉ [german.filippov2000@yandex.ru](mailto:german.filippov2000@yandex.ru)

### Резюме

**Контекст и актуальность.** Современные интеллектуальные системы обработки и анализа смыслового содержания отраслевых текстов работают с текстовой информацией, содержащей тысячи классов объектов и неограниченное число смысловых отношений. Все эти знания о высокотехнологичных отраслях могут быть реализованы в онтологических справочниках. Необходимость автоматизированного формирования таких инструментов является актуальной задачей, в том числе для обеспечения доступа исследователей к научным ресурсам. Тем не менее, ручное создание онтологий для высокотехнологичных отраслей чрезвычайно трудоемко, а применение «сырых» больших языковых моделей (LLM, Large Language Models) порождает проблемы «галлюцинаций» и неоднородности данных. Так возникает потребность использования гибридных методов автоматизированного построения отраслевых онтологий, сочетающих точность лингвистического анализа с масштабируемостью LLM. **Цель.** Исследовать существующие методы создания онтологий и методов их сопоставления, рассмотреть возникающие при этом проблемы и предложить новые методы автоматизированного создания отраслевых онтологий предметных областей науки. **Гипотеза.** Интеграция лингвостатистических методов, метода концептуального фразеологического анализа и специализированных LLM в едином цикле позволит повысить полноту и точность автоматического извлечения понятий и родовидовых отношений между ними из научно-технической документации, снижая при этом уровень «галлюцинаций» и неоднородность результирующих онтологий. **Методы и материалы.** Исследование базируется на анализе четырех групп методов: лексико-синтаксических шаблонов (LSP, Lexical Syntax Patterns),



статистических методов частотного анализа, методов глубокого обучения (включая LLM) и гибридных подходов. Для верификации предложенного подхода собран массив из 3000 полнотекстовых документов по авиационной тематике. **Результаты.** В результате анализа существующих методов построения онтологий выявлены ключевые их недостатки. Проведенные предварительные исследования показали, что предложенный метод автоматизированного создания отраслевых онтологий работоспособен и обеспечит возможность решить поставленную задачу с минимальными трудозатратами. Разработан алгоритм создания отраслевых онтологий, в котором LLM используются не изолированно, а в связке с правилами лингвистического анализа. **Выводы.** Показано, что ни один из существующих классов методов автоматического построения онтологий не является универсальным: лингвистические шаблоны требуют ручной адаптации, статистика ограничена по точности, а нейросетевые модели страдают от «галлюцинаций». Разработанный гибридный подход, в отличие от известных решений, позволяет применять LLM не как «черный ящик», а в связке с лингвистическими правилами, обеспечивая замкнутый цикл итеративного уточнения онтологии. Перспективы дальнейшей работы включают масштабирование подхода на другие области науки и интеграцию с существующими базами знаний. Результаты работы будут внедрены в технологический процесс ВИНТИ РАН для решения задач анализа текстов различных предметных областей.

**Ключевые слова:** онтологии, машинное обучение, автоматизированная обработка текстов, большие языковые модели, семантико-синтаксический анализ, смысловая структура текста

**Финансирование.** Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках государственного задания № FFFU-2025-0010.

**Для цитирования:** Филиппов, Г.В., Рыкалин, А.В., Хорошилов, А.А., Чурилов, С.Э. (2026). Обзор методов автоматизированного создания онтологий предметных областей науки. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 97–111. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160205>

## Overview of methods for automated creation of ontologies for scientific domains

G.V. Filippov<sup>1</sup> ✉, A.V. Rykalin<sup>1,2</sup>, A.A. Khoroshilov<sup>1,2</sup>, S.E. Churilov<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> All-Russian Institute of Scientific and Technical Information of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

✉ german.filippov2000@yandex.ru



## **Abstract**

**Context and relevance.** Modern intelligent systems for processing and analyzing the semantic content of industry texts work with textual information containing thousands of classes of objects and an unlimited number of semantic relationships. All this knowledge about high-tech industries can be implemented in ontological reference books. The need for automated generation of such tools is an urgent task, including to ensure researchers' access to scientific resources. Nevertheless, the manual creation of ontologies for high-tech industries is extremely time-consuming, and the use of «raw» Large Language Models (LLM) creates problems of «hallucinations» and data heterogeneity. Thus, there is a need to use hybrid methods for automated construction of industry ontologies that combine the accuracy of linguistic analysis with the scalability of LLM. **Objective.** To investigate the existing methods of creating ontologies and methods of their comparison, to consider the problems that arise in this case, and to propose new methods for the automated creation of industry-specific ontologies of subject areas of science. **Hypothesis.** The integration of linguistic statistical methods, the method of conceptual phraseological analysis and specialized LLM in a single cycle will increase the completeness and accuracy of automatic extraction of concepts and generic relationships between them from scientific and technical documentation, while reducing the level of «hallucinations» and the heterogeneity of the resulting ontologies. **Methods and materials.** The research is based on the analysis of four groups of methods: Lexical Syntax Patterns (LSP), statistical methods of frequency analysis, Deep Learning methods (including LLM) and hybrid approaches. To verify the proposed approach, an array of 3,000 full-text documents on aviation topics has been collected. **Results.** As a result of the analysis of existing methods for constructing ontologies, their key disadvantages have been identified. Preliminary studies have shown that the proposed method of automated creation of industry-specific ontological reference books is workable and will provide an opportunity to solve the task with minimal effort. An algorithm for creating industry-specific ontologies has been developed, in which LLMs are used not in isolation, but in conjunction with the rules of linguistic analysis. **Conclusions.** It is shown that none of the existing classes of methods for automatic ontology construction is universal: linguistic patterns require manual adaptation, statistics are limited in accuracy, and neural network models suffer from «hallucinations». The developed hybrid approach, unlike well-known solutions, allows LLM to be applied not as a «black box», but in conjunction with linguistic rules, providing a closed loop of iterative ontology refinement. The prospects for further work include scaling the approach to other scientific fields and integration with existing knowledge bases. The results of the work will be implemented in the technological process of VINITI RAS to solve the problems of text analysis in various subject areas.

**Keywords:** ontologies, machine learning, automated text processing, large language models, semantic and syntactic analysis, semantic structure of the text

**Funding.** The study was supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, the state task number FFFU-2025-0010.



**For citation:** Filippov, G.V., Rykalin, A.V., Khoroshilov, A.A., Churilov, S.E. (2026). Overview of methods for automated creation of ontologies for scientific domains. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 97—111. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160205>

## Введение

В настоящее время встает ряд задач обеспечения доступа исследователям и исследовательским коллективам к национальным и международным ресурсам, результатам научных исследований на территории страны. Для их решения все большую популярность приобретают технологии семантического полнотекстового поиска, базирующиеся на смысловом анализе информации (Захарова, 2009). Одним из наиболее эффективных инструментов, позволяющих проводить данную модель поиска, являются онтологии. В соответствии с концепцией Грубера, онтологией называется «явная спецификация концептуализации» (Gruber, 1995). Концептуализация — это абстрактная модель понятийного состава отрасли. Явная спецификация — это формальное, машиночитаемое представление понятийной модели отрасли. Таким образом, понятие онтологии можно представить как машиночитаемое представление упрощенной модели знания, необходимое для точного и эффективного обмена знаниями в семантической паутине той или иной отрасли.

Помимо этого, понятийная система высокотехнологичных отраслей может включать сотни тысяч классов объектов, которые участвуют в неограниченном числе отношений и ситуаций. Недостаточное использование лингвистических и онтологических знаний (формализованных представлений терминологии предметной области), используемых в приложениях информационного поиска и автоматической обработки текстов (АОТ), часто не обеспечивают требуемое качество результатов обработки и анализа содержания текстов по причине высокой трудоемкости ручной обработки текстов и создания на их основе онтологий. Существенно повысить качество интеллектуальной обработки можно только путем внедрения в технологии автоматической обработки текстов дополнительных знаний о современном техническом отраслевом языке и знаний об отраслевых технологических процессах.

Для решения этих проблем необходимо получить и описать эти знания, а также зафиксировать их в специальных онтологических справочниках: глоссариях, семантических и концептуальных словарях, тезаурусах, онтологиях. Именно упомянутые справочники должны содержать описания сотен тысяч отраслевых объектов и их смысловых отношений.

Разработчики информационных систем обычно применяют современные методы обработки и анализа текстов, учитывающие как привычные лингвистические, так и нейросетевые методы обработки и анализа смыслового содержания текстов, в частности, бурно развивающиеся большие языковые модели. Тем не менее, их внедрение добавляет ряд технических проблем, таких как эпистемическая неопределенность (EU, Epistemic Uncertainty), «галлюцинации» LLM, неоднородность терминологии, низкий уровень сопоставления онтологий. Все это также необходимо учитывать при составлении онтологий.



## **Классификация методов автоматизированного создания онтологий предметных областей**

Одной из современных парадигм интеллектуальной обработки текстовой информации, описывающих знания о мире и предметных областях, являются онтологические справочники и формальные онтологии. Многие исследователи в этой сфере стремятся разработать сложные формальные подходы и практически аксиоматизированные теории. Однако при таком подходе автоматическая обработка неструктурированных текстов на естественном языке затруднительна ввиду их неоднозначности и неточности (Лукашевич, 2016).

В настоящее время разработано значительное число методов, подходов и технологий, решающих задачи автоматизированного формирования онтологий предметных областей. Существующие методы условно разделяются на следующие группы в зависимости от использования основного подхода:

- 1) методы, основанные на лексико-синтаксических шаблонах;
- 2) методы глубокого и машинного обучения, в частности на основе использования LLM;
- 3) статистические методы;
- 4) гибридные методы.

### ***Методы на основе лексико-синтаксических шаблонов***

Такие классические методы, основанные на правилах, предполагают использование лексико-синтаксических шаблонов, которые интегрируют лексические, синтаксические и семантические представления для автоматического извлечения релевантных слов и фраз из текста. Согласно исследованию (Sadimekova et al., 2024), существует возможность автоматического создания LSP на основе шаблонов проектирования онтологий (ODP, Ontology Design Patterns) (Gangemi, Presutti, 2009). Анализ эффективности показывает, что методы на основе лексико-синтаксических шаблонов демонстрируют высокую результативность лишь при работе с текстами узкоспециализированных предметных областей с унифицированной терминологией, при этом обладая высоким уровнем прозрачности и не требуя обучающих выборок. Однако использование таких методов требует точечной настройки и доработки шаблонов под конкретную предметную отрасль, что включает в себя необходимость добавления специфических понятий и свойств для каждой конкретной задачи. Кроме того, методы на основе LSP показывают низкие показатели полноты при вариативности естественного языка.

### ***Подход на основе статистических методов***

Подход, базирующийся на использовании статистических методов, относится к методам статистического анализа данных на естественном языке (Хорошилов, Никитин, Будзко, 2014). Для реализации этих методов требуются большие объемы текстовой информации — репрезентативные корпуса текстов.

На первом этапе в каждой коллекции документов выделяют термины-кандидаты (как правило, существительные и именные группы), определяется их частота



встречаемости. Использование частотных критериев позволяет значительно сократить число предполагаемых классов понятий.

На втором этапе проводится ранжирование терминов по частоте встречаемости и другим статистическим критериям, оценивается пересечение различных коллекций по используемым терминам.

Этап выделения отношений между классами является наиболее сложным. В рамках этого подхода предполагается, что первоначально строится не произвольная онтология, а тезаурус — таксономия с терминами. В качестве базовых отношений, действующих между терминами, определяются отношения «is-a» и «synonym-of». Для выделения отношения «is-a» обычно используют количественный подход к информации. Он позволяет выделить только базовые отношения, необходимые для построения таксономии. Однако возможно его расширение для выделения и других отношений (Хорошилов, Кан, Филиппов, 2024).

Основной недостаток такого подхода — необходимость наличия огромных массивов текстовой информации, а также выполнения требований к репрезентативности этих наборов текстов. Помимо этого, подход на основе статистических методов обладает недостаточной семантической точностью, особенно при работе с редкими терминами, а также присутствием значительного числа гиперонимов, гипонимов.

### ***Методы машинного обучения и нейросетевые подходы***

В настоящее время методы создания онтологий предметных отраслей науки на основе машинного и глубокого обучения набирают все большую популярность.

В работе (Sivaramakrishnan, Suchithra, 2019) авторами предложено применение методов интеллектуального анализа данных посредством использования сверточных нейросетей на основе семантических и тематических графов. Предлагаемый метод устраняет ограничение на поиск ключевых слов, которым обладают большинство классических подходов к рассматриваемой задаче, путем применения метода преобразования запросов. В его основе — формирование внутренней пары «запрос — значение» и последующее выведение списка предыдущих запросов пользователей, что в итоге сокращает время и затраты на вычисления и повышает производительность. Тем не менее, стоит учитывать неинтерпретируемость процесса обучения модели.

Авторами работы (Сидорова, Иванов, Овчинникова, 2025) предложено использование нейросетевых моделей и больших языковых моделей для извлечения из текстов терминов и семантических связей между ними. В данной работе представлены динамически формирующиеся инструкции для LLM на основе результатов предыдущих этапов анализа. Общая схема принципа работы LLM представлена на рис. 1. Результаты экспериментов показали хорошие значения F1-меры для задач извлечения терминов и связей между ними.

Однако при использовании методов и моделей искусственного интеллекта необходимо учитывать проблему неоднородности создаваемых онтологий, а также высокую вероятность проявления «галлюцинаций» у LLM. В целях снижения данных показателей необходимо подготавливать целостные онтологии, которые обладают



внутренним единством, логической связностью и достаточной полнотой для последующей передачи данных нейросетевой модели. Далее будут рассмотрены алгоритмы, используемые для решения указанных проблем.

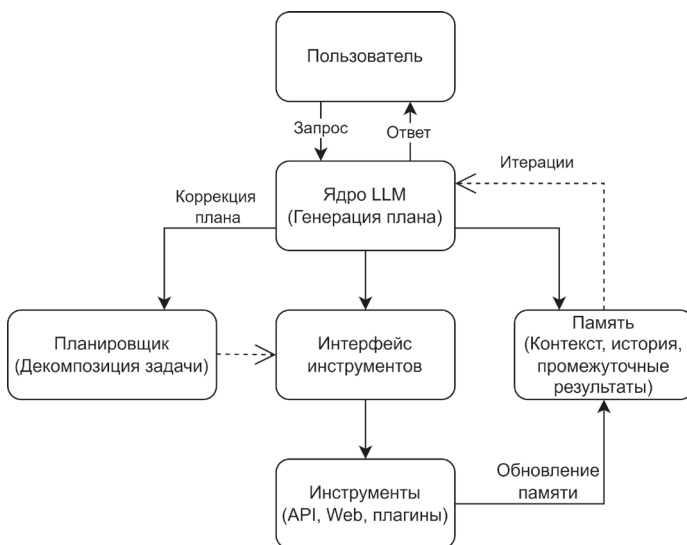


Рис. 1. Схема принципа работы LLM

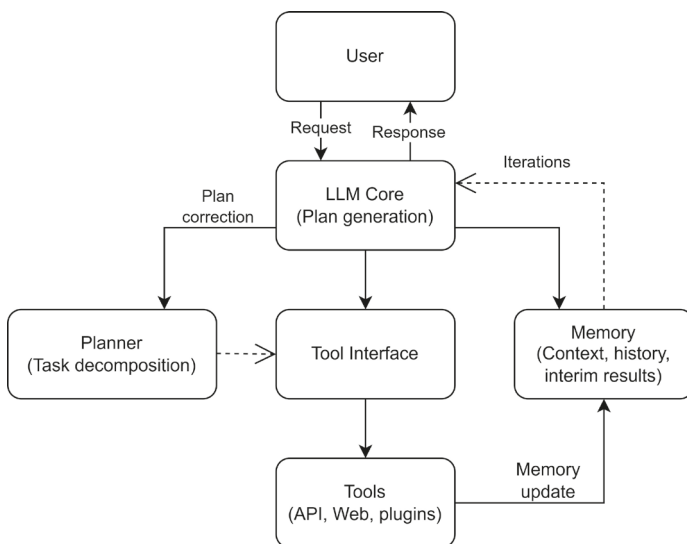


Fig. 1. LLM operating principle diagram



### **Гибридные методы**

Современные исследования в области онтологического инжиниринга демонстрируют устойчивый тренд к гибридизации различных подходов (Ghidalia, 2023).

В работе (Чуднов, 2025) рассматривается система динамического управления знаниями (СДУЗ). Она состоит из модуля извлечения знаний, основанного на дообученной модели ruBERT, и логического интерпретатора на основе Prolog.

СДУЗ позволяет решать задачи распознавание именованных сущностей (NER, Named Entity Recognition) и извлечения отношений (RE, Relation Extraction). Разработчики предложили механизм обратной связи, позволяющий обнаружить противоречия между предсказаниями нейросети и логическими правилами, проводить экспертную коррекцию и дообучать трансформер на скорректированных данных. Однако сложность настройки правил требует большего вовлечения экспертов в работу с системой.

Иной подход реализован в работе (Kukreja, 2025), где предложен end-to-end пайплайн изучения онтологий, использующий LLM (GPT-4o) для извлечения концептов и отношений в сочетании с гибридным интерпретатором принятия решений на основе multi-factor similarity score. Система включает human-in-the-loop интерфейс для валидации и обеспечивает хранение результатов в графовой базе данных Neo4j.

Для преодоления недостатков отдельных методов создания онтологий в настоящей работе предлагается гибридный подход, включающий лингвостатистические методы, метод концептуального фразеологического анализа (Хорошилов, Кан, Филиппов, 2024) и использование LLM.

Данный метод должен позволять построить замкнутый цикл автоматизированного создания онтологий на основе текстов различных предметных областей, в частности, автоматического установления родовидовых отношений между понятиями.

Алгоритм состоит из следующих этапов:

1. сбор массива научно-технической документации (НТД) по интересующей тематике;
2. проведение обработки текста посредством разработанного программного комплекса обработки текстов, включающего средства токенизации и морфологического анализа (МА);
3. определение системы объектов в собранном массиве на основе использования семантико-синтаксического (ССА) и статистического анализа;
4. проведение вторичной обработки на основе применения методов концептуального анализа (КА);
5. преобразование полученных результатов в онтологическую структуру посредством генерации RDF-триплетов и импорт в редактор Protégé через OWL-интерфейс;
6. дообучение нескольких LLM (в частности, моделей семейств Qwen и Deepseek) на массивах текстов и результатах предыдущих этапов. Каждая модель должна решать свою задачу в процессе:
  - a) Модель А — токенизация и морфологический анализ;
  - b) Модель В — статистический анализ;
  - c) Модель С — семантико-синтаксический анализ (на основе результатов первой модели),
  - d) Модель D — концептуальный анализа (на основе результатов модели ССА),



- е) Модель Е — формирование онтологической модели, преобразование результатов концептуального анализа и ССА в онтологические структуры, в частности, в онтологии / тезаурусы / таксономии в виде RDF / OWL-файлов;
7. проведение тестирования дообученных моделей. В качестве метрик качества использовать точность, полноту и F1-меру. В первых итерациях планируется достичь значения F1-меры не ниже 0,8 на тестовых данных.
- Подробная схема алгоритма представлена на рис. 2.

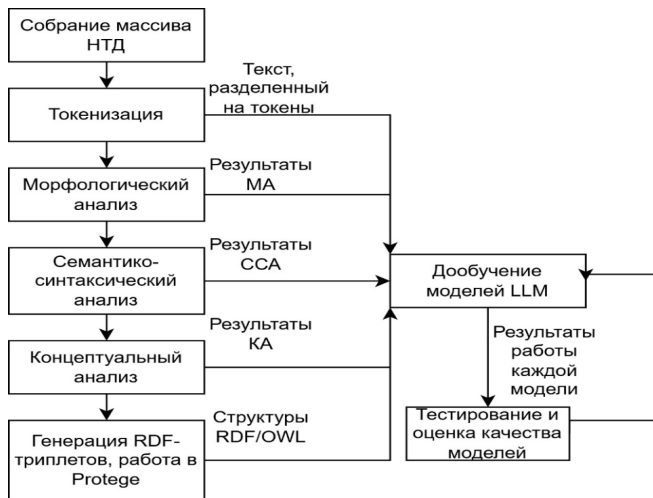


Рис. 2. Схема алгоритма гибридного подхода, основанного на лингвостатистических методах и LLM

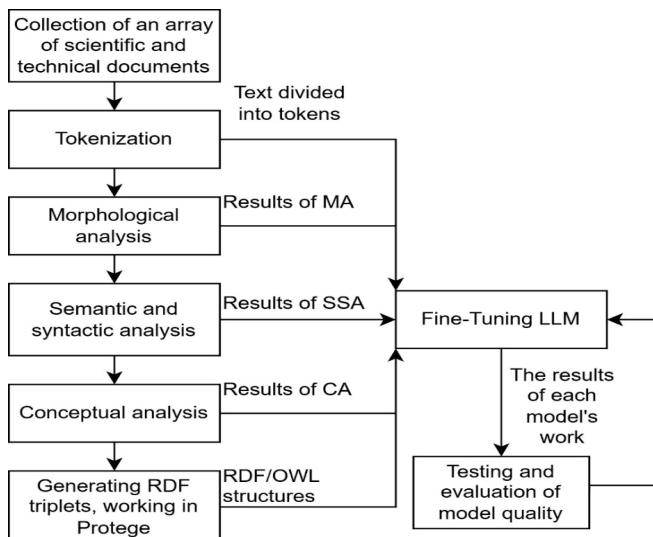


Fig. 2. Algorithm diagram of a hybrid approach based on linguo-statistical methods and LLMs



На данном этапе работы собран массив из 3000 полнотекстовых документов из открытых источников по авиационной тематике, реализована обработка текстов при помощи средств токенизации и морфологического анализа.

## Классификация методов сопоставления онтологий предметных областей

В настоящее время среди основных методов сопоставления онтологий предметных областей выделяют традиционные и эволюционные методы (рис. 3).

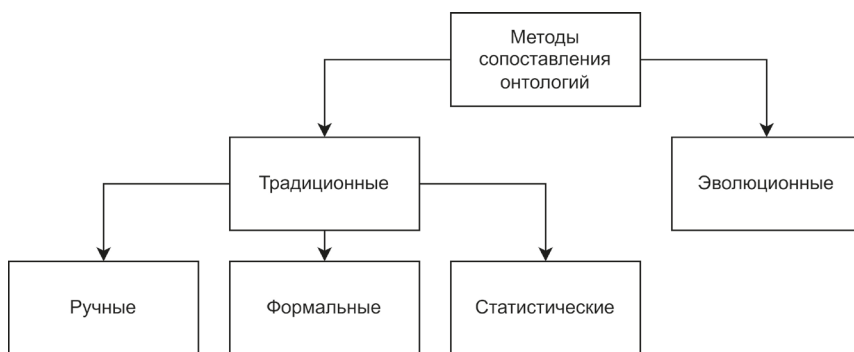


Рис. 3. Классификация методов сопоставления онтологий

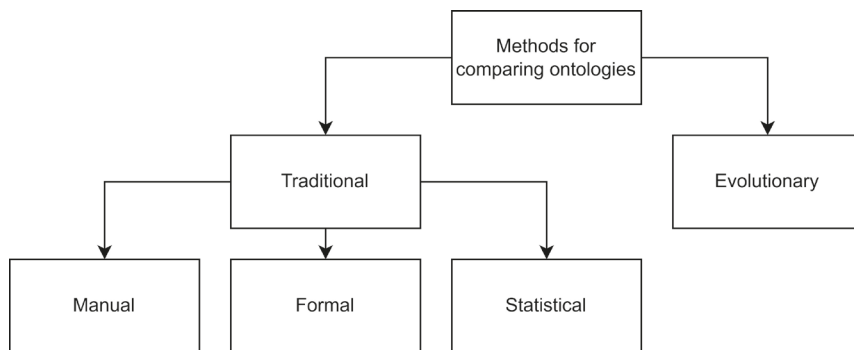


Fig. 3. Classification of ontology comparison methods

### *Традиционные методы сопоставления*

Традиционные методы включают ручные, формальные и статистические подходы. Первые включают лексикографическое сравнение, сравнение с учетом значений и создание «онтологий верхнего уровня» (Maedche, Staab, 2002). Применение таких методов обычно сопровождается финансовыми трудностями, однако позволяет решить задачу с относительно высокой точностью.



Формальные методы включают в себя структурный анализ (оценка сходства связей между сущностями), анализ сходства по перекрестным связям (оценка сходства через похожие классы и типы связей в онтологиях) и логический вывод (анализ свойств классов и экземпляров классов онтологий, с помощью которых из имеющихся соответствий логически выводятся другие соответствия) (Рогошина, 2017). Такой подход обладает высокой вычислительной сложностью и дает качественные результаты при работе лишь с узкоспециализированной терминологией.

Статистический подход к сопоставлению онтологий учитывает частоту встречаемости терминов в корпусах текстов и применяет меры сходства, количественно оценивая, насколько выявленные сущности подобны. Основные недостатки таких методов описаны выше.

### *Эволюционные алгоритмы сопоставления*

Эволюционная оптимизация (мета-сопоставление) основывается на поиске оптимальных весовых коэффициентов для комбинации различных мер сходства (лексических, структурных). Однако применение эволюционных алгоритмов (ЕА) в задачах сопоставления онтологий сопряжено с рядом ограничений, среди которых преждевременная сходимость (конвергенция), приводящая к субоптимальным решениям, а также необходимость априорного задания эталонных соответствий для оценки качества найденных решений.

Для устранения данных недостатков авторами работы (Lv, Jiang, Li, 2021) предложен усовершенствованный подход к сопоставлению онтологий на основе ЕА, в котором для оценки качества решения представлены два приблизительных оценочных показателя — псевдовоспоминание и псевдоточность. В свою очередь, для преодоления преждевременной сходимости используется адаптивное давление отбора, которое регулируется в зависимости от стадии эволюции.

В работе (Lv, Jiang, Li, 2021) выделяют применение ЕА на основе входных данных без эталонного выравнивания (NRA, No Reference Alignment) и с ним (RA, Reference Alignment). Разработанный авторами алгоритм Improved EA+NRA отмечается высокой точностью обработки, но низкой производительностью по сравнению с ЕА+РА.

Примером применения эволюционного алгоритма можно указать работу (Кравченко Д., Кравченко Ю., Марков, 2020), где авторы для решения задач сопоставления крупных онтологий предложили в перспективу биоинспирированные алгоритмы. Гибридизация бактериального поиска и алгоритма кукушки позволила им достичь экономии времени до 13% по сравнению с традиционными методами сопоставления при обработке онтологий с 500 000 вершин.

## **Заключение**

Проведенный анализ существующих подходов к решению задачи автоматизированного построения онтологий предметных областей науки показал, что ни один из существующих классов методов не является универсальным:



- лингвистические шаблоны требуют трудоемкой адаптации;
- статистические методы ограничены недостаточной семантической точностью;
- нейросетевые подходы имеют проблемы с нехваткой размеченных данных и «галлюцинациями».

В связи с этим, был предложен гибридный подход автоматизированного создания тематических онтологий предметных областей науки, основывающийся на интеграции лингвостатистических методов и LLM. Разработан алгоритм данного подхода, который позволяет построить замкнутый цикл автоматизированного создания онтологий.

В отличие от известных решений, алгоритм позволяет:

- применять LLM не как «черный ящик», а в связке с правилами лингвистического анализа;
- обеспечить замкнутый цикл: онтология — обучение модели — уточнение онтологии.

В дальнейшем планируется масштабирование подхода на другие области науки и интеграция с базами знаний.

Результаты работы будут внедрены в технологический процесс ВИНТИ РАН для решения задач анализа текстов различных предметных областей.

### Список источников / References

1. Захарова, И.В. (2009). *Математическая модель семантического поиска с использованием онтологического подхода: Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук*. Челябинский государственный университет. Челябинск.  
Zakharova, I.V. (2009). *Mathematical model of semantic search using an ontological approach: Extended abstr. Diss. Cand. Sci. (Ph.-Mat.)*. Chelyabinsk State University. Chelyabinsk. (In Russ.).
2. Кравченко, Д.Ю., Кравченко, Ю.А., Марков, В.В. Гибридный биоинспирированный алгоритм отображения онтологий в задачах извлечения и управления знаниями. — *Известия ЮФУ. Технические науки*. 2020. — Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2020. — с. 16—28.  
Kravchenko, D.Yu., Kravchenko, Yu.A., Markov, V.V. Hybrid bioinspired algorithm for mapping ontologies in knowledge extraction and management tasks. — *Izvestiya YuFU. Tekhnicheskie nauki*. 2020. — Rostov-na-Donu: YuFU, 2020. — pp. 16—28. (In Russ.).
3. Лукашевич, В.Н. (2016). *Модели и методы автоматического анализа текстов на основе лингвистических онтологий в информационно-аналитических системах: Автореф. дис. докт. тех. наук*. Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева. Нижний Новгород.  
Lukashevich, V.N. (2016). *Models and methods of automatic text analysis based on linguistic ontologies in information and analytical systems: Extended abstr. Diss. Dr. Sci. (Techn.)*. Nizhny Novgorod State Technical University named after R.E. Alekseev. Nizhny Novgorod. (In Russ.).
4. Рогушина, Ю.В. Сопоставление семантических информационных ресурсов Web на основе онтологического анализа. *International Journal «Information Technologies & Knowledge»*. — Vol. 11, N. 1. — 2017. — с. 49—71.



- Rogushina, Yu.V. Comparison of semantic Web information resources based on ontological analysis. *International Journal «Information Technologies & Knowledge»*. — Vol. 11, N. 1. — 2017. — pp. 49—71. (In Russ.).
5. Сидорова, Е.А. Иванов, А.И., Овчинникова, К.А. Извлечение информации из текстов на основе онтологии и больших языковых моделей. *Онтология проектирования*. — № 1, Т. 15. — 2025. — с. 114—129.  
Sidorova, E.A., Ivanov, A.I., Ovchinnikova, K.A. Information extraction from texts based on ontology and large language models. *Ontologiya proektirovaniya*. — № 1, Т. 15. — 2025. — pp. 114—129. (In Russ.).
6. Хорошилов, А.А., Никитин, Ю.В., Будзко, В.И. Автоматическое создание формализованного представления смыслового содержания неструктурированных текстовых сообщений СМИ и социальных сетей. *Системы высокой доступности*. — 2014. — Т. 10, № 3. — С. 52—69.  
Khoroshilov, A.A., Nikitin, Yu. V., Budzko, V.I. Automatic creation of a formalized representation of the semantic content of unstructured text messages in the media and social networks. *Sistemy vysokoi dostupnosti*. — 2014. — Т. 10, № 3. — P. 52—69. (In Russ.).
7. Хорошилов, А.А., Кан, А.В., Филиппов, Г.В. Методы автоматического формирования комплекса онтологических справочников по авиакосмической отрасли. *Научно-технический вестник Поволжья*. № 5. — 2024. — Казань: ООО «Рашин Сайнс», 2024. — с. 150—154.  
Khoroshilov, A.A., Kan, A.V., Filippov, G.V. Methods of automatic formation of a complex of ontological reference books on the aerospace industry. *Nauchno-tehnicheskii vestnik Povolzh'ya*. № 5. — 2024. — Kazan': ООО «Rashin Sains», 2024. — pp. 150—154. (In Russ.).
8. Чуднов, И.И. Нейро-символические гибридные системы для динамического управления знаниями. *КОД науки — исследования молодых ученых*. № 5 (73). — 2025. — Москва: МГПУ, 2025.  
Chudnov, I.I. Neuro-symbolic hybrid systems for dynamic knowledge management. *KOD nauki — issledovaniya molodykh uchenykh*. № 5 (73). — 2025. — Moskva: MGPU, 2025. (In Russ.).
9. Gangemi, A., Presutti, V. Ontology Design Patterns. *Handbook on Ontologies*. — 2009. — pp. 221—243.
10. Ghidalia, S. *Combining Machine Learning and Ontology: A Systematic Literature Review*. — 2023. URL: <https://ar5iv.labs.arxiv.org/html/2401.07744> (дата обращения: 20.12.2025).
11. Gruber, T.R. Toward principles for the design of ontologies used for knowledge sharing. *International Journal of Human — Computer Studies*. — 1995. — Т. 43. — № 5—6. — pp. 907—928.
12. Kukreja, S. *End-to-End Ontology Learning Pipeline for Technical Documents*. — 2025. URL: <https://github.com/itsssnehin/Ontology-Learning> (дата обращения: 20.12.2025).
13. Lv, Q., Jiang, C., Li, H. *Solving Ontology Meta — Matching Problem Through an Evolutionary Algorithm with Approximate Evaluation Indicators and Adaptive Selection Pressure*. *IEEE Access*. — Vol. 9, 2021. — pp. 3046—3064. DOI: 10.1109/ACCESS.2020.3047875
14. Maedche, A., Staab, S. Measuring Similarity between Ontologies Knowledge Engineering and Knowledge Management: Ontologies and the Semantic Web. *Proceedings of the 13th International Conference on Knowledge Engineering and Knowledge Management, EKAW02*. — Vol. 2473 of LNAI, Berlin, Springer Verlag. — 2002.



15. Sadirmekova, Z. et al. Approach to automating the construction and completion of ontologies in a scientific subject field. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*. Vol. 14, No. 3. — 2024. — p. 3064—3072.
16. Sivaramakrishnan, R.G., Suchithra, R. Automatic Relationship Construction in Domain Ontology Engineering using Semantic and Thematic Graph Generation Process and Convolution Neural Network. *International Journal of Recent Technology and Engineering*. — Vol. 8. — I. 3. — 2019. — pp. 4602—4610.

### **Информация об авторах**

*Герман Владиславович Филиппов*, аспирант, институт «Компьютерные науки и прикладная математика», Московский авиационный институт (МАИ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6669-6518>, e-mail: [german.filippov2000@yandex.ru](mailto:german.filippov2000@yandex.ru)

*Андрей Владимирович Рыкалин*, аспирант, ассистент кафедры математической кибернетики, институт «Компьютерные науки и прикладная математика», Московский авиационный институт (МАИ), Москва, Российская Федерация, младший научный сотрудник, Всероссийский институт научной и технической информации Российской академии наук, Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2791-8789>, e-mail: [rykalin.2000@mail.ru](mailto:rykalin.2000@mail.ru)

*Александр Алексеевич Хорошилов*, доктор технических наук, ведущий научный сотрудник, Всероссийский институт научной и технической информации Российской академии наук, Москва, Российская Федерация, профессор кафедры математической кибернетики, институт «Компьютерные науки и прикладная математика», Московский авиационный институт (МАИ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6641-3105>, e-mail: [khoroshilov@mail.ru](mailto:khoroshilov@mail.ru)

*Сергей Эдуардович Чурилов*, магистрант, институт «Компьютерные науки и прикладная математика», Московский авиационный институт (МАИ), Москва, Российская Федерация, e-mail: [churilov.ser1204@gmail.com](mailto:churilov.ser1204@gmail.com)

### **Information about the authors**

*German V. Filippov*, Graduate student, Institute of Computer Science and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6669-6518>, e-mail: [german.filippov2000@yandex.ru](mailto:german.filippov2000@yandex.ru)

*Andrey V. Rykalin*, Graduate student, Assistant of the Department of Mathematical Cybernetics, Institute of Computer Science and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (MAI), Moscow, Russian Federation, Junior Researcher, All-Russian Institute of Scientific and Technical Information of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0002-2791-8789>, e-mail: [rykalin.2000@mail.ru](mailto:rykalin.2000@mail.ru)

*Alexander A. Khoroshilov*, Doctor of Technical Sciences, Senior Researcher, All-Russian Institute of Scientific and Technical Information of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation, Professor of the Department of Mathematical Cybernetics, Institute of Computer Science and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (MAI), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6641-3105>, e-mail: [khoroshilov@mail.ru](mailto:khoroshilov@mail.ru)



*Sergey E. Churilov*, Master's student, Institute of Computer Science and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (MAI), Moscow, Russian Federation, e-mail: churilov.ser1204@gmail.com

### ***Вклад авторов***

Все авторы внесли равный вклад в концепцию, проведение исследования, анализ данных и подготовку рукописи.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### ***Contribution of the authors***

The authors contributed equally to the research, data analysis, and preparation of this manuscript.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 16.02.2026

Поступила после рецензирования 02.03.2026

Принята к публикации 06.03.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.02.16

Revised 2026.03.02

Accepted 2026.03.06

Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 004.85:004.932

## Анализ смыслового профиля текстов с точки зрения искусственного интеллекта

Л.С. Куравский ✉, М.А. Михайловский, Д.А. Одинцов

Московский государственный психолого-педагогический университет  
Москва, Российская Федерация

✉ [l.s.kuravsky@gmail.com](mailto:l.s.kuravsky@gmail.com)

### Резюме

Предложен новый подход к автоматизации практического применения интеллектуальных ассистентов для анализа, интерпретации и конструирования текстов и промптов в заданной предметной области исходя из их смыслового содержания. Этот подход предполагает выявление в заданной предметной области смысловых компонентов и постулатов, с последующим вычислением сопутствующих смысловых спектров в базисе полученных смысловых компонентов. Смысловые спектры являются основой для количественных сравнений по заданным критериям. Множество исследуемых текстов формально рассматривается как пространство дискретных распределений вероятностей, замкнутое относительно действия стохастических матриц, которые представляют заданные промптами трансформации смысловых профилей, содержательно интерпретируемые путём декомпозиции в инвариантных подпространствах смысловых компонентов. Особенности применения предложенного подхода проиллюстрированы в рамках парадигмы культурно-исторической психологии.

**Ключевые слова:** выявление галлюцинаций ИИ, интерпретация текстов, генерация текстов с заданным смыслом, количественное сравнение текстов, оценка корректности текста, интеллектуальные ассистенты (ИА), смысловой профиль

**Для цитирования:** Куравский, Л.С., Михайловский, М.А., Одинцов, Д.А. (2026). Анализ смыслового профиля текстов с точки зрения искусственного интеллекта. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 112–126. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160206>



## Analysis of the semantic profile of texts from the point of view of artificial intelligence

L.S. Kuravsky ✉, M.A. Mikhailovsky, D.A. Odintsov

Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation

✉ l.s.kuravsky@gmail.com

### Abstract

A new approach to automating the practical application of intelligent assistants for analyzing, interpreting, and constructing texts and prompts in a given subject area based on their semantic content is proposed. This approach involves identifying semantic components and postulates in a given subject area, followed by calculating the associated semantic spectra based on the resulting semantic components. These spectra form the basis for quantitative comparisons based on specified criteria. The set of texts under study is formally considered as a space of discrete probability distributions, closed under the action of stochastic matrices, which represent the transformations of semantic profiles specified by prompts, meaningfully interpreted through decomposition in invariant subspaces of semantic components. The application of the proposed approach is illustrated within the framework of the cultural-historical psychology paradigm.

**Keywords:** AI hallucination detection, text interpretation, generation of texts with a given meaning, quantitative comparison of texts, text correctness assessment, intelligent assistants (IA), semantic profile

**For citation:** Kuravsky, L.S., Mikhailovsky, M.A., Odintsov, D.A. (2026). Analysis of the semantic profile of texts from the point of view of artificial intelligence. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 112—126. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160206>

### Введение

В последние годы использование интеллектуальных ассистентов, основанных на больших языковых моделях, стремительно расширяется. Такие системы применяются для анализа, интерпретации и генерации текстов в самых различных предметных областях. При этом значительная часть пользователей интеллектуальных ассистентов не обладает ни специальной математической подготовкой, ни опытом формального анализа текстовой информации. В результате возникают проблемы, связанные с некорректной интерпретацией результатов работы интеллектуальных ассистентов, а также с попытками их применения без достаточного понимания ограничений используемых технологий.

Одной из наиболее обсуждаемых проблем, сопровождающих практическое использование интеллектуальных ассистентов, является генерация правдоподобной, но неверной информации, получившая название «галлюцинаций». Известно,



что интеллектуальный ассистент может формировать убедительно выглядящие ответы, не соответствующие фактическому или концептуальному содержанию рассматриваемой предметной области. Более того, при соответствующей формулировке запроса он способен последовательно обосновывать утверждения, логически противоречащие друг другу. Это существенно осложняет использование интеллектуальных ассистентов в задачах анализа информации и принятия решений.

В связи с этим актуальной задачей становится разработка методов, позволяющих формализовать анализ смыслового содержания текстов, используемых при взаимодействии с интеллектуальными ассистентами. В частности, представляет интерес создание инструментов, позволяющих количественно оценивать смысловое содержание текстов и промптов, сравнивать их между собой, а также выявлять отклонения от концептуальных оснований заданной предметной области.

В данной работе предлагается подход, основанный на представлении смыслового содержания текстов в виде разложения по набору базовых смысловых компонентов, характерных для рассматриваемой предметной области. Эти компоненты формируются с использованием интеллектуального ассистента и далее используются как базис для построения смысловых спектров исследуемых текстов. Нормированные смысловые спектры, называемые далее смысловыми профилями, рассматриваются как дискретные распределения вероятностей.

## Используемые определения и понятия

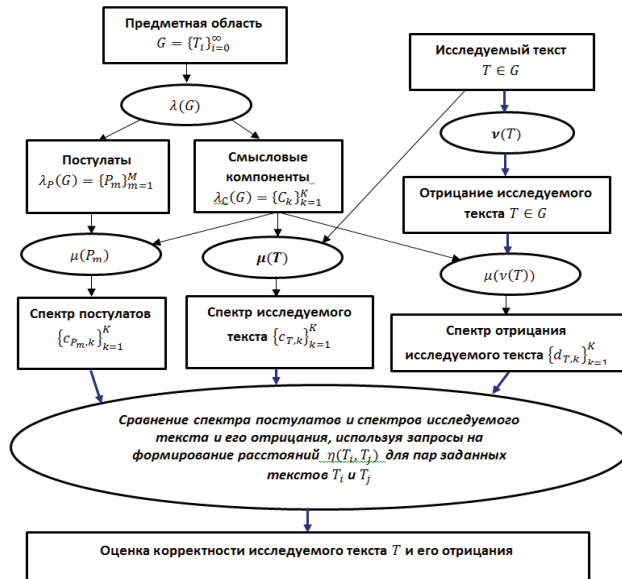


Рис. 1. Схема алгоритма оценки корректности текста и его отрицания

Fig. 1. Scheme of the algorithm for assessing the correctness of the text and its negation



Под **промптом** далее понимается запрос к ИА, содержащий рекомендации по формату результатов, формируемых в ответ на этот запрос.

Под **смысловыми компонентами** понимаются базовые конструктивные элементы, на основе которых строится описание и объяснение содержания понятий, закономерностей и явлений в определённой предметной области.

Под **постулатами** понимаются фундаментальные положения, утверждения или принципы, которые без доказательства принимаются в рамках данной предметной области и служат основой для дедуктивного построения всей релевантной теоретической системы.

Пусть:

$G = \{T_i\}_{i=0}^{\infty}$  — предметная область, представляющая собой множество допустимых исследуемых текстов  $T_i$ , объединённых общей тематикой;

$T \in G$  — исследуемый текст;

$\lambda(G)$  — множество промптов на формирование постулатов и смысловых компонентов в заданной предметной области;

$\nu(T)$  — промпт на формирование отрицания заданного текста;

$\mu(T)$  — промпт на формирование спектрального разложения заданного текста;

$\lambda_p(G) = \{P_m\}_{m=1}^M$  — конечное множество постулатов предметной области  $G$ ;

$\lambda_{\bar{N}}(G) = \{C_k\}_{k=1}^K$  — конечное множество смысловых компонентов предметной области  $G$ ;

$\mu(T)$  — промпт на формирование спектрального разложения  $\sum_{k=1}^K c_{T,k} C_k$  исследуемого текста  $T$  по смысловым компонентам  $\{C_k\}_{k=1}^K$ ;

$\mu(\nu(T))$  — промпт на формирование спектрального разложения  $\sum_{k=1}^K d_{T,k} C_k$  отрицания текста  $T$  по смысловым компонентам  $\{C_k\}_{k=1}^K$ ;

$\mu(P_m)$  — промпт на формирование спектрального разложения  $\sum_{k=1}^K c_{P_m,k} C_k$  постулата  $P_m$  по смысловым компонентам  $\{C_k\}_{k=1}^K$ ;

$\rho(T_i, T_j)$  — смысловое расстояние, полученное в результате промпта на формирование расстояний в диапазоне  $[0; 1]$  между текстами  $T_i$  и  $T_j$  ( $T_i, T_j \in G$ ), такое что 1 соответствует полному совпадению, а 0 — полному несовпадению;

$\Theta(\lambda_p(G))$  — центроид  $\left\{ \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M c_{P_m,k} \right\}_{k=1}^K$  множества постулатов предметной области  $G$ .

Анализ исследуемого текстового материала  $\{T_i\}_{i=0}^{\infty}$  выполняется на основе их разложения по смысловым компонентам  $\{C_k\}_{k=1}^K$ , которые, в свою очередь, формируются интеллектуальным ассистентом (ИА) для заданной предметной области  $G$  в ответ на соответствующие промпты. Коэффициенты разложения по смысловым компонентам  $\{c_{P_m,k}\}_{k=1}^K$ ,  $\{c_{T,k}\}_{k=1}^K$  и  $\{d_{T,k}\}_{k=1}^K$ , образующие **смысловые спектры**, полагаются находящимися в диапазоне  $[0; 1]$ , что указывается в соответствующих инструкциях к ИА. Нормированные на единицу ( $\sum_{k=1}^K c_{P_m,k} = 1, \sum_{k=1}^K c_{T,k} = 1, \sum_{k=1}^K d_{T,k} = 1$ ) смысловые спектры далее называются **смысловыми профилями**, которые будем обозначать как  $\{p_{P_m,k}\}_{k=1}^K$ ,  $\{p_{T,k}\}_{k=1}^K$  и  $\{p_{d,T,k}\}_{k=1}^K$ .

Учитывая эту нормировку, множество допустимых исследуемых текстов  $H \subset G$  далее формально рассматривается как **пространство дискретных распределений**



**вероятностей  $W$ , замкнутое относительно действия стохастических матриц** (или **вероятностный симплекс с марковской динамикой**) — это не векторное пространство в классическом понимании.

Связь приведённых выше понятий и промптов представлена на рис. 1.

Рассмотрим заданный промптом и реализуемый с помощью ИА ( $I$ -реализуемый) оператор  $O$ , трансформирующий смысловой профиль и действующий в пространстве дискретных распределений вероятностей  $W$ . Действие этого оператора может быть интерпретируемо по содержанию, если, как показано далее, рассматривать его эффект в инвариантных подпространствах смысловых компонентов, что представляет интерес для исследований.

Последовательность воздействий этого оператора на смысловые профили можно формально рассматривать как марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем:

$$p_{i+1} = O(p_i) = M_i p_i,$$

где  $M_i$  — стохастическая матрица, представляющая  $i$ -е действие оператора  $O$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, N$ ),  $p_i$  — смысловый профиль перед  $i$ -м действием оператора  $O$ ,  $p_{i+1}$  — смысловый профиль после  $i$ -го действия оператора  $O$ . В общем случае, матрица  $M_i$  зависит от  $i$ . Множество  $\{M_i\}_{i=0}^{\infty}$  представляет последовательность воздействий оператора  $O$  на смысловые профили.

Согласно **фундаментальной спектральной теореме для стохастических матриц**, для каждой матрицы  $M_i$  верно, что множество её собственных значений лежит в замкнутом круге единичного радиуса на комплексной плоскости, всегда содержит вещественную единицу, причём эти собственные значения симметричны относительно вещественной оси (то есть они представлены или вещественными значениями, или комплексно-сопряжёнными парами).

Из **эргодической теоремы Маркова** следует, что при любом начальном смысловом профиле и **неприводимой и аperiodической** матрицы  $M = M_i$  (для всех  $i$ ) последовательное применение оператора  $O$  приводит к переходу в пределе к единственному стационарному смысловому профилю  $p^*$ :  $O^i(p_0) = M^i p_0 \rightarrow p^*$  при  $i \rightarrow \infty$  (Kuravsky, Greshnikov, 2021; Lancaster, Tismenetsky, 1985). Однако  $p^*$  может не существовать, если  $M$  зависит от  $i$ . Это частично объясняет эффект сходимости результатов запросов, выявленный в работе (Wilkinson, 1988).

## Решаемые задачи

Опираясь на введённые выше определения и понятия, представленный в этой работе подход позволяет решать следующие основные задачи:

- 1) выявлять «галлюцинации», генерируемые ИА;
- 2) анализировать и интерпретировать тексты из заданной предметной области исходя из их смыслового профиля (прямая задача);
- 3) анализировать и интерпретировать промпты исходя из заданного ими изменения смысловых профилей (прямая задача);



- 4) конструировать тексты, имеющие заданный смысловой профиль (обратная задача);
- 5) конструировать промпты, обеспечивающие заданное преобразование смысловых профилей (обратная задача).

В зависимости от особенностей прикладной задачи корректный текст определяется как

$$\arg \min_{x \in \{T, v(T)\}} \sum_{m=1}^M \rho(x, P_m) \quad \text{или} \quad \arg \min_{x \in \{T, v(T)\}} \rho(x, (\lambda_p(G))).$$

Рассмотренный подход есть альтернатива «методу маятника» (Wilkinson, 1988).

При условии квазистационарности, аппроксимация стохастической матрицы  $\mathbf{M}$  может быть вычислена по результатам последовательного применения оператора  $O$  с помощью алгоритма, представленного в работах (Рубцов, 2020; Куравский, Юрьев, Златомрежев, 2019). Эта оценка, в свою очередь, может быть уточнена по смысловому профилю  $p^*$ , если он существует (Kuravsky et al., 2023).

Знание оценки матрицы  $\mathbf{M}$  позволяет интерпретировать действие оператора  $O$  в пространстве  $W$  путём анализа инвариантных подпространств. Для этого следует вычислить собственные значения матрицы  $\mathbf{M}$  и построить интерпретацию действия оператора  $O$ , опираясь на следующее утверждение, следующее из *теоремы о вещественной жордановой форме* и *спектральной теоремы для вещественных матриц с простым спектром* (Kuravsky, Greshnikov, 2021; Lancaster, Tismenetsky, 1985).

**Утверждение.** Для стохастической матрицы с простым спектром вещественным собственным значениям соответствуют одномерные инвариантные подпространства, а парам комплексно-сопряжённых собственных значений — двумерные инвариантные вещественные подпространства.

Поэтому действие оператора  $O$ , представленного *неприводимыми и аperiodическими* матрицами  $\mathbf{M}$ , которые, как правило, встречаются в прикладных задачах, интерпретируется как композиция следующих компонентов:

- тождественного преобразования в одномерном инвариантном подпространстве, соответствующем единичному собственному значению,
- сжатия с коэффициентом  $r_i$  смысловых профилей в одномерных инвариантных подпространствах, соответствующих другим вещественным собственным значениям  $r_i$ , и поворотов на угол  $\theta_i$  в комбинации со сжатием расстояния до начала координат с коэффициентом  $r_i < 1$  в базисе из вещественной и мнимой частей комплексного собственного вектора в двумерных инвариантных подпространствах, соответствующих парам комплексно-сопряжённых собственных значений  $r_i e^{\pm i\theta_i}$  («трансформация по спирали»).

В общем случае, и, в частности, для периодических матриц  $\mathbf{M}$ , коэффициент  $r_i$  может быть равен единице, что приводит к чистому вращению.

Интерпретации, построенные по заданным промптам исходя из оценок вызываемых ими преобразований смысловых профилей, а также интерпретации, построенные по заданным текстам путём построения их смысловых профилей, будем



называть **спектральными интерпретациями**, или ***S*-интерпретациями**, соответственно, промптов и текстов.

В свою очередь, учитывая современные возможности ИИ, можно — путём создания определённых промптов — ставить как задачу конструирования промптов, обеспечивающих заданные преобразования смысловых профилей, как и задачу конструирования текстов, имеющих заданный смысловой профиль. Будем называть такое конструирование, соответственно, **обратной *S*-интерпретацией операторов** в пространстве дискретных распределений вероятностей и **обратной *S*-интерпретацией текстов** в заданной предметной области. Учитывая трудность корректного решения этих задач, их практическая реализация требует накопления определённого опыта.

### Оценка стохастической матрицы, представляющей действие оператора в пространстве дискретных распределений вероятностей

Рассмотрим смысловой профиль  $p_i$ :

$$p_i = (p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,K})^T,$$

где значения индекса  $i \in \{1, 2, \dots, N\}$  соответствуют последовательным применениям оператора  $O$ .

Указанная выше матрица  $M_i = m_{i,kl}$  размера  $K \times K$  представляет динамику действий оператора  $O$ . Её следует идентифицировать по эмпирическим данным, полученными с помощью ИА. Полагается, что темп изменения этой матрицы, соответствующий одному действию оператора  $O$ , существенно меньше темпа соответствующего изменения смысловых профилей:

$$|\Delta m_{i,kl}| \ll |\Delta p_{i,l}|, |\Delta m_{i,kl}| \ll |\Delta p_{i+1,k}| \text{ (для любых } i, k, l \text{)}.$$

Будем называть указанные выше неравенства **условием квазистационарности**.

Для достаточно короткой последовательности действий оператора  $O$ , включающей  $L$  точек и начинающейся в момент  $i_0$ , где  $L \geq K$ , квадратную матрицу  $M_i$  можно аппроксимировать соответствующей стационарной матрицей (Рубцов, 2020; Куравский, Юрьев, Златомрежев, 2019):

$$M_{i_0+j} \equiv M_{i_0}, \text{ для всех } j \in \{0, 1, \dots, L-1\}.$$

Допустимость указанных выше ограничений на изменения элементов матрицы  $M_i$  подтверждается доступными результатами экспериментов.

Если рассмотреть  $L$  уравнений

$$\{p_{i+1} = M_{i_0} p_i\}_{i \in \{i_0, i_0+1, \dots, i_0+L-1\}}, \text{ где } M_{i_0} = \begin{pmatrix} m_{i_0,11} & \dots & m_{i_0,1K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{i_0,K1} & \dots & m_{i_0,KK} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{m}_{i_0,1}^T \\ \dots \\ \mathbf{m}_{i_0,K}^T \end{pmatrix},$$



то каждую строку  $\mathbf{m}_{i_0,l}^T$ ,  $l \in \{1, \dots, L\}$  матрицы  $\mathbf{M}_{i_0}$  можно идентифицировать как *псевдорешение* соответствующего матричного уравнения, которое в общем случае является *переопределенным*:

$$\mathbf{Q}_{i_0} \mathbf{m}_{i_0,l} = \mathbf{q}_{i_0+1,l},$$

$$\text{где } \mathbf{Q}_{i_0} = \begin{pmatrix} P_{i_0,1} & \cdots & P_{i_0,M_r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{i_0+K-1,1} & \cdots & P_{i_0+K-1,M_r} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_{i_0+1,l} = (P_{i_0+1,l}; P_{i_0+2,l}; \dots; P_{i_0+L,l})^T.$$

Каждое из указанных  $K$  переопределенных уравнений может быть решено прямым методом после умножения его левой и правой частей на матрицу  $\mathbf{Q}_{i_0}^T$ , а именно:

$$\mathbf{Q}_{i_0}^T \mathbf{Q}_{i_0} \mathbf{m}_{i_0,l} = \mathbf{Q}_{i_0}^T \mathbf{q}_{i_0+1,l}.$$

Это уравнение даёт решение, которое обеспечивает минимальную разность между левой и правой частями исходного переопределенного уравнения в евклидовой метрике (Kuravsky, Greshnikov, 2021). Таким образом, используя избыточную информацию, определяется все элементы идентифицируемой матрицы  $\mathbf{M}_{i_0} = \mathbf{M}$ , которая рассматривается как квазистационарная аппроксимация матриц  $\mathbf{M}_i$  при достаточно короткой последовательности действий оператора  $O$ . Существенно, что система линейных алгебраических уравнений используется для определения не вектора решений, а самой матрицы системы.

Поскольку численный метод идентификации матрицы может не сохранять её стохастичность, после вычисления всех элементов идентифицируемой матрицы  $\mathbf{M}_{i_0} = \mathbf{M}$  следует выполнить нормировку, сохраняющую стохастические свойства:  $\forall l \left( \sum_{k=1}^K m_{kl} = 1 \right)$ .

## Иллюстрация применения рассмотренного подхода

Проиллюстрируем решение указанных основных задач на примере парадигмы культурно-исторической психологии (Рубцов, 2024; Куравский, Одинцов, Михайловский 2025). Для решения задач применялся ИА *DeepSeek*. Включённые в промпты ограничения на количество смысловых компонентов и постулатов сделаны для наглядности демонстрации подхода и не являются принципиальными ( $K = M = 5$ ).

### Промпт 1

Ты — эксперт в области 'Культурно-историческая психология'. Назови ровно 5 ключевых смысловых компонентов этой предметной области.

### Ответ 1

1. Высшие психические функции ( $C_1$ ).
2. Опосредствование ( $C_2$ ).
3. Интериоризация ( $C_3$ ).
4. Зона ближайшего развития ( $C_4$ ).
5. Социальная ситуация развития ( $C_5$ ).



### Промпт 2

Оцени семантическую близость текста к каждому из 5 смысловых компонентов.

Текст: «Сознание формируется через культуру и социальные отношения».

Компоненты:

1. Высшие психические функции
2. Опосредствование
3. Интериоризация
4. Зона ближайшего развития
5. Социальная ситуация развития

Для каждого дай оценку от 0.0 (не связано) до 1.0 (полностью связано).

Формат: только 5 чисел через запятую. Без пояснений.

### Ответ 2

0.8, 0.7, 0.6, 0.3, 0.9

После нормировки: (0.242; 0.212; 0.182; 0.091; 0.273)

### Промпт 3

Ты — эксперт в области 'Культурно-историческая психология'. Сформулируй ровно 5 фундаментальных постулатов этой предметной области. Постулаты — это базовые утверждения, принимаемые без доказательства и служащие основой для построения теоретической системы данной области. Формат: нумерованный список, по одному постулату на строку. Только список, без пояснений.

### Ответ 3

1. Психика человека формируется в процессе социального взаимодействия ( $P_1$ ).
2. Высшие психические функции имеют социальное происхождение ( $P_2$ ).
3. Знаки и символы опосредуют психические процессы ( $P_3$ ).
4. Обучение ведёт за собой развитие ( $P_4$ ).
5. Зона ближайшего развития определяет потенциал обучения ( $P_5$ ).

Для каждого постулата  $P_m$  с помощью промпта  $\mu(P_m)$  (аналогичного промпту 2) вычисляется спектральное разложение по компонентам. Смысловые профили  $\{P_{P_m,k}\}_{k=1}^K$  приведены в табл. 1.

Таблица 1 / Table 1

Смысловые профили  $\{P_{P_m,k}\}_{k=1}^K$  постулатов предметной области  
 Semantic profiles  $\{P_{P_m,k}\}_{k=1}^K$  of postulates of the subject area

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$P_1$	0.268	0.058	0.321	0.259	0.094
$P_2$	0.036	0.257	0.228	0.234	0.245
$P_3$	0.075	0.182	0.091	0.371	0.281
$P_4$	0.191	0.079	0.183	0.189	0.358
$P_5$	0.221	0.293	0.173	0.071	0.243



Центроид  $\Theta$  вычисляется как среднее «сырых» спектральных коэффициентов  $\{c_{P_m,k}\}_{k=1}^K$  по всем  $M = 5$  постулатам:  $\Theta = (0.396; 0.452; 0.515; 0.549; 0.586)$ . Спектральное разложение исследуемого текста  $T$  (промпт 2, применённый к исходному тексту):  $c_{T,k} = (0.709; 0.549; 0.717; 0.495; 0.518)$ , после нормировки:  $p_{T,k} = (0.237; 0.184; 0.240; 0.166; 0.173)$ .

#### Промпт 4

*Сформулируй новое самостоятельное высказывание (1–2 предложения), которое по смыслу противоречит данному тексту, но остаётся в рамках той же предметной области, сохраняя ключевые понятия и изменяя только отношения между ними. Не используй метаязык. Верни только текст нового высказывания, без пояснений.*

#### Ответ 4

*Сознание является врождённым свойством индивида и не зависит от культурного контекста и социального окружения.*

Смысловый спектр  $\{d_{T,k}\}_{k=1}^K$  отрицания  $\nu(T)$ : (0.442; 0.120; 0.186; 0.125; 0.609).

Смысловый профиль  $\{p_{d,T,k}\}_{k=1}^K$ : (0.298; 0.081; 0.126; 0.084; 0.411).

Оценим корректность текста  $T$ . Семантические расстояния  $\rho(x, P_m)$  для  $x \in \{T, \nu(T)\}$  приведены в табл. 2.

Таблица 2 / Table 2

### Семантические расстояния $T$ и $\nu(T)$ до постулатов Semantic distances $T$ and $\nu(T)$ to postulates

	$\rho(T, P_m)$	$\rho(\nu(T), P_m)$
$P_1$	0.653	0.337
$P_2$	0.246	0.374
$P_3$	0.297	0.758
$P_4$	0.685	0.580
$P_5$	0.723	0.682
$\Sigma$	2.604	2.731

Расстояния  $T$  и  $\nu(T)$  до центроида составляют, соответственно, 0.706 и 0.739. При этом  $T$  ближе к постулатам, чем  $\nu(T)$ : суммарные расстояния составляют, соответственно, 2.604 и 2.731. Таким образом, по обоим критериям корректным следует признать текст  $T$ , а не его отрицание  $\nu(T)$ .

Получим оценку стохастической матрицы  $\mathbf{M}$  для оператора  $O$ , представляющего промпт «Выполни переформулировку входного текста по следующим правилам: каждый абстрактный тезис преобразуй в конкретное действие с явным субъектом и глаголом; теоретические обобщения замени на измеримые шаги или примеры; структуру, тон и объём оригинала сохрани.» при  $K = 5$  и  $L = 10$ .



Последовательность смысловых профилей  $\{P_{T,k}\}_{k=1}^K$ , полученная в результате десятикратного применения оператора  $O$ , приведена в табл. 3.

Таблица 3 / Table 3

**Последовательность смысловых профилей  $\{P_{T,k}\}_{k=1}^K$ , полученная в результате десятикратного применения оператора  $O$**   
**The sequence of semantic profiles  $\{P_{T,k}\}_{k=1}^K$  obtained as a result of tenfold application of the operator  $O$**

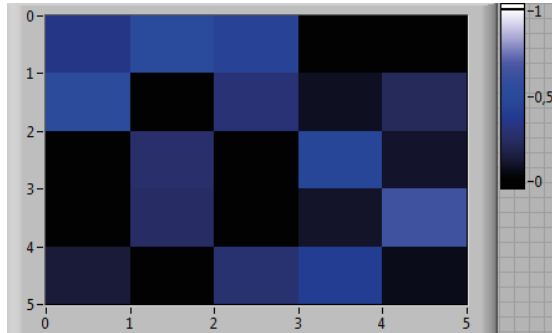
	$P_{T,1}$	$P_{T,2}$	$P_{T,3}$	$P_{T,4}$	$P_{T,5}$
0	0.627	0.286	0.034	0.031	0.023
1	0.530	0.281	0.077	0.052	0.060
2	0.483	0.259	0.096	0.095	0.068
3	0.460	0.262	0.092	0.082	0.105
4	0.418	0.239	0.106	0.132	0.105
5	0.363	0.244	0.145	0.116	0.133
6	0.358	0.225	0.145	0.131	0.141
7	0.335	0.234	0.131	0.161	0.140
8	0.309	0.217	0.165	0.168	0.141
9	0.296	0.214	0.169	0.150	0.171
10	0.281	0.243	0.156	0.165	0.155

Оценка стохастической матрицы  $M$ , соответствующей указанной последовательности смысловых профилей, приведена в табл. 4 и на рис. 2. Собственные значения матрицы  $M$  с комментариями приведены в табл. 5 и на рис. 3.

Таблица 4 / Table 4

**Оценка стохастической матрицы  $M$  для оператора  $O$**   
**Estimation of the stochastic matrix  $M$  for the operator  $O$**

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
$C_1$	0.336	0.501	0.431	0.000	0.000
$C_2$	0.539	0.000	0.288	0.075	0.212
$C_3$	0.000	0.260	0.000	0.451	0.093
$C_4$	0.000	0.239	0.000	0.090	0.634
$C_5$	0.125	0.000	0.281	0.383	0.061

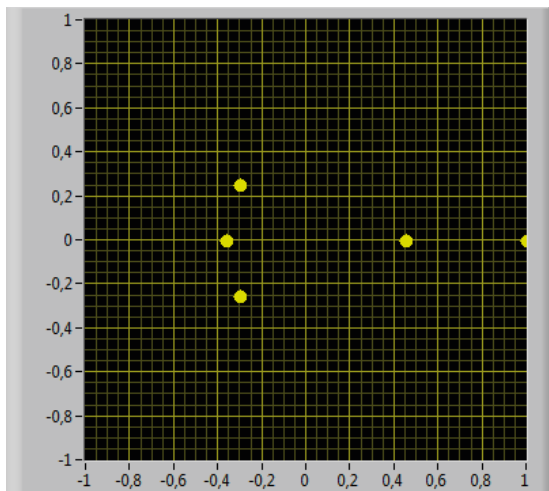


**Рис. 2.** Оценка стохастической матрицы  $M$  для оператора  $O$  в цветовой шкале  
**Fig. 2.** Estimation of the stochastic matrix  $M$  for the operator  $O$  in the color scale

Таблица 5 / Table 5

**Собственные значения матрицы  $M$**   
**Eigenvalues of the matrix  $M$**

Собственное значение	Комментарий
1.000	Тождественное преобразование
0.452	Сжатие с коэффициентом 0.452
$-0.301 \pm 0.253i$	Вращение по спирали со сжатием с коэффициентом 0.393
-0.361	Сжатие с коэффициентом 0.361



**Рис 3.** Собственные значения матрицы  $M$  на комплексной плоскости  
**Fig. 3.** Eigenvalues of the matrix  $M$  on the complex plane



## Основные выводы и результаты

1. Предложен новый подход к автоматизации практического использования ИА, позволяющий решать следующие задачи:
  - выявлять «галлюцинации», генерируемые ИА;
  - анализировать и интерпретировать тексты из заданной предметной области исходя из их смыслового профиля (прямая задача);
  - анализировать и интерпретировать промпты исходя из заданного ими изменения смысловых профилей (прямая задача);
  - конструировать тексты, имеющие заданный смысловой профиль (обратная задача);
  - конструировать промпты, обеспечивающие заданное преобразование смысловых профилей (обратная задача).
2. Предложенный подход предполагает выявление с помощью ИА в заданной предметной области смысловых компонентов и постулатов, с последующим вычислением смысловых спектров исследуемых текстов и постулатов в базе полученных смысловых компонентов, также выполняемым с помощью ИА. Смысловые спектры и профили являются основой для количественных сравнений по заданным критериям.
3. Множество допустимых исследуемых текстов формально рассматривается как пространство дискретных распределений вероятностей, замкнутое относительно действия стохастических матриц. Эти матрицы представляют заданные промптами и реализуемые с помощью ИА трансформации смысловых профилей, которые содержательно интерпретируются путём их декомпозиции в инвариантных подпространствах смысловых компонентов.
4. Особенности применения предложенного подхода проиллюстрированы в рамках парадигмы культурно-исторической психологии.

## Список источников / References

1. Воеводин, В.В., Кузнецов, Ю.А. (1984). Матрицы и вычисления. М.: Наука, Главная редакция физ.-мат. литературы.  
Voevodin, V.V., & Kuznetsov, Yu. A. (1984). *Matritsy i vychisleniya* [Matrices and computations]. Nauka, Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury. (In Russ.)
2. Куравский, Л.С., Юрьев, Г.А., Златомрежев, В.И. (2019). Новые подходы к оцениванию работы операторов сложных технических систем. *Экспериментальная психология*, 12(4), 27–49. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2019120403>  
Kuravsky, L.S., Yuryev, G.A., Zlatomrezhev, V.I. (2019). New approaches for assessing the activities of operators of complex technical systems. *Experimental Psychology (Russia)*, 12(4), 27–49. <https://doi.org/10.17759/exppsy.2019120403>
3. Куравский, Л.С., Одинцов, Д.А., Михайловский, М.А. (2025). Эволюционные алгоритмы подбора запросов и проверки корректности ответов интеллектуальных ассистентов. *Моделирование и анализ данных*, 15(4), 7–26. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150401>



- Kuravsky, L.S., Odintsov, D.A., Mikhailovsky, M.A. (2025). Evolutionary algorithms to generate prompts and verify responses of intelligent assistants. *Modelling and Data Analysis*, 15(4), 7–26. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150401>
4. Рубцов, В.В. (2020). Два подхода к проблеме развития в контексте социальных взаимодействий: Л.С. Выготский vs Ж. Пиаже. *Культурно-историческая психология*, 16(3), 5–14. <https://doi.org/10.17759/chp.2020160302>  
Rubtsov, V.V. (2020). Two Approaches to the Problem of Development in the Context of Social Interactions: L.S. Vygotsky vs J. Piaget. *Cultural-Historical Psychology*, 16(3), 5–14. <https://doi.org/10.17759/chp.2020160302>
  5. Рубцов, В.В. (2024). Социально-генетическая психология учебных взаимодействий (избранные статьи, выступления, проекты): в 2 т. М.: ИД «Городец».  
Rubtsov, V.V. (2024). *Sotsial'no-geneticheskaya psikhologiya uchebnykh vzaimodeistvii* (Izbrannye stat'i, vystupleniya, proekty) [Social-genetic psychology of educational interactions: Selected articles, presentations, and projects] (Vols. 1–2). Gorodets Publishing House. (In Russ.)
  6. Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I. (2021). Optimizing the Mutual Arrangement of Pilot Indicators on an Aircraft Dashboard and Analysis of This Procedure from the Viewpoint of Quantum Representations. *Journal of Applied Engineering Science*, 19(4), 910–919. <https://doi.org/10.5937/jaes0-31855>
  7. Kuravsky, L.S., Greshnikov, I.I., Yuryev, G.A., Zlatomrezhev, V.I. (2023). Synthesis of Civil Aircraft Control Using Empirical Data and Quantum Filtering. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 44(6), 2079–2100. <https://doi.org/10.1134/S1995080223060276>
  8. Lancaster, P., Tismenetsky, M. (1985). *The Theory of Matrices: With Applications*. Amsterdam: Elsevier.
  9. Wilkinson, J.H. (1988). *The Algebraic Eigenvalue Problem*. Oxford: Clarendon Press.

### **Информация об авторах**

*Куравский Лев Семенович*, доктор технических наук, профессор, декан факультета информационных технологий Московского государственного психолого-педагогического университета (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3375-8446>, e-mail: [l.s.kuravsky@gmail.com](mailto:l.s.kuravsky@gmail.com)

*Михайловский Михаил Александрович*, лаборант-исследователь, магистрант, факультет информационных технологий Московского государственного психолого-педагогического университета (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7399-2800>, e-mail: [muxa172002@yandex.ru](mailto:muxa172002@yandex.ru)

*Одинцов Дмитрий Алексеевич*, студент, факультет информационных технологий Московского государственного психолого-педагогического университета (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-7082-700X>, e-mail: [dmitriyodintsov101@gmail.com](mailto:dmitriyodintsov101@gmail.com)

### **Information about the authors**

*Lev. S. Kuravsky*, Doctor of Science (Engineering), Professor, Dean of Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3375-8446>, e-mail: [l.s.kuravsky@gmail.com](mailto:l.s.kuravsky@gmail.com)



*Michael A. Mikhailovsky*, Research Assistant, Master's student, Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7399-2800>, e-mail: [muxa172002@yandex.ru](mailto:muxa172002@yandex.ru)

*Dmitry A. Odintsov*, student, Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0009-0008-7082-700X>, e-mail: [dmitriyodintsov101@gmail.com](mailto:dmitriyodintsov101@gmail.com)

### ***Вклад авторов***

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### ***Contribution of the authors***

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 01.05.2026

Поступила после рецензирования 10.05.2026

Принята к публикации 12.05.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.05.01

Revised 2026.10.05

Accepted 2026.05.12

Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 004.85:004.932

## Режимы адаптации заранее обученных нейросетей в задаче классификации визуально близких классов: эксперимент на наборе PlantVillage

А.С.А. Мутхана<sup>1</sup> ✉, Е.В. Ляпунцова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»» (НИТУ МИСИС)  
Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup> Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (ФГАОУ ВО «МГТУ им. Н.Э. Баумана»)  
Москва, Российская Федерация  
✉ [adammadam265@gmail.com](mailto:adammadam265@gmail.com)

### Резюме

Классификация визуально близких категорий остается одной из наиболее трудных задач анализа изображений, поскольку межклассовые различия часто малы, а внутриклассовая вариативность, напротив, велика. Цель исследования состояла в оценке того, как режим адаптации заранее обученной нейросетевой модели влияет на качество распознавания в задаче высокой визуальной сложности при фиксированной архитектуре и единых условиях эксперимента. Рабочая гипотеза предполагала, что частичное дообучение верхних слоев заранее обученной сверточной нейронной сети даст более высокий результат, чем режим, при котором сверточная основа остается замороженной, а обучение затрагивает только завершающий классификационный блок. В качестве стандартизированного испытательного полигона использован открытый набор PlantVillage, включающий 54 303 изображения и 38 классов; предметная область набора рассматривалась как удобная модель сложной классификации визуально близких состояний. Базовой архитектурой служила MobileNetV3Small. Сопоставлялись два режима адаптации: замороженная сверточная основа и частичное дообучение верхней части признакового ядра. Основным результатом получен при частичном дообучении: точность на проверочной части выборки возросла с 0,9707 до 0,9816, а значение функции потерь снизилось с 0,0929 до 0,0576. Поклассовый анализ



лучшей модели на итоговой части выборки показал, что у 33 из 38 классов мера F1 превысила 0,95; наибольшие трудности возникли в группах с высокой визуальной близостью, где минимальные значения меры F1 составили 0,8889 и 0,9078. Научная новизна исследования заключается не в самой идее частичного дообучения заранее обученной сверточной сети, поскольку данный подход широко применяется в задачах компьютерного зрения, а в экспериментальном сопоставлении двух режимов адаптации MobileNetV3Small в строго одинаковых условиях на наборе PlantVillage. Полученные результаты показывают, что для выбранной архитектуры, фиксированного разбиения данных и задачи классификации визуально близких классов частичное дообучение верхней части признакового ядра обеспечивает более высокое качество распознавания и формирует содержательно интерпретируемую структуру ошибок.

**Ключевые слова:** обучение с переносом, режимы адаптации нейросетей, сверточные нейронные сети, частичное дообучение, классификация изображений, визуально близкие классы, анализ ошибок, межклассовые смещения, стандартизированный набор данных, PlantVillage

**Для цитирования:** Мутхана, А.С.А., Ляпунцова, Е.В. (2026). Режимы адаптации заранее обученных нейросетей в задаче классификации визуально близких классов: эксперимент на наборе PlantVillage. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 127–145. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160207>

## Adaptation regimes of pretrained neural networks in visually proximate class classification: evidence from the PlantVillage benchmark

A.S. A.Muthana<sup>1</sup> ✉, E.V. Lyapunтова<sup>2</sup>

<sup>1</sup> National University of Science and Technology MISIS (NUST MISIS)  
Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup> Bauman Moscow State Technical University  
(FSAEI HE Bauman Moscow State Technical University)  
Moscow, Russian Federation

✉ [adamdam265@gmail.com](mailto:adamdam265@gmail.com)

### Abstract

Classifying visually proximate categories remains a difficult problem in image analysis because inter-class differences are often small, whereas intra-class variability is substantial. The aim of the study was to evaluate how the adaptation regime of a pretrained neural network affects performance in a high-complexity recognition task under a fixed architecture and identical experimental conditions. The working hypothesis assumed that partial fine-tuning of the upper layers of a pretrained convolutional neural network would outperform a regime in which the convolutional



backbone remains frozen and only the final classification block is trained. The open PlantVillage dataset, containing 54,303 images and 38 classes, was used as a standardized benchmark; its subject domain was treated as a convenient testbed for complex classification of visually similar states. MobileNetV3Small served as the base model. Two adaptation regimes were compared: a frozen convolutional backbone and partial fine-tuning of the upper part of the feature extractor. The main gain was achieved with partial fine-tuning: validation accuracy increased from 0.9707 to 0.9816, while validation loss decreased from 0.0929 to 0.0576. Class-wise analysis on the independent test split showed that the F1-score exceeded 0.95 for 33 of 38 classes, whereas the lowest values, 0.8889 and 0.9078, were observed in groups with high visual similarity. The scientific novelty does not lie in the general idea of partial fine-tuning of a pretrained convolutional network, since this approach is widely used in computer vision, but in the controlled experimental comparison of two MobileNetV3Small adaptation regimes under identical conditions on the PlantVillage dataset. The results show that, for the selected architecture, fixed data split, and visually proximate class classification task, partial fine-tuning of the upper part of the feature extractor improves recognition quality and produces an interpretable error structure.

**Keywords:** transfer learning, neural network adaptation regimes, convolutional neural networks, partial fine-tuning, image classification, visually proximate classes, error analysis, inter-class confusion, benchmark dataset, PlantVillage

**For citation:** Muthana, A.S.A., Lyapunsova, E.V. (2026). Adaptation regimes of pretrained neural networks in visually proximate class classification: evidence from the PlantVillage benchmark. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 127–145. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160207>

## Введение

Классификация визуально близких категорий относится к числу наиболее трудных задач компьютерного зрения, когда различия между классами малы, а вариативность внутри класса заметна даже при стандартизированной съемке. В обзорах (Ramanjot et al., 2023) и (Pascal et al., 2024) подобные постановки рассматриваются как характерная зона напряжения для современных моделей глубокого обучения, поскольку итоговое качество здесь определяется не только архитектурой сети, но и способом ее адаптации к целевому набору данных.

Открытые коллекции изображений листьев растений удобны в качестве экспериментального полигона для анализа таких режимов адаптации. Наборы этого типа объединяют достаточно большое число классов, выраженную межклассовую близость и хорошо формализованную разметку, благодаря чему позволяют исследовать поведение модели в задаче тонкого различения визуальных состояний. В обзоре (Zhao et al., 2025) подчеркивается, что именно сходство текстурных, цветовых и морфологических признаков делает подобные данные полезными для проверки устойчивости алгоритмов распознавания.



Перенос обучения в рассматриваемой постановке важен прежде всего как механизм повторного использования ранее сформированного признакового пространства. Практический вопрос заключается не в самой возможности переноса, а в выборе режима адаптации заранее обученной сети: оставить сверточную основу неизменной либо открыть часть слоев для последующей настройки. Работа (Richter, Kim, 2025) показывает, что глубина такой адаптации заметно влияет на итоговое качество даже при использовании одних и тех же открытых наборов данных, а (Shafik et al., 2024) связывает эффективность подхода с тем, насколько точно модель подстраивается под специфику целевого визуального материала.

Стандартизированные наборы изображений дают удобную среду для сопоставления моделей, однако интерпретация результатов требует аккуратности. Контролируемый фон, крупный план объекта и ограниченное число внешних помех упрощают задачу классификации по сравнению с более сложными сценариями распознавания, где присутствуют доменный сдвиг, вариативность ракурсов и неоднородное освещение. По этой причине исследовательский интерес в данной работе сосредоточен на сравнении режимов адаптации в одинаковых условиях, а предметная область набора данных используется как воспроизводимый пример задачи высокой визуальной сложности.

Цель исследования заключается в оценке влияния режима адаптации заранее обученной нейросетевой модели на качество классификации визуально близких классов при фиксированной архитектуре и единых экспериментальных условиях. Рабочая гипотеза состоит в том, что частичное дообучение верхних слоев заранее обученной сверточной нейронной сети обеспечит более высокое качество распознавания по сравнению с режимом, при котором изменяется только завершающий классификационный блок. Для проверки гипотезы сопоставление проводится на одной архитектуре, одном стандартизированном наборе изображений, фиксированном разбиении выборки и общей системе показателей качества.

Задачи исследования:

1. Охарактеризовать применимость обучения с переносом к задаче классификации визуально близких классов на основе недавних научных публикаций (Ramanjot et al., 2023; Pacal et al., 2024; Zhao et al., 2025; Shafik et al., 2024; Richter, Kim, 2025);
2. Реализовать два режима адаптации заранее обученной сверточной модели, включающие замороженную сверточную основу и частичное дообучение верхней части сети;
3. Сравнить полученные модели по точности, функции потерь и поклассовым показателям качества, а также выявить группы классов, в которых межклассовое смешение проявляется наиболее отчетливо.

## Материалы и методы

Каталог TensorFlow Datasets (TensorFlow, 2024a) фиксирует для набора PlantVillage 54 303 изображения, распределенные по 38 классам. В настоящем исследовании этот набор использовался не как источник данных для прикладной агрономической



экспертизы, а как стандартизированный испытательный полигон для анализа режимов адаптации нейросетей в задаче классификации визуально близких категорий. Работа (Rahman, Islam, Islam, 2024) также показывает, что PlantVillage удобен для сопоставления заранее обученных сверточных сетей благодаря воспроизводимой разметке, однородной подаче объекта и достаточному числу классов. В исследование была включена версия набора без категории Background\_without\_leaves, используемая в реализации TensorFlow Datasets.

Таблица 1 / Table 1

**Характеристики экспериментального набора  
данных и схема разбиения выборки**  
**Characteristics of the experimental dataset and sample splitting scheme**

Показатель	Значение
Набор данных	PlantVillage
Общее число изображений	54 303
Число категорий	38
Исходный размер изображения	$256 \times 256 \times 3$
Рабочий размер изображения	$224 \times 224 \times 3$
Обучающая часть	38 012
Проверочная часть	8 146
Итоговая часть	8 145
Доля обучающей части, %	70,0
Доля проверочной части, %	15,0
Доля итоговой части, %	15,0
Фиксированное начальное состояние генератора	42

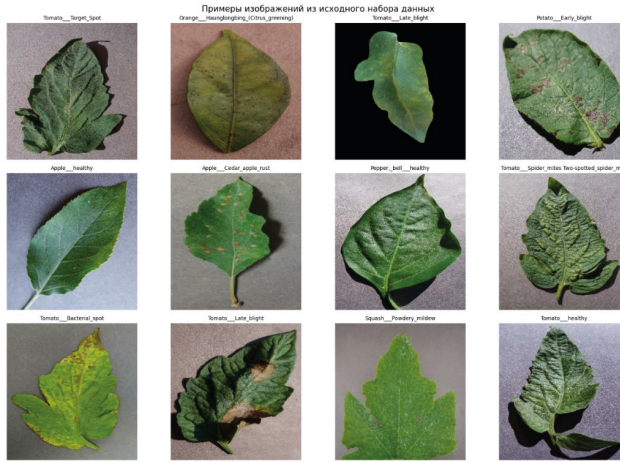
*Примечание:* Численность частей выборки получена при однократном воспроизводимом разбиении полного набора данных.

Визуальный материал набора демонстрирует удобную для сравнительного эксперимента структуру: объект занимает основную часть кадра, фон остается сравнительно однородным, а межклассовые различия задаются сочетанием текстурных, цветовых и морфологических признаков. Подобная конфигурация делает PlantVillage полезным стандартным набором для проверки того, как режим адаптации нейросети влияет на качество классификации в условиях высокой визуальной близости классов. Сопоставимые выводы о роли стандартизированных открытых наборов данных в задачах тонкого различения изображений приводятся в (Yang et al., 2024; Sambana et al., 2025). Фрагменты исходных изображений приведены на рис. 1.

Предобработка включала изменение размера изображений до  $224 \times 224$  точек, приведение массива пикселей к типу float32 и сохранение естественного диапазона яркости от 0 до 255. Официальная документация TensorFlow для MobileNetV3Small (TensorFlow, 2024b) указывает, что при включенной встроенной предобработке модель принимает именно такой диапазон входных значений, поэтому отдельная

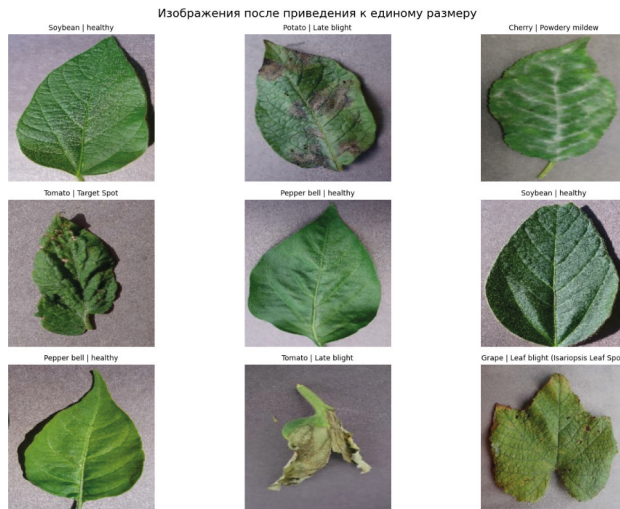


внешняя нормализация до интервала от  $-1$  до  $1$  не выполнялась. Результат предобработки показан на рис. 2; после уменьшения разрешения классово значимые визуальные признаки, включая границы локальных изменений, цветовые переходы и особенности текстуры, сохранились в различимом виде.



**Рис. 1.** Примеры исходных изображений листьев из экспериментального набора данных PlantVillage

**Fig. 1.** Examples of original leaf images from the experimental PlantVillage dataset



**Рис. 2.** Примеры изображений после предобработки и приведения к единому размеру

**Fig. 2.** Examples of images after preprocessing and resizing to a unified format



Разбиение на обучающую, проверочную и итоговую части проводилось однократно, в воспроизводимом порядке, с фиксированным начальным состоянием генератора случайных чисел. Контроль репрезентативности выполнялся через максимальное отклонение доли класса в каждой части выборки от доли того же класса в полном наборе данных. Величина такого отклонения вычислялась по формуле (1); для обучающей части она составила 0,131 процентного пункта, для проверочной 0,448, для итоговой 0,608, что позволяет считать распределение классов достаточно близким к исходному.

$$D_s = \max_{1 \leq c \leq C} |p_{c,s} - p_c| \quad (1)$$

где  $D_s$  — максимальное отклонение доли класса в части выборки  $s$ ;  $C$  — число классов;  $p_{c,s}$  — доля класса  $c$  в части выборки  $s$ ;  $p_c$  — доля класса  $c$  в полном наборе данных.

Базовой архитектурой выбрана MobileNetV3Small (TensorFlow, 2024b), поскольку официальная реализация TensorFlow поддерживает предварительно обученные веса ImageNet и входной размер  $224 \times 224$ , а вычислительная сложность модели остается умеренной для бесплатной среды Google Colab. Работы (Rahman, Islam, Islam, 2024; Yang et al., 2024; Sambana et al., 2025) показывают, что заранее обученные сверточные сети способны сохранять высокий уровень качества и при сравнительно компактной архитектуре, если режим адаптации к целевому набору данных выбран корректно.

Таблица 2 / Table 2

### Параметры двух режимов адаптации заранее обученной нейросетевой модели Parameters of two adaptation regimes for a pretrained neural network model

Параметр	Режим 1: замороженная сверточная основа	Режим 2: частичное дообучение
Базовая архитектура	MobileNetV3Small	MobileNetV3Small
Предварительно обученные веса	ImageNet	ImageNet
Размер входного изображения	$224 \times 224 \times 3$	$224 \times 224 \times 3$
Изменяемая часть сети	Только классификационный блок	Классификационный блок и верхняя часть сверточной основы
Число открываемых верхних слоев сверточной основы	0	40*
Слой глобального усреднения	Да	Да
Слой пакетной нормализации	Да	Да
Слой случайного отключения части нейронов	0,30	0,30
Выходной слой	38 классов, softmax	38 классов, softmax
Алгоритм оптимизации	Adam	Adam



Параметр	Режим 1: замороженная сверточная основа	Режим 2: частичное дообучение
Скорость обучения	0,001	0,00001
Максимальное число эпох	5	5
Критерий сохранения лучшей модели	Точность на проверочной части	Точность на проверочной части
Досрочная остановка	patience = 2	patience = 2

Примечание. При частичном дообучении для адаптации рассматривались последние 40 слоев сверточной основы MobileNetV3Small. Слои пакетной нормализации внутри этой группы сохранялись в замороженном состоянии, поэтому фактически обновлялись параметры 32 слоев сверточной основы.

Использование одной и той же базовой сети в обоих экспериментальных режимах позволило исключить влияние архитектурного фактора и свести сравнение к глубине последующей настройки модели.

Поверх сверточной основы размещались слой глобального усреднения по пространственным координатам, слой пакетной нормализации, слой случайного отключения части нейронов с вероятностью 0,30 и выходной полносвязный слой на 38 классов с функцией softmax, задающей нормированное распределение вероятностей по категориям. Первый режим обучения изменял только параметры завершающего классификационного блока. Во втором режиме для адаптации открывались последние 40 слоев сверточной основы MobileNetV3Small, однако слои пакетной нормализации внутри этой группы оставались замороженными. Поэтому число фактически дообучаемых слоев сверточной основы составило 32, что позволяет сохранить стабильность статистик Batch Normalization и одновременно адаптировать верхние признаки модели к целевому набору изображений; аналогичная рекомендация приводится в руководстве TensorFlow по дообучению (Chollet, 2023).

Проверочная часть использовалась для выбора лучшей эпохи и контроля остановки обучения, а итоговая часть полностью исключалась из настройки модели и применялась только на завершающем этапе сравнения. Сохранение лучшей версии выполнялось по точности на проверочной части, досрочная остановка включалась при отсутствии улучшения в течение двух эпох. Практика поэтапного перехода от замороженной сверточной основы к аккуратному частичному дообучению регулярно применяется и в недавних работах по диагностике болезней растений (Chollet, 2023; Sambana et al., 2025).

Оценка качества строилась на общей точности классификации, точности, полноте и мере F1 с макроусреднением, а также на значении функции потерь перекрестной энтропии. Макроусреднение выбрано по причине заметной неравномерности классов: часть категорий содержала менее 50 изображений, тогда как классы Orange | Haunglongbing и Tomato | Tomato Yellow Leaf Curl Virus включали более 800 наблюдений. Дополнительно рассчитывались взвешенные варианты показателей и покласовые метрики для лучшей модели.



$$\text{Accuracy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I\left(\hat{y}_i = y_i\right) \quad (2)$$

где Accuracy — доля правильно распознанных изображений;  $N$  — число изображений в оцениваемой выборке;  $y_i$  — истинная метка  $i$ -го изображения;  $\hat{y}_i$  — метка, предсказанная моделью;  $I\left(\hat{y}_i = y_i\right)$  — индикатор правильного распознавания.

$$\text{Precision}_{\text{macro}} = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C \frac{TP_c}{TP_c + FP_c} \quad (3)$$

где  $\text{Precision}_{\text{macro}}$  — точность с макроусреднением;  $C$  — число классов;  $TP_c$  — число истинно положительных решений для класса  $c$ ;  $FP_c$  — число ложноположительных решений для класса  $c$ .

$$\text{Recall}_{\text{macro}} = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C \frac{TP_c}{TP_c + FN_c} \quad (4)$$

где  $\text{Recall}_{\text{macro}}$  — полнота с макроусреднением;  $FN_c$  — число ложноотрицательных решений для класса  $c$ ; остальные обозначения совпадают с формулой (3).

$$F1_{\text{macro}} = \frac{1}{C} \sum_{c=1}^C \frac{2 \cdot \text{Precision}_c \cdot \text{Recall}_c}{\text{Precision}_c + \text{Recall}_c} \quad (5)$$

где  $F1_{\text{macro}}$  — мера F1 с макроусреднением;  $\text{Precision}_c$  — точность для класса  $c$ ;  $\text{Recall}_c$  — полнота для класса  $c$ ;  $C$  — число классов.

$$L = -\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{c=1}^C y_{ic} \ln p_{ic} \quad (6)$$

где  $L$  — значение функции потерь перекрестной энтропии;  $N$  — число изображений в пакете или выборке;  $C$  — число классов;  $y_{ic}$  — индикатор принадлежности  $i$ -го изображения классу  $c$ ;  $p_{ic}$  — предсказанная вероятность принадлежности  $i$ -го изображения классу  $c$ .

Матрица ошибок использовалась для интерпретации структуры неверных решений после выбора лучшей модели. Подобный разбор особенно важен в задаче распознавания листовых заболеваний, где визуально близкие симптомы, например разные виды пятнистости или ожога листа, могут давать высокую общую точность и одновременно создавать локальные зоны межклассового смешения (Yang et al., 2024; Sambana et al., 2025). Переход от общей точности к поклассовому анализу позволял рассматривать качество модели не как единое число, а как распределение успешных и проблемных случаев внутри всей таксономии заболеваний.



## Результаты

Сопоставление двух режимов адаптации показало, что частичное дообучение верхней части заранее обученной сети дало более высокий результат, чем обучение одного классификационного блока. По данным табл. 3 точность на проверочной части выросла с 0,9707 до 0,9816, а значение функции потерь снизилось с 0,0929 до 0,0576. Прирост составил 1,09 процентного пункта при той же базовой архитектуре, том же наборе данных и неизменной схеме разбиения выборки. Следует учитывать, что сравнение выполнено при одном фиксированном разбиении выборки и одном воспроизводимом запуске эксперимента, поэтому полученный прирост рассматривается как практически значимый результат в рамках заданного экспериментального контура, а не как окончательная статистическая оценка устойчивости эффекта. Для более строгой проверки в дальнейшем целесообразно выполнить несколько повторных запусков с разными начальными состояниями генератора случайных чисел и рассчитать доверительные интервалы для итоговых метрик. Значения подобного порядка для контролируемых наборов изображений листьев приводятся и в недавних работах (Natarajan, Chakrabarti, Margala, 2024; Aboelenin et al., 2025), однако в них использовались другие конфигурации классов и иные экспериментальные постановки, поэтому прямое численное сопоставление допустимо только с оговорками.

Таблица 3 / Table 3

### Сопоставление двух режимов переноса обучения по результатам на проверочной части Comparison of two modes of learning transfer based on the results of the testing part

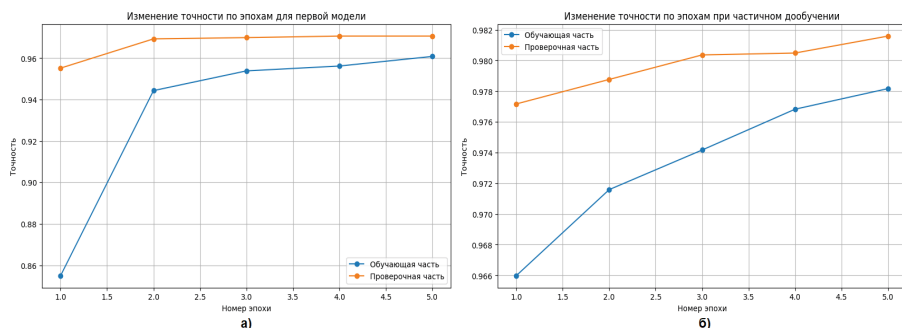
Показатель	Замороженная сверточная основа	Частичное дообучение	Изменение
Общее число параметров	963 350	963 350	0
Число настраиваемых параметров	23 078	731 054	+707 976
Число ненастраиваемых параметров	940 272	232 296	-707 976
Число фактически дообучаемых слоев в сверточной основе	0	32	+32
Число верхних слоев сверточной основы, выбранных для адаптации	0	40	+40
Лучшая эпоха	4	5	+1
Точность на проверочной части	0,9707	0,9816	+1,09 п.п.
Функция потерь на проверочной части	0,0929	0,0576	-0,0353

*Примечание:* Для обоих режимов использовалась архитектура MobileNetV3Small; различался только способ адаптации заранее обученной сверточной основы. Во втором режиме для адаптации была выбрана верхняя группа из 40 слоев, однако слои пакетной нормализации не обновлялись, поэтому фактически дообучались 32 слоя сверточной основы.



Рост качества по эпохам имел различный характер. Режим с замороженной сверточной основой быстро вышел на плато: основная часть прироста пришлась на первые две эпохи, после чего улучшение стало минимальным. Частичное дообучение сохраняло поступательное движение до пятой эпохи, а кривая функции потерь убывала более ровно. Графики обучения, приведенные на рис. 3 и рис. 4, показывают отсутствие заметного расхождения между обучающей и проверочной частями, что указывает на устойчивую настройку модели в пределах выбранного экспериментального контура.

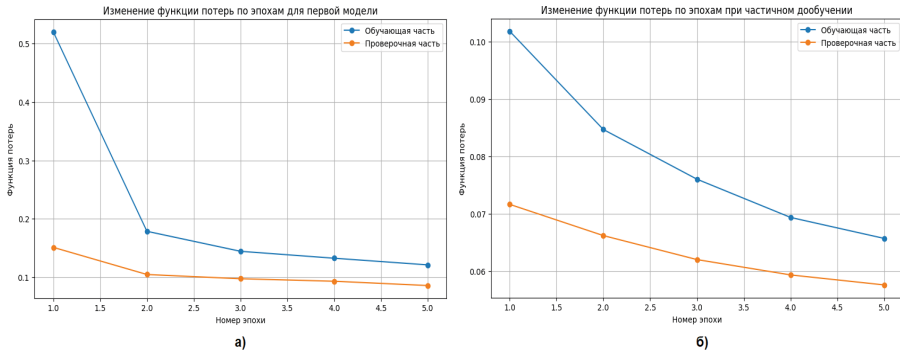
Поклассовый расчет для лучшей модели позволил оценить качество уже на независимой итоговой части выборки через показатели, заданные формулами (2) — (6). Расчет по данным итоговой классификации дал общую точность около 0,9843, макроусредненную меру F1 около 0,9792 и взвешенную меру F1 около 0,9842. Разница между макроусредненными и взвешенными значениями оказалась небольшой, хотя более низкая макроусредненная полнота отразила наличие нескольких классов, в которых распознавание шло заметно труднее. Обзор (Salka et al., 2025) связывает подобные локальные просадки с высокой визуальной близостью классов, неравномерностью выборки и особенностями стандартизированных наборов изображений.



**Рис. 3.** Динамика точности на обучающей и проверочной частях данных при двух режимах переноса обучения: а — замороженная сверточная основа; б — частичное дообучение

**Fig. 3.** Accuracy dynamics on the training and validation datasets for two transfer learning modes: a — frozen convolutional base; b — partial retraining

Распределение поклассовых показателей оказалось содержательно неоднородным. Наиболее высокие значения меры F1 зафиксированы у классов Squash | Powdery mildew, Blueberry | healthy, Apple | Black rot, Grape | healthy и Orange | Haunglongbing, где распознавание приближалось к безошибочному уровню. Проблемная зона сместилась к группам с высокой визуальной близостью: минимальные значения меры F1 наблюдались у классов Corn | Cercospora leaf spot Gray leaf spot, Tomato | Early blight, Potato | healthy, Corn | Northern Leaf Blight и Tomato | Target Spot. С методической точки зрения здесь важен сам факт локального снижения качества в трудных зонах пространства признаков.



**Рис. 4.** Динамика функции потерь на обучающей и проверочной частях данных при двух режимах переноса обучения: а — замороженная сверточная основа; б — частичное дообучение

**Fig. 4.** Loss dynamics on the training and validation datasets for two transfer learning modes: a — frozen convolutional backbone; b — partial fine-tuning

Таблица 4 / Table 4

**Показатели лучшей модели на итоговой части выборки**  
**Performance of the best model on the final part of the sample**

Показатель	Значение
Общая точность классификации	0,9843
Точность с макроусреднением	0,9812
Полнота с макроусреднением	0,9776
Мера F1 с макроусреднением	0,9792
Точность с взвешенным усреднением	0,9843
Полнота с взвешенным усреднением	0,9843
Мера F1 с взвешенным усреднением	0,9842

Таблица 5 / Table 5

**Наиболее и наименее устойчиво распознаваемые классы лучшей модели**  
**Most and least reliably recognized classes of the best model**

Наиболее устойчивые категории	Число изображений	Мера F1	Наименее устойчивые категории	Число изображений	Мера F1
Squash   Powdery mildew	281	1,0000	Corn   Cercospora leaf spot Gray leaf spot	86	0,8889
Blueberry   healthy	213	1,0000	Tomato   Early blight	145	0,9078
Apple   Black rot	107	1,0000	Potato   healthy	22	0,9302
Grape   healthy	58	1,0000	Corn   Northern Leaf Blight	153	0,9363
Orange   Haunglongbing (Citrus greening)	832	0,9994	Tomato   Target Spot	226	0,9417



Нормированная матрица ошибок лучшей модели представлена на рис. 5. Главная диагональ сохраняет высокую насыщенность почти по всей совокупности классов, однако локальные смещения отчетливо видны у групп с морфологически и текстурно близкими признаками. Наиболее заметный пример связан с классами Corn | Cercospora leaf spot Gray leaf spot и Corn | Northern Leaf Blight. В группе томатных классов основное число ошибок сосредоточилось между Early blight, Late blight, Septoria leaf spot, Target Spot и Spider mites Two-spotted spider mite. Работа (Salka et al., 2025) подчеркивает, что именно сходство локальных визуальных паттернов часто становится основной причиной межклассового смешения в задачах тонкой классификации изображений.

Картина ошибок в табл. 6 показывает, что модель путала прежде всего близкие классы внутри одной морфологически согласованной группы. На первом месте оказалось смешение Corn | Cercospora leaf spot Gray leaf spot с Corn | Northern Leaf Blight, давшее 14 ошибок, или 16,279 % внутри истинного класса. Следом шли пары Tomato | Target Spot и Tomato | Spider mites Two-spotted spider mite, Tomato | Late blight и Tomato | Early blight, Tomato | Early blight и Tomato | Septoria leaf spot. Подобная структура важна для общей интерпретации результатов, поскольку указывает на содержательные зоны трудности в пространстве визуальных признаков, а не на случайный характер ошибок.

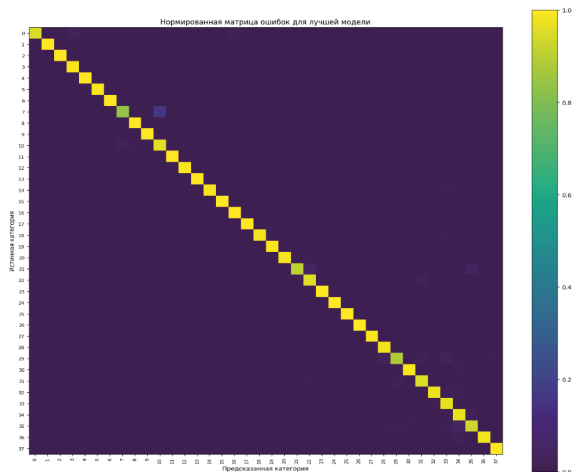


Рис. 5. Нормированная матрица ошибок лучшей модели на итоговой части выборки

Fig. 5. Normalized error matrix of the best model on the final part of the sample



Таблица 6 / Table 6

**Наиболее частые межклассовые смешения  
у лучшей модели в зонах визуальной близости**

**Most frequent inter-class confusions of the best model in zones of visual proximity**

<b>Истинная категория</b>	<b>Предсказанная категория</b>	<b>Количество ошибок</b>	<b>Доля ошибок внутри истинной категории, %</b>
Corn   Cercospora leaf spot Gray leaf spot	Corn   Northern Leaf Blight	14	16,279
Tomato   Target Spot	Tomato   Spider mites Two-spotted spider mite	10	4,425
Tomato   Spider mites Two-spotted spider mite	Tomato   Target Spot	5	2,000
Tomato   Late blight	Tomato   Early blight	5	1,779
Tomato   Early blight	Tomato   Bacterial spot	4	2,759
Tomato   Early blight	Tomato   Septoria leaf spot	4	2,759
Corn   Northern Leaf Blight	Corn   Cercospora leaf spot Gray leaf spot	4	2,614
Potato   Late blight	Tomato   Late blight	4	2,614
Apple   Apple scab	Apple   healthy	3	3,125
Tomato   Early blight	Tomato   Late blight	3	2,069

## Обсуждение результатов

Прирост точности на 1,09 процентного пункта при переходе от замороженной сверточной основы к частичному дообучению имеет методическое значение, поскольку сравнение проводилось на одной архитектуре, одном наборе изображений и при одинаковой схеме разбиения данных. Полученный выигрыш указывает на преимущество более глубокой адаптации модели к целевой задаче в пределах проведенного эксперимента. При этом результат не следует трактовать как универсальное доказательство превосходства fine-tuning для всех наборов изображений и архитектур: устойчивость выявленного эффекта требует проверки на нескольких случайных инициализациях, альтернативных разбиениях и внешних данных. В статье (Dong et al., 2024) влияние режима дообучения также рассматривается как отдельный фактор надежности распознавания, а в работе (Ifikhar et al., 2024) донастройка признакового ядра связывается с улучшением качества на сложных изображениях.

Характер обучения в двух режимах оказался не менее важен, чем итоговые числа. Замороженная сверточная основа быстро вышла на плато, что обычно наблюдается в ситуациях, когда заранее обученные признаки дают сильный старт, однако



перестают достаточно тонко различать близкие категории целевого набора. Частичное дообучение сохранило рост качества до конца обучения, и подобная динамика хорошо согласуется с выводами (Dong et al., 2024), где выбор парадигмы донастройки заметно менял качество классификации в тонких межклассовых различиях. Обзор (Shoaib et al., 2025) также связывает успешность переноса обучения с глубиной адаптации модели к специфике целевого визуального материала.

Распределение ошибок показывает, что слабые места модели сосредоточены в группах с близкой морфологией, текстурой и цветовым рисунком. Наиболее проблемными оказались пары классов, где совпадают локальная структура изменения поверхности, конфигурация очагов и характер цветовых переходов. Обзорные работы (Shoaib et al., 2025; Shafay et al., 2025) описывают ту же закономерность: наилучшие показатели обычно достигаются на контрастных и хорошо отделимых категориях, тогда как сходные по визуальному паттерну классы продолжают создавать зоны межклассового смешения даже у сильных моделей. С методической точки зрения полученная матрица ошибок подтверждает, что эксперимент действительно проверял режимы адаптации в трудной задаче тонкой классификации.

Интерпретация полученных значений требует аккуратности из-за свойств самого набора PlantVillage. Контролируемый фон, крупный план объекта и относительно чистая визуальная сцена упрощают задачу по сравнению с более сложными сценариями распознавания, где присутствуют тени, перекрытия, неоднородное освещение и естественные помехи. В работе (Salman, Muhammad, Nan, 2025) классификация в реальной съемке разбирается именно как случай доменного сдвига, то есть изменения распределения изображений между учебной и практической средой, а обзор (Shafay et al., 2025) рассматривает подобный разрыв как одно из центральных ограничений современной литературы по автоматическому анализу изображений. По этой причине полученный результат корректнее трактовать как доказательство эффективности выбранного режима адаптации в стандартизированной постановке.

Закрытый характер классификации задает еще одну границу применимости проведенного эксперимента. Обученная модель выбирала один из заранее известных классов, тогда как в более общей практике анализа изображений встречаются редкие, смешанные и ранее не представленные в обучении состояния. Исследование (Dong et al., 2024) показывает, что распознавание неизвестных классов требует специальной постановки задачи и отдельной проверки устойчивости, а работа (Salman, Muhammad, Nan, 2025) демонстрирует, насколько сильно меняется поведение модели при переходе к данным из естественной среды. Следующий шаг здесь связан с проверкой лучшего режима дообучения на более сложных внешних наборах данных и с оценкой способности системы корректно выделять случаи, для которых уверенное отнесение к известным классам недопустимо.

## Заключение

Частичное дообучение верхней части заранее обученной сверточной сети обеспечило более высокое качество классификации, чем режим, в котором изменялся



только завершающий классификационный блок. При одинаковой архитектуре, едином наборе данных и фиксированном разбиении выборки точность на проверочной части возросла с 0,9707 до 0,9816, а значение функции потерь снизилось с 0,0929 до 0,0576. Поклассовый анализ лучшей модели показал, что наибольшая устойчивость достигается у хорошо различимых классов, тогда как основные ошибки концентрируются в группах с высокой визуальной близостью.

Научная новизна исследования связана с контролируемым экспериментальным сопоставлением двух режимов адаптации MobileNetV3Small в задаче классификации визуально близких классов набора PlantVillage. В работе не утверждается принципиальная новизна частичного дообучения как метода, поскольку fine-tuning является распространенной практикой применения заранее обученных сверточных сетей. Новым для данной постановки является показанное на единой экспериментальной схеме преимущество частичного дообучения верхней части признакового ядра над режимом извлечения признаков без настройки сверточной основы. Полученный результат важен не только по величине общей точности, но и по структуре ошибок: улучшение проявилось на независимой итоговой части выборки и сопровождалось содержательно объяснимым распределением смещений в трудных зонах пространства признаков. Обзоры последних лет (Upadhyay et al., 2025) и работы по расширению сложных наборов изображений (Zhang et al., 2025) подтверждают, что вопрос обобщающей способности модели и переносимости результата на более сложные данные остается центральным, поэтому вывод о предпочтительности частичного дообучения имеет методическую ценность для построения аналогичных систем анализа изображений.

Практическая значимость работы определяется возможностью использовать предложенную схему адаптации при проектировании систем автоматической классификации изображений, где требуется различать близкие визуальные категории в условиях ограниченного объема целевых данных. Эксперимент на наборе PlantVillage показывает, что даже компактная заранее обученная архитектура способна обеспечить высокий уровень качества, если режим ее последующей настройки выбран корректно. Наиболее осторожного применения требуют группы классов со сходной морфологией и текстурой, поскольку именно там сохраняется основная доля межклассовых смещений.

**Ограничения** исследования связаны с тремя обстоятельствами. Во-первых, итоговая проверка выполнялась на стандартизированном наборе изображений PlantVillage, где фон, масштаб объекта и условия съемки заметно упрощают задачу по сравнению с более сложной визуальной средой. Во-вторых, эксперимент проводился при одном фиксированном разбиении выборки и одном воспроизводимом запуске модели, поэтому величина прироста качества требует дополнительной проверки на повторных запусках с разными начальными состояниями генератора случайных чисел. В-третьих, число изображений в отдельных тестовых классах оставалось небольшим, из-за чего поклассовые оценки для редких категорий получали более дискретный характер и сильнее зависели от единичных ошибок. Расширение пула изображений для редких классов, расчет доверительных интервалов для метрик



и проверка модели на дополнительных независимых источниках данных рассматриваются как первое направление продолжения работы. Второе направление связано с переносимостью результата на более сложные условия съемки: при переходе к данным с тенями, перекрытиями, неоднородным освещением и естественными помехами потребуется повторная проверка устойчивости модели, а при изменении состава классов и структуры входного потока — регулярная переоценка качества на новых данных (Upadhyay et al., 2025; Zhang et al., 2025).

### Список источников / References

1. Aboelenin, S., Elbasheer, F.A., Eltoukhy, M.M., El-Hady, W.M., Hosny, K.M. (2025). A hybrid Framework for plant leaf disease detection and classification using convolutional neural networks and vision transformer. *Complex & Intelligent Systems*, 11, Article 142. <https://doi.org/10.1007/s40747-024-01764-x>
2. Chollet, F. (2023). Transfer learning & fine-tuning. TensorFlow Core. URL: [https://www.tensorflow.org/guide/keras/transfer\\_learning](https://www.tensorflow.org/guide/keras/transfer_learning)(дата обращения: 28.03.2026).
3. Dong, J., Fuentes, A., Zhou, H., Jeong, Y., Yoon, S. et al. (2024). The impact of fine-tuning paradigms on unknown plant disease recognition. *Scientific Reports*, 14, Article 17900. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66958-2>
4. Iftikhar, M., Kandhro, I.A., Kausar, N. et al. (2024). Plant disease management: a fine-tuned enhanced CNN approach with mobile app integration for early detection and classification. *Artificial Intelligence Review*, 57, Article 167. <https://doi.org/10.1007/s10462-024-10809-z>
5. Natarajan, S., Chakrabarti, P., Margala, M. (2024). Robust diagnosis and meta visualizations of plant diseases through deep neural architecture with explainable AI. *Scientific Reports*, 14, Article 13695. URL: <https://doi.org/10.1038/s41598-024-64601-8>
6. Pacal, I., Kunduracioglu, I., Alma, M.H. [et al.]. A systematic review of deep learning techniques for plant diseases // *Artificial Intelligence Review*. 2024. Vol. 57. Art. 304. DOI: 10.1007/s10462-024-10944-7
7. Rahman, M.M., Islam, M.S., Islam, M.N. (2024). Classification of Various Plant Leaf Disease Using Pretrained Convolutional Neural Network On Imagenet. *The Open Agriculture Journal*, 18. <https://doi.org/10.2174/0118743315305194240408034912>
8. Ramanjot, Mittal U., Wadhawan, A. [et al.]. Plant Disease Detection and Classification: A Systematic Literature Review // *Sensors*. 2023. Vol. 23, No. 10. Art. 4769. DOI: 10.3390/s23104769
9. Richter, D.J., Kim, K. Assessing the performance of domain-specific models for plant leaf disease classification: a comprehensive benchmark of transfer-learning on open datasets // *Scientific Reports*. 2025. Vol. 15. Art. 18973. DOI: 10.1038/s41598-025-03235-w
10. Salka, T.D., Hanafi, M.B., Rahman, S.M.S.A., Zulperi, D.B.M., Omar, Z. (2025). Plant leaf disease detection and classification using convolution neural networks model: a review. *Artificial Intelligence Review*, 58, Article 322. <https://doi.org/10.1007/s10462-025-11234-6>
11. Salman, Z., Muhammad, A., Han, D. (2025). Plant disease classification in the wild using vision transformers and mixture of experts. *Frontiers in Plant Science*, 16, Article 1522985. <https://doi.org/10.3389/fpls.2025.1522985>



12. Sambana, B., Nnadi, H.S., Wajid, M.A., Fidelia, N.O., Camacho-Zuñiga, C., Ajuzie, H.D., Onyema, E. M. (2025). An efficient plant disease detection using transfer learning approach. *Scientific Reports*, 15, Article 19082. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-02271-w>
13. Shafay, M., Hassan, T., Owais, M., Hussain, I., Khawaja, S.G. et al. (2025). Recent advances in plant disease detection: challenges and opportunities. *Plant Methods*, 21, Article 140. <https://doi.org/10.1186/s13007-025-01450-0>
14. Shafik W., Tufail A., De Silva Liyanage, C. [et al.]. Using transfer learning-based plant disease classification and detection for sustainable agriculture // *BMC Plant Biology*. 2024. Vol. 24. Art. 136. DOI: 10.1186/s12870-024-04825-y
15. Shoaib, M., Sadeghi-Niaraki, A., Ali, F., Hussain, I., Khalid, S. (2025). Leveraging deep learning for plant disease and pest detection: a comprehensive review and future directions. *Frontiers in Plant Science*, 16, Article 1538163. <https://doi.org/10.3389/fpls.2025.1538163>
16. TensorFlow. (2024). *plant\_village*. TensorFlow Datasets. URL: [https://www.tensorflow.org/datasets/catalog/plant\\_village](https://www.tensorflow.org/datasets/catalog/plant_village)(дата обращения: 28.03.2026).
17. TensorFlow. (2024). *tf.keras.applications.MobileNetV3Small*. TensorFlow v2.16.1 API Documentation. URL: [https://www.tensorflow.org/api\\_docs/python/tf/keras/applications/MobileNetV3Small](https://www.tensorflow.org/api_docs/python/tf/keras/applications/MobileNetV3Small)(дата обращения: 28.03.2026).
18. Upadhyay, A., Chandel, N.S., Singh, K.P., Chakraborty, S.K. Deep learning and computer vision in plant disease detection: a comprehensive review of techniques, models, and trends in precision agriculture. *Artificial Intelligence Review*. 2025. Vol. 58. Art. 92. URL: <https://doi.org/10.1007/s10462-024-11100-x>
19. Yang, B., Li, M., Li, F., Wang, Y., Liang, Q., Zhao, R., Li, C., Wang, J. (2024). A novel plant type, leaf disease and severity identification framework using CNN and transformer with multi-label method. *Scientific Reports*, 14, Article 11664. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-62452-x>
20. Zhang, H.-W., Wang, R.-F., Wang, Z., Su, W.-H. DLCPD-25: A Large-Scale and Diverse Dataset for Crop Disease and Pest Recognition. *Sensors*. 2025. Vol. 25, No. 22. Art. 7098. URL: <https://doi.org/10.3390/s25227098>
21. Zhao, J., Xu, L., Ma, Z. [et al.]. A review of plant leaf disease identification by deep learning algorithms // *Frontiers in Plant Science*. 2025. Vol. 16. Art. 1637241. DOI: 10.3389/fpls.2025.1637241

### ***Информация об авторах***

*Мутхана Али Салем Али*, аспирант, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС»» (НИТУ МИСИС), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4304-7469>, e-mail: [adammadam265@gmail.com](mailto:adammadam265@gmail.com)

*Елена Вячеславовна Ляпунцова*, доктор технических наук, профессор кафедры «Инновационное предпринимательство» Московский государственный технический университет имени Николая Эрнестовича Баумана (ФГАОУ ВО «МГТУ им. Н.Э. Баумана»), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3420-3805>, e-mail: [lev86@bmstu.ru](mailto:lev86@bmstu.ru)



### ***Information about the authors***

*Muthana Ali Salem Ali*, graduate student, National University of Science and Technology MISIS (NUST MISIS), ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4304-7469>, e-mail: [adamdam265@gmail.com](mailto:adamdam265@gmail.com)

*Elena Vyacheslavovna Lyapunsova*, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Innovative Entrepreneurship, Bauman Moscow State Technical University (FSAEI HE Bauman Moscow State Technical University), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3420-3805>, e-mail: [lev86@bmstu.ru](mailto:lev86@bmstu.ru)

### ***Вклад авторов***

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### ***Contribution of the authors***

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 30.03.2026

Поступила после рецензирования 11.05.2026

Принята к публикации 20.05.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.03.30

Revised 2026.05.11

Accepted 2026.05.20

Published 2026.06.30

## МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ | OPTIMIZATION METHOD

Научная статья | Original paper

УДК 519.85:004.021

### Анализ эффективности многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием

А.В. Пантелеев ✉, Е.А. Хвошнянская

Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)  
институт «Компьютерные науки и прикладная математика»

Москва, Российская Федерация

✉ [avpantelev@inbox.ru](mailto:avpantelev@inbox.ru)

#### *Резюме*

**Контекст и актуальность.** Задачи поиска глобального экстремума возникают при решении широкого круга прикладных задач оптимизации, в том числе при настройке параметров технических систем и исследовании сложных многоэкстремальных функций. Для таких задач применение классических детерминированных методов часто затруднено из-за наличия локальных экстремумов, сложной структуры целевой функции и отсутствия полной информации о ее свойствах. В связи с этим актуальной является разработка программных средств, реализующих адаптивные и метаэвристические алгоритмы оптимизации. **Цель.** Целью работы является разработка и исследование программного обеспечения для реализации многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием, предназначенного для поиска глобального экстремума целевой функции на заданном множестве допустимых решений. **Гипотеза.** Предполагается, что использование прогнозируемого положения решения, памяти об успешных шагах, адаптивного изменения величины шага и генерации новых начальных приближений с помощью распределения Леви позволит повысить устойчивость поиска и уменьшить вероятность преждевременного попадания в окрестности локальных экстремумов. **Методы и материалы.** В работе рассматривается многошаговый адаптивный алгоритм, основанный на последовательном поиске в окрестности прогнозируемого решения, использовании памяти об успешных положениях и генерации новых начальных приближений с применением распределения Леви. Разработанное программное обеспечение позволяет



задавать целевую функцию, область допустимых решений и параметры алгоритма, выполнять вычислительный эксперимент, а также визуализировать процесс поиска и полученные результаты. Для проверки работы программы использовались общепринятые тестовые функции различной степени сложности. **Результаты.** Проведенные вычислительные эксперименты показали, что реализованный алгоритм позволяет находить решения, близкие к точным значениям глобального экстремума, как для простых, так и для многоэкстремальных тестовых функций. Полученные результаты подтверждают работоспособность разработанного программного комплекса и возможность его применения для исследования влияния параметров алгоритма на качество поиска. **Выводы.** Разработанное программное обеспечение может использоваться для решения задач глобальной оптимизации, анализа поведения многошагового адаптивного алгоритма и подбора его параметров. Применение прогнозирования, адаптивного изменения шага и генерации новых начальных точек позволяет повысить устойчивость поиска и снизить вероятность преждевременного попадания в локальный экстремум.

**Ключевые слова:** метаэвристические алгоритмы, оптимизация, адаптация, прогнозирование, программное обеспечение, тестовые функции

**Дополнительные данные.** Программный комплекс доступен по адресу: <https://github.com/LizaKhvoshnyanskaya/MAAP-software>

**Для цитирования:** Пантелеев, А.В., Хвошнянская, Е.А. (2026). Анализ эффективности многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 146–165. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160208>

## Analysis of the efficiency of a multi-step adaptive optimization algorithm with prediction

**A.V. Panteleev** ✉, **E.A. Khvoshnyanskaya**  
Moscow Aviation Institute (National Research University)  
Institute of Computer Science and Applied Mathematics  
Moscow, Russian Federation  
✉ [avpanteleev@inbox.ru](mailto:avpanteleev@inbox.ru)

### *Abstract*

**Context and relevance.** Global extremum search problems arise in the solution of a wide range of applied optimization problems, including the tuning of technical system parameters and the study of complex multi-extremal functions. For such problems, the application of classical deterministic methods is often difficult due to the presence of local extreme, the complex structure of the objective function, and the lack of complete information about its properties. In this regard, the development



of software tools implementing adaptive and metaheuristic optimization algorithms is of great relevance. **Objective.** The aim of this work is to develop and study software for implementing a multi-step adaptive optimization algorithm with forecasting, designed to find the global extremum of the objective function within a given set of feasible solutions. **Hypothesis.** It is hypothesized that using a predicted solution position, a history of successful steps, adaptive step size adjustment, and the generation of new initial solutions via the Lévy distribution will improve the stability of the search and reduce the probability of prematurely reaching a local extremum. **Methods and materials.** This paper considers a multi-step adaptive algorithm based on sequential search in the neighborhood of the predicted solution, the use of memory of successful positions, and the generation of new initial solutions using the Lévy distribution. The developed software allows users to specify the objective function, the feasible solution region, and the algorithm parameters; perform computational experiments; and visualize the search process and the results obtained. Benchmark test functions of varying complexity were used to verify the program's performance. **Results.** The computational experiments conducted showed that the implemented algorithm allows finding solutions close to the exact values of the global extremum for both simple and multi-extremal test functions. The results obtained confirm the functionality of the developed software package and the possibility of its application for analysis of the impact of parameter selection on the quality of the search. **Conclusions.** The developed software can be used for the numerical study of global optimization problems, the analysis of the behavior of a multi-step adaptive algorithm, and the selection of its parameters. The use of prediction, adaptive step size adjustment, and the generation of new initial points makes it possible to improve the stability of the search and reduce the probability of premature convergence to a local extremum.

**Keywords:** metaheuristic algorithms, optimization, adaptation, prediction, software, test functions

**Supplemental data.** The software package is available at the following address: <https://github.com/LizaKhvoshnyanskaya/MAAP-software>

**For citation:** Pantelev, A.V., Khvoshnyanskaya, E.A. (2026). Analysis of the efficiency of a multi-step adaptive optimization algorithm with prediction. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 146–165. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160208>

## Введение

Решение прикладных задач параметрической оптимизации технических систем и теории оптимального управления динамическими системами, как правило, связано с применением численных методов оптимизации, в развитии которых можно выделить два ключевых подхода.

Первый подход связан с реализацией детерминированных и стохастических процедур поиска экстремума при наложении различных, иногда весьма существенных



ограничений на свойства и структуру целевой функции. Основное преимущество такого подхода заключается в возможности математического обоснования сходимости алгоритма и в ряде случаев получения гарантий по скорости его сходимости. Однако данный подход предъявляет высокие требования к условиям постановки задачи, которые нередко трудно соблюсти в практических применениях, а проверка выполнения этих условий может быть крайне затруднена из-за их сложности. При этом применяются следующие методы и подходы: численные алгоритмы удовлетворения необходимых условий условного или безусловного экстремумов (Поляк, 1983; Bazaraa, Sherali, Shetty, 2006), методы штрафов (внешних штрафов, барьерных функций, комбинированный метод штрафов, метод множителей, метод точных штрафных функций) (Bazaraa, Sherali, Shetty, 2006), методы возможных направлений (Bazaraa, Sherali, Shetty, 2006), методы, использующие идеи моментов и адаптацию (Нестеров, 2010), методы на основе универсального градиентного спуска (Гасников, 2018), диагональные методы (Sergeyev, Kvasov, 2017), интервальные методы (Hansen, Walster, 2004), методы второго порядка и квазиньютоновские методы (Поляк, 1983; Bazaraa, Sherali, Shetty, 2006; Пантелеев, 2025). Достаточно полное единообразное описание методов оптимизации имеется в (Locatelli, 2021; Floudas, Pardalos, 2009).

Второй подход связан с применением метаэвристических методов оптимизации, которые объединяют в себе один или более эвристических методов, управляемых стратегией поиска более высокого уровня. Они способны покидать окрестности локальных экстремумов и выполнять достаточно полное исследование множества допустимых решений. Метаэвристические методы оптимизации позволяют находить решение высокого качества за разумное с практической точки зрения время. В отличие от традиционных методов оптимизации, метаэвристические методы могут применяться в ситуациях, когда практически полностью отсутствует информация о характере и свойствах исследуемой функции. Тем не менее, слабой стороной этой группы методов является, как правило, отсутствие формальных доказательств сходимости и гарантий, что найденное решение действительно близко к глобальному экстремуму. Классификация метаэвристических методов в настоящее время носит условный характер, поскольку характерные группы методов базируются на сходных идеях, и имеется устойчивая тенденция к созданию гибридных алгоритмов, объединяющих в себе сразу несколько хорошо зарекомендовавших себя алгоритмов. Кроме того, один и тот же алгоритм может принадлежать сразу к нескольким группам. Можно выделить следующие группы метаэвристических методов оптимизации: эволюционные методы (Gendreau, Potvin, 2019; Alorf, 2023; Tomar, Bansal, Singh, 2024; Пантелеев, Скавинская, 2023), методы «роевого» интеллекта (Del Ser et al., 2019; Niculina Dragoi, Dafinescu, 2021; Tzanetos, Fister, Dounias, 2020; Карпенко, 2021; Пантелеев, Скавинская, 2023), методы, имитирующие физические процессы (Floudas, Pardalos, 2009; Пантелеев, Скавинская, 2023), биоинспирированные методы (Yang, Chien, Ting, 2015; Карпенко, 2021; Пантелеев, Каранэ, 2024), мультиагентные методы (Пантелеев, Каранэ, 2024; Карпенко, 2021), мультистартовые методы (Floudas, Pardalos, 2009; Пантелеев, Скавинская, 2023).



Разнообразие методов оптимизации и постоянное появление новых алгоритмов и их модификаций объясняется хорошо известной теоремой No Free Lunch (NFL) (Wolpert, Macready, 1997). Эта теорема утверждает отсутствие универсального метода, способного эффективно решать все возможные задачи оптимизации. Поэтому выбор метода определяется конкретной задачей оптимизации: видом целевой функции и ограничений, задающих множество допустимых решений.

В статье предлагается новый метод оптимизации, который объединяет оба описанных подхода. Исследование области допустимых решений использует перелеты Леви (Gutowski, 2001) с целью борьбы с эффектом «застревания» в окрестностях локальных экстремумов. Этап разработки перспективных областей реализуется из прогнозируемой точки, определяемой конечной памятью алгоритма на двух последних шагах (Поляк, 1983; Нестеров, 2010; Гасников, 2018). Поиск из прогнозируемой точки реализует стратегию последовательного сокращения области поиска с ее неполным восстановлением после каждого из проходов (Luus, 2000). Новое положение решения определяется суммарным влиянием прогнозируемой точки и взвешенным влиянием результатов удачных шагов из нее. Процесс завершается после достижения заданного числа проходов. В качестве приближенного решения задачи выбирается наилучшее решение (решения) из полученных в результате реализованных проходов. Алгоритм относится к многошаговым (Поляк, 1983), так как использует концепцию конечной памяти о предыдущих положениях решения.

В работе рассматривается программная реализация многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием (МАОП). Алгоритм сочетает последовательный поиск в окрестности прогнозируемой точки, адаптивное изменение величины шага, использование информации об успешных положениях решения и генерацию новых начальных приближений с помощью распределения Леви. Такой подход позволяет совмещать локальное уточнение решения с возможностью перехода к новым перспективным областям поиска.

## Материалы и методы

### *Постановка задачи*

Рассматривается задача поиска условного глобального минимума непрерывной целевой функции  $f(x)$  на множестве допустимых решений  $D$ , т.е. такой точки  $x^* \in D$ , что

$$f(x^*) = \min_{x \in D} f(x),$$

где  $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ ,  $D = \{x \mid x_i \in [a_i, b_i], i = 1, \dots, n\}$ .

### *Стратегия поиска решения*

Метод использует идеи алгоритма Luus–Jaakola с последовательной редукцией и неполным восстановлением области исследования и ускоренного метода



Нестерова, в котором антиградиент находится не в текущей точке, а в некоторой прогнозируемой точке в процессе поиска. Из начальной (текущей) точки совершается заданное число итераций, в результате которых реализуется проход. Начальная точка для следующего прохода получается при помощи распределения Леви с целью исследования еще неисследованных областей. Поиск завершается после окончания заданного числа проходов. В качестве приближенного решения задачи выбирается наилучшее решение (решения) из полученных в результате реализованных проходов. Согласно классификации алгоритм относится к многошаговым, так как использует концепцию конечной памяти о предыдущих положениях.

### Алгоритм решения задачи

**Шаг 1.** Задать параметры метода:

- максимальное число попыток из текущей точки  $N$ ;
- максимальное число проходов  $P$ ;
- число итераций за время прохода  $K$ ;
- наименьшая величина шага  $R$ ;
- параметр уменьшения величины шага  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ );
- параметр восстановления величины шага  $\eta$  ( $0 < \eta < 1$ );
- величина шага, используемого при полетах Леви  $\beta$ ;
- параметр распределения Леви  $\lambda$  ( $1 < \lambda \leq 3$ ).

**Шаг 2.** Задание начального приближения  $x^{(0)} \in D$ :

а) используя равномерный закон распределения. Для этого с помощью равномерного распределения на единичном отрезке  $[0;1]$  генерировать  $n$  случайных точек  $P_i^0, i=1, \dots, n$ . Используя линейное преобразование, каждую точку отобразить на соответствующий ей промежуток  $[a_i, b_i]$ :  $x_i^{(0)} = (b_i - a_i)P_i^0 + a_i$ ;

б) положить  $x_i^{(0)} = \frac{a_i + b_i}{2}, i=1, \dots, n$ .

**Шаг 3.** Положить  $p=1$  (счетчик числа проходов), множество  $\text{Pool} = \emptyset$ . Задать начальную величину шага  $t_0 = \frac{1}{2} \min_{i=1, \dots, n} (b_i - a_i)$ .

**Шаг 4.** Положить  $k=0$  (счетчик числа итераций).

**Шаг 5.** Найти прогнозируемое решение:

$$z^{(k)} = x^{(k)} + (1 - e^{-\frac{k}{5}})(x^{(k)} - x^{(k-1)}) \text{rand}[0,1],$$

где  $\text{rand}[0,1]$  – случайная величина, описываемая равномерным законом распределения на отрезке  $[0,1]$ .

Если для какого-либо значения  $i$  не выполняется ограничение, т.е.  $z_i^{(k)} \notin [a_i, b_i]$ , то положить  $z_i^{(k)} = x_i^{(k)}$ .

**Шаг 6.** Реализовать поиск в окрестности прогнозируемого решения.

Шаг 6.1. Положить  $s=0$  (число удачных попыток),  $j=1$  (число попыток из точки),  $J = \emptyset$  (множество номеров удачных попыток из текущей точки).

Шаг 6.2. Генерировать случайный вектор  $\xi^j = (\xi_1^j, \dots, \xi_n^j)^T$ , где  $\xi_i^j$  – случайная величина, равномерно распределенная на отрезке  $[-1,1]$ , которая получается



из случайной величины  $\eta_i^j$ , равномерно распределенной на  $[0,1]$ , с использованием преобразования  $\xi_i^j = 2\eta_i^j - 1$ .

Шаг 6.3. Найти

$$y^j = z^{(k)} + t_k \frac{\xi^j}{\|\xi^j\|},$$

где  $\|\xi^j\|$  – евклидова норма вектора.

Шаг 6.4. Если  $y^j \in D$  и  $f(y^j) < f(z^{(k)})$ , то шаг удачный, положить  $s = s + 1$ , номер  $j$  включить в множество  $J$ . Если  $y^j \notin D$  или  $f(y^j) \geq f(z^{(k)})$ , то шаг неудачный.

Если  $j < N$ , то положить  $j = j + 1$  и перейти к шагу 6.2.

Если  $j = N$ , то процедуру поиска с текущей величиной шага завершить.

Шаг 6.5. Если  $s = 0$ , проверить условие завершения прохода:

- если  $t_k \leq R$ , проход завершить, включить найденное решение в множество Pool и перейти к шагу 8.;
- если  $t_k > R$ , положить  $t_k = \alpha t_k$  и перейти к шагу 6.1.

Если  $s \neq 0$ , то упорядочить решения  $y^j, j \in J$  по неубыванию значения целевой функции:  $y^{(1)}, \dots, y^{(s)}$ . Затем наилучшему удачному решению  $y^{(1)}$  поставить в соответствие вес, равный 1, а наихудшему  $y^{(s)}$ , равный  $1/s$ , т.е. всем удачным решениям сопоставить значения веса, уменьшающиеся по линейному закону  $\frac{s+1-j}{s}, j = 1, \dots, s$ .

Шаг 6.6. Найти новое положение решения, используя средневзвешенную величину:

$$x^{(k+1)} = z^{(k)} + \frac{\sum_{j=1}^s y^{(j)} \frac{s+1-j}{s}}{(s+1)/2}.$$

Если  $x^{(k+1)} \notin D$ , то положить  $x^{(k+1)} = y^{(1)}$ .

**Шаг 7.** Проверка завершения итераций в рамках текущего прохода.

Если  $k < K$ , то положить  $k = k + 1$  и перейти к шагу 5.

Если  $k = K$ , то полученное решение включить в множество Pool и перейти к шагу 8.

**Шаг 8.** Проверка завершения числа проходов.

Если  $p < P$ , то положить  $p = p + 1$  и перейти к шагу 9.

Если  $p = P$ , процесс поиска завершить. Из множества Pool выбрать решения  $x^*$ , соответствующие наименьшему значению целевой функции  $f(x^*)$ .

**Шаг 9.** Реализация следующего прохода.

Найти новое начальное значение величины шага  $t_0 = \frac{\eta^p}{2} \min_{i=1, \dots, n} (b_i - a_i)$ .

Генерировать новое положение начальной точки с помощью распределения Леви:

$$x_i^{(0)} = z_i^{(k)} + \frac{\beta}{p} Levy_i(\lambda), i = 1, \dots, n,$$

где для генерации величины  $Levy_i(\lambda)$  требуется:



- генерировать число  $Q_i$  с помощью равномерного закона распределения на отрезке  $[\varepsilon, b_i - a_i]$ ,  $\varepsilon = 10^{-7}$  – константа различимости;
- вычислить значения  $\theta_i = 2\pi Q_i$  и  $L_i = Q_i^{-\frac{1}{\lambda}}$ ;
- вычислить

$$Levy_i(\lambda) = L_i \sin \theta_i, i = 1, \dots, \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor; Levy_i(\lambda) = L_i \cos \theta_i, i = \left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor + 1, \dots, n.$$

Если  $x_i^{(0)} \notin [a_i, b_i]$ , процесс генерации следует повторить.

Перейти к шагу 4.

*Замечания.*

1. На шаге 5 находится прогнозируемое решение с целью начала поиска из него, а не из текущего решения. При этом используется схема двухшагового быстрого градиентного метода [Поляк, 1983; Нестеров, 2010; Гасников, 2018]. Для учета информации о двух последних итерациях используется величина  $(1 - e^{-\frac{k}{5}})(x^{(k)} - x^{(k-1)})$  с весовым коэффициентом, отличающимся от известного  $\frac{k-1}{k+r-1}$ ,  $r \geq 3$ . Умножение этого слагаемого на  $rand[0,1]$  способствует активизации поиска (при этом детерминированный подход заменяется стохастическим).
2. При поиске из прогнозируемой точки на шаге 6.3 реализуется метод случайного поиска с возвратом при неудачном шаге, дополненный процедурой сохранения в памяти удачных попыток из данной точки, которые ранжируются по величине целевой функции. На шаге 6.5 при нахождении новой величины шага фактически проводится редукция области поиска, как в методе (Luus, 2000).
3. На шаге 6.6 авторами предложена формула для нахождения нового положения решения с использованием средневзвешенной величины удачных решений, найденных на шаге 6.5.
4. На шаге 9 реализуется переход к следующему проходу. При этом для нахождения величины шага используется стратегия метода (Luus, 2000) с частичным восстановлением области поиска (с коэффициентом  $\eta$ ).

### **Программное обеспечение**

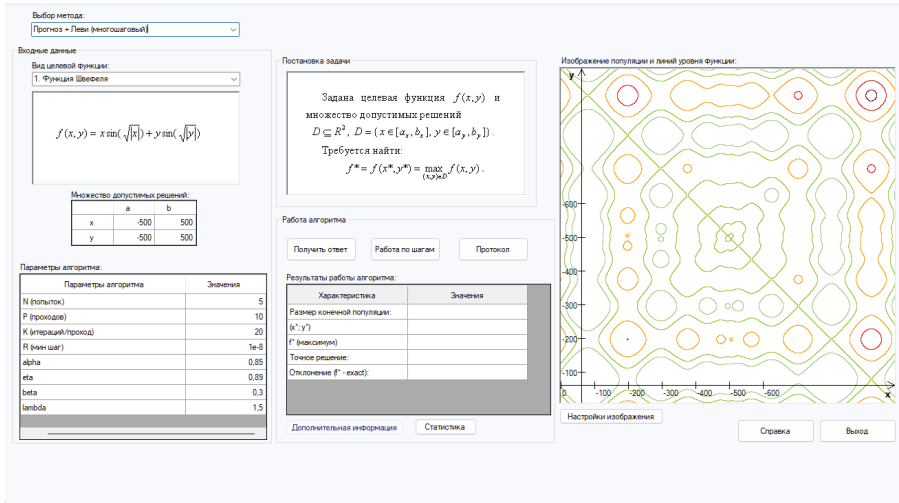
На основе изложенных алгоритмов разработан программный комплекс поиска глобального экстремума функций. Для его создания использовалась среда разработки Microsoft Visual Studio, язык программирования C# (Пантелеев, Каранэ, 2024).

Описанные в данном разделе методы соответствуют задаче поиска минимума целевой функции. Так как заданные тестовые функции имеют глобальный максимум, при разработке программного обеспечения этого алгоритма был заменен знак перед целевыми функциями на противоположный.

Возможности программного комплекса позволяют изучить алгоритмы методов, а также влияние параметров каждого метода на результат его работы. В список выбранных функций включены стандартные многоэкстремальные тестовые функции двух переменных, для которых известно точное решение (Пантелеев, Скавинская, 2023).



На рис. 1 представлено главное окно многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием, где пользователь может выбрать вид целевой функции, задать множество допустимых решений и параметры метода, просматривать результаты работы.



**Рис. 1.** Главное окно программы многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием

**Fig. 1.** Main window of the multi-step adaptive optimization algorithm with prediction

## Результаты

**Пример 1.** Найдем глобальной максимум функции Шаффера. Зададим множество допустимых решений  $x, y \in [-10, 10]$ . Выберем следующие параметры алгоритма: максимальное число попыток из текущей точки  $N = 100$ ; максимальное число проходов  $P = 10$ ; число итераций за время прохода  $K = 5$ ; наименьшая величина шага  $R = 10^{-8}$ ; параметр уменьшения величины шага  $\alpha = 0,95$ ; параметр восстановления величины шага  $\eta = 0,89$ ; величина шага, используемого при полетах Леви  $\beta = 0,4$ ; параметр распределения Леви  $\lambda = 1,5$ .

На рис. 2 представлена популяция на начальной ( $k = 1$ ), промежуточных ( $k = 40, k = 75$ ) и конечной ( $k = 100$ ) итерациях. Красным обозначено наилучшее решение в популяции на данной итерации.

Результаты работы алгоритма: наилучшее решение  $(x^*, y^*) = (0,006; -0,007)$ ; значение целевой функции  $f(x^*, y^*) = 0,999913$ ; отклонение от точного решения  $\Delta = 8,7 * 10^{-5}$ .

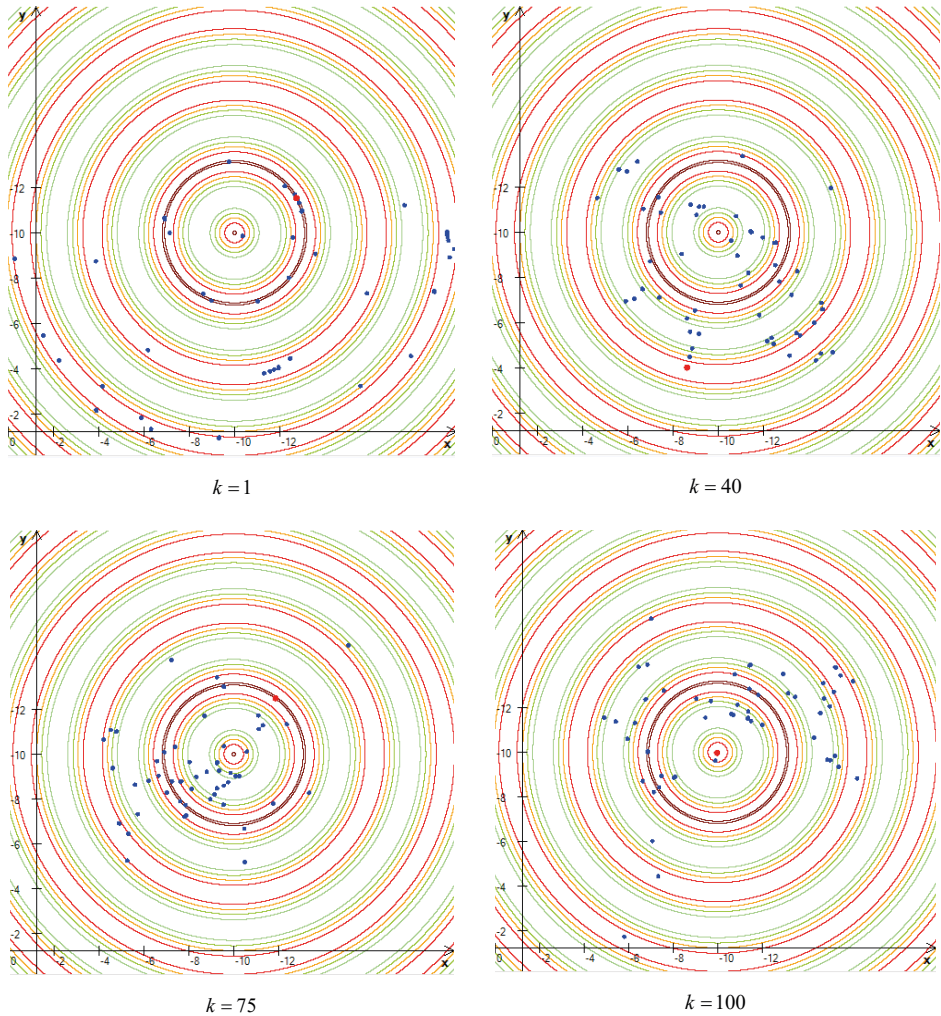


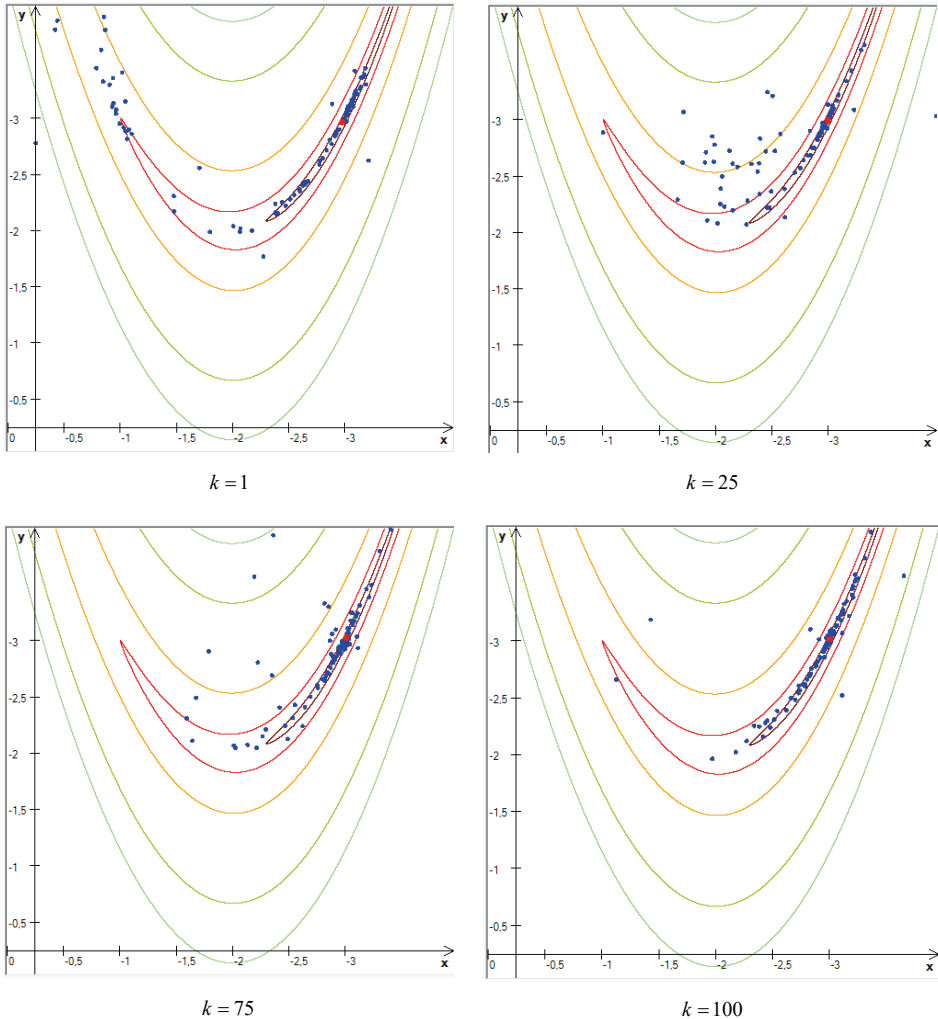
Рис. 2. Начальная, промежуточная и конечная популяции  
Fig. 2. Initial, intermediate, and final populations

**Пример 2.** Найдем глобальной максимум функции Розенброка. Зададим множество допустимых решений  $x, y \in [-2, 2]$ . Выберем следующие параметры алгоритма: максимальное число попыток из текущей точки  $N = 100$ ; максимальное число проходов  $P = 20$ ; число итераций за время прохода  $K = 5$ ; наименьшая величина шага  $R = 10^{-8}$ ; параметр уменьшения величины шага  $\alpha = 0,9$ ; параметр восстановления величины шага  $\eta = 0,89$ ; величина шага, используемого при полетах Леви  $\beta = 0,4$ ; параметр распределения Леви  $\lambda = 1,5$ .



На рис. 3 представлена популяция на начальной ( $k = 1$ ), промежуточных ( $k = 15, k = 25$ ) и конечной ( $k = 40$ ) итерациях. Красным обозначено наилучшее решение в популяции на данной итерации.

Результаты работы алгоритма: наилучшее решение  $(x^*, y^*) = (-1,006; -1,013)$ ; значение целевой функции  $f(x^*, y^*) = -4,3 * 10^{-5}$ ; отклонение от точного решения  $\Delta = 4,3 * 10^{-5}$ .



**Рис. 3.** Начальная, промежуточная и конечная популяции  
**Fig. 3.** Initial, intermediate, and final populations



**Пример 3.** Оптимизация конструкции зубчатой передачи (Сандгрэн, 1988). Рассматривается редуктор, включающий четыре шестерни для уменьшения угловой скорости ведомого вала. Все шестерни могут иметь от 12 до 60 зубьев. Цель — минимизация стоимости конструкции. Переменными являются  $T_d = x_1$  — число зубьев ведущей шестерни  $D$ ,  $T_b = x_2$ ,  $T_a = x_3$  — числа зубьев промежуточных шестерен,  $T_f = x_4$  — число зубьев ведомой шестерни. В результате получается конструкция с передаточным отношением  $TR = \frac{T_d T_b}{T_a T_f}$ .

Постановка задачи оптимизации:

$$f(x) = \left( \frac{1}{6,931} - \frac{\langle x_1 \rangle \langle x_2 \rangle}{\langle x_3 \rangle \langle x_4 \rangle} \right)^2 \rightarrow \min_{x \in D}$$

$$D = [12; 60] \times [12; 60] \times [12; 60] \times [12; 60],$$

где  $\langle \cdot \rangle$  — целая часть числа.

Результат решения с параметрами  $N = 100$ ,  $P = 80$ ,  $K = 30$ ,  $R = 10^{-8}$ ,  $\alpha = 0,7$ ;  $\eta = 0,89$ ;  $\beta = 12$ ;  $\lambda = 1,5$ ;  $x^* = (16; 19; 43; 49)^T$ ,  $f(x^*) = 2,7001 \times 10^{-12}$ . Сравнение с результатами других методов показано в таблице 1.

Таблица 1 / Table 1

**Сравнение результатов работы алгоритма МАОП с другими методами**  
**Comparison of the results of the new algorithm with other methods**

		Best
(Sandgren, 1988)	[18, 22, 45, 60], 0.146667	$5.712 \times 10^{-6}$
(Kannan, Kramer, 1994)	[13, 15, 33, 41], 0.144124	$2.146 \times 10^{-8}$
(Deb, Goyal, 1996)	[19, 16, 49, 43], 0.144281	$2.701 \times 10^{-12}$
(Gandomi et al., 2013)	[19, 16, 43, 49], 0.144281	$2.701 \times 10^{-12}$
(Garg, 2019)	[19, 16, 43, 49], 0.14428096	$2.7008571 \times 10^{-12}$
(Nekoo et al., 2022)	[16, 19, 43, 49], 0.14428096	$2.7008571 \times 10^{-12}$
МАОП	[16, 19, 43, 49], 0.14428096	$2.7001 \times 10^{-12}$

**Анализ эффективности метода**

Исследуемые методы применялись к некоторым функциям из набора тестовых функций. Для каждой функции проводилась серия из 100 решений одной и той же задачи с одними и теми же значениями параметров. Для полученной выборки  $\{f^1, f^2, \dots, f^{100}\}$  вычислялись среднее значение отклонения полученного решения от точного  $\bar{\Delta f} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} \Delta f_i$ , где  $\Delta f_i = |f(x^*) - f^i|$ ; наименьшее значение отклонения  $\Delta f_{best} = \min_i \Delta f_i$ ; среднеквадратичное отклонение  $\bar{\sigma}_f = \sqrt{S_{100}}$ ,



где  $\bar{S}_{100} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} (\Delta f_i - \overline{\Delta f})^2$ ; количество успехов  $n_{\text{усп}}$  (успехом считалось попадание лучшей точки в  $\varepsilon$  – окрестность точного решения,  $\varepsilon = \frac{\max_{i=1, \dots, n} |b_i - a_i|}{1000}$ ).

Результаты, полученные для каждой функции, представлены в табл. 2—4.

Таблица 2 / Table 2

**Анализ выбора параметров метода. Корневая функция**  
**Analysis of method parameter selection. Root function**

Параметры метода / Method parameters								$\overline{\Delta f}$	$\Delta f_{\text{best}}$	$\overline{\sigma}_f$	$n_{\text{усп}}$
$N$	$P$	$K$	$R$	$\alpha$	$\eta$	$\beta$	$\lambda$				
40	10	15	$10^{-8}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000177	0,000000	0,000227	100
30	10	15	$10^{-8}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000227	0,000002	0,000284	100
50	10	15	$10^{-8}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000182	0,000005	0,000208	100
40	20	15	$10^{-8}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000152	0,000002	0,000227	100
40	30	15	$10^{-8}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000142	0,000001	0,000168	100
40	30	25	$10^{-8}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000005	0,000000	0,000005	100
40	20	15	$10^{-9}$	0,8	0,5	0,3	2	0,000146	0,000003	0,000174	100
40	20	15	$10^{-8}$	0,5	0,5	0,3	2	0,000001	0,000000	0,000003	100
40	20	15	$10^{-8}$	0,5	0,9	0,3	2	0,000000	0,000000	0,000000	100
40	20	15	$10^{-8}$	0,5	0,9	0,9	2	0,000009	0,000000	0,000016	100

Таблица 3 / Table 3

**Анализ выбора параметров метода. Мульти-функция**  
**Analysis of method parameter selection. Multi-function**

Параметры метода / Method parameters								$\overline{\Delta f}$	$\Delta f_{\text{best}}$	$\overline{\sigma}_f$	$n_{\text{усп}}$
$N$	$P$	$K$	$R$	$\alpha$	$\eta$	$\beta$	$\lambda$				
40	10	20	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,800518	0,000000	0,888984	20
40	20	20	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,265937	0,000000	0,420819	32
40	20	30	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,090201	0,000000	0,227720	41



Параметры метода / Method parameters								$\overline{\Delta f}$	$\Delta f_{best}$	$\overline{\sigma}_f$	$n_{усп}$
$N$	$P$	$K$	$R$	$\alpha$	$\eta$	$\beta$	$\lambda$				
40	30	30	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,116452	0,000000	0,329003	41
40	30	30	$10^{-8}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,171381	0,000000	0,374197	47
40	30	30	$10^{-8}$	0,5	0,89	0,3	1,5	0,074884	0,000000	0,191694	47
40	30	30	$10^{-8}$	0,5	0,6	0,3	1,5	0,415003	0,000000	0,457901	23
40	30	30	$10^{-8}$	0,5	0,99	0,3	1,5	0,064881	0,000000	0,182047	52
40	30	30	$10^{-8}$	0,5	0,99	0,9	1,5	0,019978	0,000000	0,097809	45
40	30	30	$10^{-8}$	0,5	0,99	0,9	2,9	0,033619	0,000000	0,123121	47

Таблица 4 / Table 4

**Анализ выбора параметров метода. Функция Розенброка**  
**Analysis of method parameter selection. Rosenbrock function**

Параметры метода / Method parameters								$\overline{\Delta f}$	$\Delta f_{best}$	$\overline{\sigma}_f$	$n_{усп}$
$N$	$P$	$K$	$R$	$\alpha$	$\eta$	$\beta$	$\lambda$				
40	5	10	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,061874	0,000000	0,351095	32
40	10	10	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,000023	0,000000	0,000083	70
40	5	20	$10^{-6}$	0,89	0,89	0,3	1,5	0,011783	0,000000	0,101855	78
40	10	20	$10^{-6}$	0,2	0,89	0,3	1,5	0,000138	0,000000	0,000468	48
40	10	20	$10^{-6}$	0,5	0,89	0,3	1,5	0,000007	0,000000	0,000016	74
40	10	20	$10^{-6}$	0,99	0,89	0,3	1,5	0,009835	0,000000	0,031232	16
40	10	20	$10^{-6}$	0,5	0,5	0,3	1,5	0,000002	0,000000	0,000008	96
40	10	20	$10^{-6}$	0,5	0,2	0,3	1,5	0,000436	0,000000	0,002041	46
40	10	20	$10^{-6}$	0,5	0,5	0,9	1,5	0,000011	0,000000	0,000029	67
40	10	20	$10^{-6}$	0,5	0,5	0,9	0,5	0,000025	0,000000	0,000143	78

Анализ работы метода показал, что с большинством тестовых функций метод справляется успешно. В серии из 100 запусков удается найти глобальный максимум функций с достаточно высокой точностью или вообще точное решение. Метод



показал, что увеличение значений  $N$ ,  $P$  и  $K$  обычно повышает надёжность метода, но одновременно увеличивает вычислительные затраты.

### **Рекомендации по выбору параметров**

*Максимальное количество попыток  $N$*  определяет число попыток из точки. Чем больше параметр размера количества попыток, тем лучше полученный результат, но в силу возрастающих вычислительных затрат замедляется алгоритм. Рекомендуемое значение  $N \geq 40$ .

*Максимальное число проходов  $P$*  определяет, сколько раз алгоритм может повторно запускать процедуру поиска с новым начальным приближением. Увеличение  $P$  повышает вероятность нахождения более точного решения, поскольку алгоритм получает больше возможностей уточнить результат и выйти из неудачной области поиска. При малом значении  $P$  процесс может завершиться преждевременно, особенно для многоэкстремальных функций. Рекомендуемое значение  $P \geq 10$ .

*Число итераций за время прохода  $K$*  задает глубину локального поиска в рамках одного прохода. При увеличении  $K$  повышается точность найденного решения, но возрастает время работы алгоритма. Анализ результатов показал, что при слишком малом значении  $K$  алгоритм не всегда успевает приблизиться к искомой точке глобального экстремума. Рекомендуемое значение  $K \geq 15$ .

*Наименьшая величина шага  $R$*  используется как критерий завершения прохода. Чем меньше значение  $R$ , тем более точным может быть найденное решение. Слишком малое значение параметра увеличивает число вычислений и может привести к избыточному уточнению. Рекомендуемое значение  $R \in [10^{-9}, 10^{-6}]$ .

*Параметр уменьшения величины шага  $\alpha$*  определяет скорость уменьшения шага при неудачном поиске. При больших значениях  $\alpha$  шаг уменьшается медленно, что позволяет дольше исследовать область, но может замедлить сходимость. Рекомендуемое значение  $0 < \alpha < 1$ .

*Параметр восстановления величины шага  $\eta$*  задает увеличение шага после успешного поиска. Данный параметр позволяет алгоритму адаптивно изменять шаг и продолжать движение в перспективном направлении. При слишком малом значении  $\eta$  шаг восстанавливается недостаточно быстро, а при слишком большом возможны резкие переходы по области поиска. Рекомендуемое значение  $0 < \eta < 1$ .

*Величина шага, используемого при полетах Леви  $\beta$* . Подбирается в зависимости от особенностей решаемой задачи оптимизации: размеров множества допустимых решений, свойств целевой функции.

*Параметр распределения Леви  $\lambda$* . Рекомендуемое значение  $1 < \lambda \leq 3$ .

### **Обсуждение результатов**

Полученные результаты показывают, что разработанное программное обеспечение позволяет наглядно исследовать работу многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием. На тестовых функциях алгоритм находил решения, близкие к известным значениям глобального экстремума, что подтверждает корректность его программной реализации.



По сравнению с классическими градиентными методами рассматриваемый алгоритм не требует вычисления производных целевой функции, поэтому может применяться к задачам со сложным рельефом поверхностей уровня. В отличие от других алгоритмов он использует информацию об успешных положениях решения, что делает процесс поиска более направленным.

В сравнении с эволюционными и методами «роевого интеллекта» предложенный алгоритм имеет более простую структуру, так как не требует операторов скрещивания, мутации или моделирования взаимодействия частиц. При этом использование распределения Леви позволяет выполнять переходы к новым областям поиска и снижать вероятность преждевременного попадания в локальный экстремум.

Анализ экспериментов показал, что параметры алгоритма существенно влияют на качество результата. Увеличение значений  $N$ ,  $P$  и  $K$  повышает вероятность нахождения точного решения, однако увеличивает время вычислений. Выбор величин параметров  $\alpha$ ,  $\eta$ ,  $\beta$  и  $\lambda$  позволяет регулировать баланс между локальным уточнением решения и исследованием новых областей множества допустимых решений.

Таким образом, результаты подтверждают выдвинутую гипотезу о том, что сочетание прогнозирования, памяти об успешных шагах, адаптивного изменения шага и применение распределения Леви повышает устойчивость алгоритма при решении задач глобальной оптимизации.

## Заключение

В работе создано программное обеспечение для реализации многошагового адаптивного алгоритма оптимизации с прогнозированием. Программа позволяет задавать целевую функцию, область допустимых решений и параметры алгоритма, выполнять численный эксперимент и визуализировать процесс поиска решения.

Проведенные эксперименты на тестовых функциях показали, что реализованный алгоритм способен находить решения, близкие к точным значениям глобального экстремума. Использование прогнозирования, памяти об успешных положениях, адаптивного изменения шага и распределения Леви позволяет сочетать локальное уточнение решения с исследованием новых областей множества допустимых решений.

Полученные результаты подтверждают работоспособность разработанного программного комплекса и возможность его применения для анализа поведения алгоритма, подбора параметров и решения задач глобальной оптимизации. Перспективой дальнейших исследований является расширение набора тестовых функций, сравнение с другими метаэвристическими методами и применение программы в прикладных задачах оптимизации сложных технических систем.

**Ограничения.** Ограничением исследования является то, что проверка программного обеспечения выполнялась на ограниченном наборе тестовых функций с известными значениями экстремума. Это позволяет оценить корректность реализации алгоритма, однако не полностью отражает сложность реальных прикладных задач. Кроме того, качество работы метода зависит от выбора параметров алгоритма,



поэтому при их неудачном задании возможно увеличение времени вычислений или снижение точности результата. Как и другие метаэвристические методы, предложенный алгоритм не гарантирует нахождения глобального экстремума за конечное число итераций для произвольной целевой функции. В дальнейшем исследование может быть расширено за счет более подробного сравнения с другими методами оптимизации и применения программы в прикладных задачах поиска оптимальных законов управления динамическими системами (Пантелеев, Бортакровский, 2016).

**Limitations.** A limitation of this study is that the software was tested on a set of test functions with known extremes values. While this allows to study the algorithm's correct implementation, it does not fully reflect the complexity of real-world application problems. Furthermore, the performance of the method depends on the choice of algorithm parameters; therefore, if they are set incorrectly, this may lead to increased computation time or reduced accuracy of the result. Like other metaheuristic methods, the proposed algorithm does not guarantee finding the global extremum for an arbitrary objective function within a finite number of iterations. Future research could be expanded through a more detailed comparison with other optimization methods and the application of the software to real-world problems (Pantelev, Bortakovskii, 2016).

### Список источников / References

1. Бортакровский, А.С. (2016) *Теория управления в примерах и задачах: Учебное пособие / А.С. Бортакровский, А.В. Пантелеев.* — 2-е издание, стереотипное. — Москва: Общество с ограниченной ответственностью «Научно-издательский центр ИНФРА-М». — (Бакалавриат). — ISBN 978-5-16-011862-8. — EDN VYIWMR.  
Bortakovskii, A.S., Pantelev, A.V. (2016) *Control theory in examples and problems.* Moscow: INFRA-M. EDN VYIWMR (In Russ.)
2. Гасников, А.В. (2018) *Современные численные методы оптимизации. Метод универсального градиентного спуска.* — М.: МФТИ.  
Gasnikov, A.V. (2018) *Modern Numerical Methods for Optimization: The Universal Gradient Descent Method.* Moscow: MIPT. (In Russ.)
3. Карпенко, А.П. (2021) *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой.* — М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана.  
Karpenko, A.P. (2021) *Modern Search Optimization Algorithms: Algorithms Inspired by Nature.* Moscow: Bauman Moscow State Technical University. (In Russ.)
4. Нестеров, Ю.Е. (2010) *Методы выпуклой оптимизации.* — М.: МЦНМО.  
Nesterov, Yu.E. (2010) *Methods of Convex Optimization.* — Moscow: MCNMO. (In Russ.)
5. Пантелеев, А.В. (2023) *Метаэвристические стратегии и алгоритмы глобальной оптимизации / А.В. Пантелеев, Д.В. Скавинская.* — Москва: Факториал. — ISBN 978-5-98688-322-9. — EDN XUERAR.  
Pantelev, A.V., Skavinskaya, D.V. (2023) *Metaheuristic Strategies and Algorithms for Global Optimization.* Moscow: Factorial. (In Russ.)
6. Пантелеев, А.В. (2025) *Методы оптимизации в машинном обучении / А.В. Пантелеев.* — Москва: Издательство «Доброе слово и Ко». — ISBN 978-5-605-36885-4. — EDN QDZHUZ.



- Panteleev, A.V. (2025) *Optimization Methods in Machine Learning*. Moscow: Dobroe Slovo i Ko. EDN QDZHUZ. (In Russ.)
7. Пантелеев, А.В., Каранэ, М.М.С. (2024) *Мультиагентные и биоинспирированные методы оптимизации технических систем*. — М.: Доброе слово и Ко. EDN: NJFRAO.  
Panteleev, A.V., Karane, M.M.S. (2024) *Multi-agent and Bio-inspired Methods for the Optimization of Technical Systems*. Moscow: Dobroe Slovo i Ko. EDN: NJFRAO. (In Russ.)
  8. Поляк, Б.Т. (1983) *Введение в оптимизацию*. — М.: Наука.  
Polyak, B.T. (1983) *Introduction to Optimization*. Moscow: Nauka. (In Russ.).
  9. Alorf, A. (2023) A survey of recently developed metaheuristics and their comparative analysis. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 117. Part A. Art. 105622. DOI: 10.1016/j.engappai.2022.105622.
  10. Bazaraa, M.S., Sherali, H.D., Shetty, C.M. (2006) *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. — 3rd ed. — Hoboken, NJ, USA: John Wiley & Sons.
  11. Deb, K., Goyal, M. (1996) A combined genetic adaptive search (GeneAS) for engineering design. *Computer Science and informatics*, 26, 30—45.
  12. Del Ser, J., Osaba, E., Molina, D., Yang, X.-S., Salcedo-Sanz, S., Camacho, D., Das, S., Suganthan, P.N., Coello Coello, C.A., Herrera, F. (2019) Bio-inspired computation: Where we stand and what's next. *Swarm and Evolutionary Computation*, 48, 220—250. DOI: 10.1016/j.swevo.2019.04.008.
  13. *Encyclopedia of Optimization* (2009) / Eds. C.A. Floudas, P.M. Pardalos. — New York, NY, USA: Springer.
  14. Gandomi, A.H., Yang, X.-S.; Alavi, A.H. (2013) Cuckoo search algorithm: A metaheuristic approach to solve structural optimization problems. *Engineering with Computers*, 29(1), 17—35. DOI: 10.1007/s00366-011-0241-y.
  15. Garg, H. (2019) A hybrid GSA-GA algorithm for constrained optimization problems. *Information Sciences*, 478, 499—523. DOI: 10.1016/j.ins.2018.11.041.
  16. Gutowski, M. (2001) Lévy flights as an underlying mechanism for global optimization algorithms. — Cornell University. arXiv: math-ph/0106003.
  17. *Handbook of Metaheuristics* (2019) / Eds. M. Gendreau, J-Y. Potvin. — New York, NY, USA: Springer. DOI: 10.1007/978-3-319-91086-4.
  18. Hansen, E., Walster, G.W. (2004) *Global Optimization Using Interval Analysis*. — New York, NY, USA: Marcel Dekker.
  19. Kannan, B.K.; Kramer, S.N. (1994) An augmented Lagrange multiplier based method for mixed integer discrete continuous optimization and its applications to mechanical design. *J. Mech. Des. Trans.*, 116, 318—320.
  20. Locatelli, M., Schoen, F. (2021) (Global) Optimization: Historical notes and recent developments. *EURO Journal on Computational Optimization*, 9. Art. 100012. DOI: 10.1016/j.ejco.2021.100012.
  21. Luus, R. (2000) *Iterative Dynamic Programming*. — London, UK: Chapman & Hall/CRC. DOI: 10.1201/9781420036022.



22. Nekoo, S.R., Acosta, J.A., Ollero, A. (2022) A search algorithm for constrained engineering optimization and tuning the gains of controllers. *Expert Systems with Applications*. 206. 117866. DOI:10.1016/j.eswa.2022.117866.
23. Niculina Dragoi, E., Dafinescu, V. (2021) Review of metaheuristics inspired from the animal kingdom. *Mathematics*, 9(18). Art. 2335. DOI: 10.3390/math9182335.
24. Sangren, E. (1990) Nonlinear integer and discrete programming in mechanical design optimization. *J.Mech.Des.-T.ASME*, 112(2), 223—229.
25. Sergeyev, Y.D., Kvasov, D.E. (2017) *Deterministic Global Optimization: An Introduction to the Diagonal Approach*. — New York, NY, USA: Springer.
26. Tomar, V., Bansal, M., Singh, P. (2024) Metaheuristic algorithms for optimization: A brief review. *Engineering Proceedings*, 59 (1). Art. 238. DOI: 10.3390/engproc2023059238.
27. Tzanetos, A., Fister, I., Dounias, G. (2020) A comprehensive database of nature-inspired algorithms. *Data in Brief*, 31. Art. 105792. DOI: 10.1016/j.dib.2020.105792.
28. Wolpert, D.H., Macready, W.G. (1997) No free lunch theorems for optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 1(1), 67—82.
29. Yang, X.S., Chien, S.F., Ting, T.O. (2015) *Bio-inspired Computation and Optimization*. — New York, NY, USA: Morgan Kaufmann. DOI: 10.1016/B978-0-12-801538-4.00001-X.

### **Информация об авторах**

*Пантелеев Андрей Владимирович*, доктор физико-математических наук, профессор, Московский авиационный институт (МАИ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2493-3617>, e-mail: [avpanteleev@inbox.ru](mailto:avpanteleev@inbox.ru)

*Хвошнянская Елизавета Аркадьевна*, аспирант, ассистент, Московский авиационный институт (ФГБОУ ВО СПбГУ), (МАИ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6901-8720>, e-mail: [liza190401@mail.ru](mailto:liza190401@mail.ru)

### **Information about the authors**

*Andrey V. Panteleev*, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow Aviation Institute (MAI), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2493-3617>, e-mail: [avpanteleev@inbox.ru](mailto:avpanteleev@inbox.ru)

*Elizaveta A. Khvoshnyanskaya*, Graduate Student, Assistant, Moscow Aviation Institute (Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education St. Petersburg State University), (MAI), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-6901-8720>, e-mail: [liza190401@mail.ru](mailto:liza190401@mail.ru)

### **Вклад авторов**

*Пантелеев А.В.* — идеи исследования; аннотирование, написание и оформление рукописи; планирование исследования; контроль за проведением исследования.

*Хвошнянская Е.А.* — применение статистических, математических или других методов для анализа данных; проведение эксперимента; сбор и анализ данных; визуализация результатов исследования.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.



### ***Contribution of the authors***

*A.V. Panteleev* — research concepts; abstract preparation, manuscript writing and formatting; research planning; supervision of the study.

*E.A. Khvoshnyanskaya* — application of statistical, mathematical, or other methods for data analysis; conducting the experiment; data collection and analysis; visualization of research results.

All authors participated in the discussion of the results and agreed on the final text of the manuscript.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 14.05.2026

Поступила после рецензирования 20.05.2026

Принята к публикации 21.05.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.05.14

Revised 2026.05.20

Accepted 2026.05.21

Published 2026.06.30

## ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ | NUMERICAL METHODS

Научная статья | Original paper

УДК 519.6:621.88

### Применение современных информационных технологий для анализа прочности крепежных элементов при растяжении

А.Р. Мухутдинов<sup>1</sup> ✉, А.Р. Раимов<sup>1</sup>, Т.А. Мухутдинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет», Казань, Российская Федерация

<sup>2</sup> Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Российская Федерация

✉ [muhutdinov@rambler.ru](mailto:muhutdinov@rambler.ru)

#### Резюме

**Контекст и актуальность.** Результаты использования современных информационных технологий от начальной стадии проектирования объекта до конечной стадии виртуального испытания, а также данные о закономерностях протекания процессов в моделируемых элементах и результаты вычислительного эксперимента в научной литературе практически отсутствуют. В связи с тем, актуальна разработка системного подхода к компьютерному моделированию прочности крепежных элементов и имеет научную новизну и практическую значимость.

**Цель.** Разработать и апробировать методику компьютерного моделирования прочности крепежных элементов при растяжении с использованием современных информационных технологий. **Методы и материалы.** Методика включает создание 3D-модели и расчет распределения напряжений и деформаций. Для апробации методики использован стандартный образец, результаты моделирования которого показали высокую точность и согласованность со справочными данными. **Результаты.** Разработана и отработана комплексная методика компьютерного моделирования прочности крепежного элемента «Шпилька» за счет использования современных информационных технологий. Разработанная методика позволяет реализовать полный цикл компьютерного анализа — от построения трёхмерной модели до определения напряжений и деформаций при приложении растягивающих нагрузок. Результаты показали, что на основе



успешной апробации методика была применена к реальному крепежному элементу, при этом проведён сравнительный анализ прочностных характеристик для материалов Сталь 45 и Сталь 45Г. **Выводы.** Показано, что использование материала Сталь 45Г обеспечивает более высокий коэффициент запаса прочности, подтверждая эффективность предложенной методики для инженерного анализа и оптимизации конструкции и материала крепёжных элементов.

**Ключевые слова:** Компас 3D V23, APM-FEM, 3D-модель, испытание на растяжение, крепежный элемент «Шпилька», Сталь 45, Сталь 45Г

**Для цитирования:** Мухутдинов, А.Р., Раимов, А.Р., Мухутдинов, Т.А., Мухутдинов, Т.А. (2026). Применение современных информационных технологий для анализа прочности крепежных элементов при растяжении. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 166—179. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160209>

## Application of modern information technologies to analyze the tensile strength of fasteners

**A.R. Mukhutdinov**<sup>1</sup> ✉, **A.R. Raimov**<sup>1</sup>, **T.A. Mukhutdinov**<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Kazan National Research Technological University”, Kazan, Russian Federation

<sup>2</sup> Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russian Federation

✉ [muhutdinov@rambler.ru](mailto:muhutdinov@rambler.ru)

### *Abstract*

**Context and Relevance.** The results of using modern information technologies from the initial design stage to the final stage of virtual testing, as well as data on the patterns of processes in the simulated elements and the results of a computational experiment, are practically absent in the scientific literature. Therefore, the development of a systems approach to computer modeling of the strength of fasteners is relevant and has scientific novelty and practical significance. **Objective.** To develop and test a methodology for computer modeling of the tensile strength of fasteners using modern information technologies. **Methods and Materials.** The methodology includes creating a 3D model, imposing tensile loads, generating a finite element mesh, and calculating the distribution of stresses and strains. To test the methodology, a standard sample was used, the modeling results of which demonstrated high accuracy and consistency with reference data. **Results.** A comprehensive methodology for computer modeling of the strength of a stud fastener has been developed and tested using modern information technologies. The developed methodology enables a full cycle of computer analysis — from constructing a 3D model to determining stresses and strains under tensile loads. The results showed that, based on successful testing, the methodology was applied to a real fastener, with a comparative analysis of the



strength properties of Steel 45 and Steel 45G. **Conclusions.** Using Steel 45G provides a higher safety factor, confirming the effectiveness of the proposed methodology for engineering analysis and optimization of fastener design and material.

**Keywords:** Kompas 3D V23, APM-FEM, 3D model, tensile test, fastener «Stud», Steel 45, Steel 45G

**For citation:** Mukhutdinov, A.R., Raimov, A.R., Mukhutdinov, T.A., Mukhutdinov, T.A. (2026). Application of modern information technologies to analyze the tensile strength of fasteners. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 166—179. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160209>

## Введение

В настоящее время все больше возрастает актуальность использования в материаловедении современных информационных технологий, в частности систем автоматизированного проектирования (САПР) (Котов и др., 2019, с. 250; Ганин, 2010, с. 360.; Мухутдинов, Ефимов, Вахидова, 2020, с. 28; Мухутдинов и др., 2021, с. 79; Кудрявцев Е.М., 2008, 300 с.; Дриц, Москалев, 1990, с. 446) (Kotov et al., 2019, p. 250; Ganin, 2010, p. 360.; Mukhutdinov, Efimov, Vakhidova, 2020, p. 28; Mukhutdinov et al., 2021, p. 79; Kudryavtsev E.M., 2008, 300 s.; Dritz, Moskalev, 1990, p. 446). Сегодняшний уровень развития программного 3D-моделирования позволяет не только создавать непосредственно объемные модели будущих изделий и их чертежи, но и провести исследование физико-механических свойств. Современные вычислительные комплексы дают возможность смоделировать испытания деталей для определения прочностных характеристик с учётом их конструкционных особенностей и свойств применяемых материалов (Дриц, Москалев, 1990, с. 446; Магомедов, Алехин, 2010, с. 1; APM FEM, 2022, с. 71) (Drits, Moskalev, 1990, p. 446; Magomedov, Alekhine, 2010, p. 1; APM FEM, 2022, p. 71).

На основе результатов моделирования проводится инженерный анализ проектируемого изделия, что позволяет выявлять потенциальные зоны концентрации напряжений и повышенные риски разрушения. Такие данные дают возможность оптимизировать конструкцию, изменить материал или форму детали ещё на стадии проектирования. Применение САПР, использующих численное моделирование, для решения задач прочности изделий, существенно экономит время и ресурсы, сокращает объёмы натуральных испытаний и позволяет более тщательно оптимизировать конструкцию. Поэтому применение цифровых инструментов анализа прочности становится важным элементом современного инженерного подхода.

Однако использование современных информационных технологий от начальной стадии проектирования объекта до конечной стадии виртуального испытания в литературе освещено недостаточно, а данные о закономерностях протекания процессов в моделируемых элементах и результаты вычислительного эксперимента практически отсутствуют. Это формирует актуальную научную и практическую проблему,



требующую разработки системного подхода к компьютерному моделированию прочности конкретных крепёжных элементов.

- Известно, что в конструкциях различных строительных систем есть множество элементов, которые должны надёжно соединяться и выдерживать постоянное движение и нагрузку. Шпилька -построение поверхности и объёма детали;
- задание параметров материала и физических свойств;
- подготовку модели к последующему численному анализу.

Этап 2. Проведение численного моделирования растяжения

На втором этапе выполняются виртуальные испытания с использованием модуля APM-FEM, включающие:

- Задание граничных условий и закреплений модели.
- Определение направления и величины растягивающей силы.
- Генерация сетки конечных элементов для дискретизации модели.
- Расчёт распределения напряжений и деформаций.
- Вывод и анализ результатов, включая построение карт коэффициента запаса по пределу прочности и выявление критических зон напряжений.

Методика обеспечивает воспроизводимость и точность моделирования и может применяться как для стандартных образцов, используемых в лабораторных исследованиях, так и для реальных крепёжных элементов. Она позволяет выявлять потенциальные зоны концентрации напряжений, оценивать прочностные характеристики деталей и принимать инженерные решения по оптимизации конструкции или замене материала на ранних этапах проектирования.

## Результаты

### *Апробация методики на тестовом образце*

Для первичной проверки работоспособности предложенной методики был выбран образец III типа, предназначенный для испытаний на растяжение согласно ГОСТ 1497 (рисунок 1) (ГОСТ 1497-2023, 2023, с. 33) (GOST 1497—2023, 2023, p. 33). В качестве материала образца при виртуальных испытаниях была выбрана Сталь 45, что обеспечивает адекватное воспроизведение его прочностных характеристик в численном моделировании.

Проверка методики далее осуществлялась в соответствии с разработанным порядком действий.

На первом этапе проводится создание 3D-модели образца, применяемого для испытания на растяжение (согласно ГОСТ 1497) в программе Компас 3D V23 (рисунок 1).

Вторым этапом проводятся виртуальные испытания на растяжение компьютерных 3D-моделей образцов из материала Сталь 45 в программном модуле APM-FEM, являющийся частью программы Компас 3D V23:

- 1 шаг: загрузка в программу созданной 3D-модели образца;
- 2 шаг: выбор поверхности закрепления образца;
- 3 шаг: определение плоскости приложения тянущей силы;

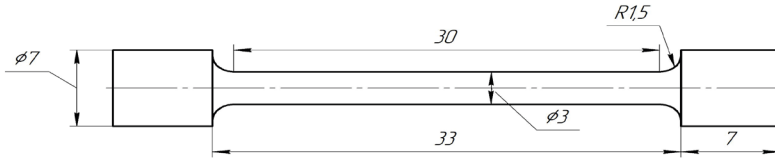


Рис. 1. Вид образца III типа

Fig. 1. Type III sample view

Гранью, к которой будет прилагаться сила, обозначаем нижний торец модели. Заключительным этапом является установление значения действующей силы и её направление в пространстве. Для этого в параметрах силы вводим проекцию этой силы по оси X в глобальной системе, тем самым, задав как значение, так и направление действия этой силы. Для этого в графе оси X указываем отрицательное значение силы 3000 Н (со знаком минус), чтобы имитировать растяжение. Важно отметить, что действия в этом этапе следует повторить, начиная со значения 3000 Н до 4000 Н с шагом 200 Н.

- 4 шаг: генерация конечных элементов сетки;
- 5 шаг: проведение расчета;
- 6 шаг: вывод карты результатов (рисунок 2);

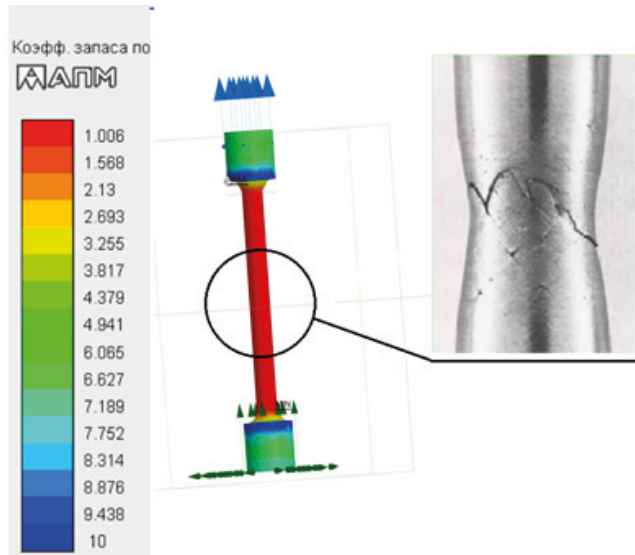


Рис. 2. Карта результатов коэффициента запаса по пределу прочности

Fig. 2. Safety factor results map for ultimate strength



Коэффициент запаса по пределу прочности — это отношение предела прочности материала к максимальному рабочему напряжению. Коэффициент запаса всегда больше единицы для безопасных конструкций. Значение, равное 1, означает, что конструкция находится на грани разрушения, а значение меньше 1 указывает на то, что разрушение уже произошло или неизбежно при данной нагрузке (INNER ENGINEERING, 2025) (INNER ENGINEERING, 2025). По разработанной методике заполнена таблица 1.

Таблица 1 / Table 1

**Результаты растяжения образца из материала Сталь 45**  
**Results of tensile testing of a specimen made of Steel 45 material**

Нагрузка, Н / Load, N	Коэффициент запаса, $n$ / Safety factor, $n$	Напряжение в образце, Н/мм <sup>2</sup> / Stress in the sample, N/mm <sup>2</sup>
3000	1,275	495,9
3200	1,214	513,7
3400	1,148	537
3600	1,079	561,3
3800	1,006	598
4000	0,949	629,4

Согласно ГОСТ 1050-2013, предел прочности  $\sigma_{\text{пред}}$  (предельно допустимое напряжение) для материала Сталь 45 составляет 600 Н/мм<sup>2</sup>.

Основываясь на результатах, полученных в ходе вычислительного эксперимента на растяжение образца материала и справочных данных, составлена таблица сравнения (таблица 2).

Таблица 2 / Table 2

**Сравнение расчетных и справочных данных**  
**Comparison of calculated and reference data**

Материал / Material	Моделируемое значение предельного напряжения, Н/мм <sup>2</sup> / Simulated value of ultimate stress, N/mm <sup>2</sup>	Справочное значение пре- дельного напряжения, Н/мм <sup>2</sup> / Reference value of ultimate stress, N/mm <sup>2</sup>	Относительная погрешность, % / Relative error, %
Сталь 45 / Steel 45	598	600 (ГОСТ 1050-2013, 2015, с. 48) / (GOST 1050—2013, 2015, p. 48)	0,33

Разработанная методика проведения виртуального испытания образца на растяжение в соответствии (Магомедов, Алехин, 2010, с. 1) (Magomedov, Alekhine, 2010, p. 1) с использованием программы Компас АРМ-FEM, позволяет получить результаты



испытаний согласующиеся со справочными(ГОСТ 1050-2013, 2015, с. 48) (GOST 1050—2013, 2015, p. 48). Ошибка не более 1%.

Таким образом, проведенные исследования в первой части работы подтверждают, что программа Компас 3D V23 позволяет проводить компьютерное моделирование прочности образца III типа и получать точные результаты.

### ***Применение методики на реальной детали***

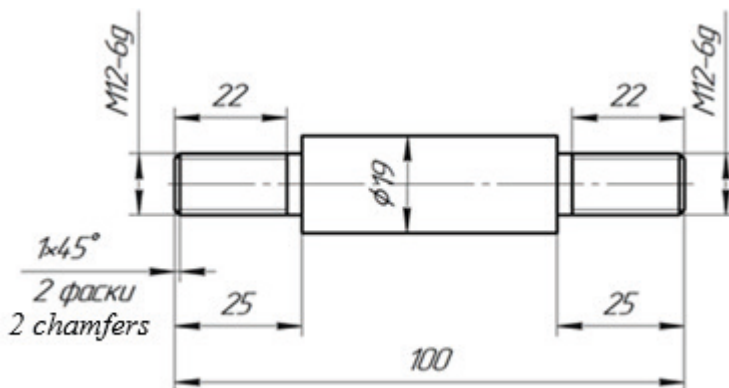
Успешная апробация методики открывает возможность её использования для анализа прочностных характеристик реальных крепёжных элементов, а также для оценки повышения их прочности за счёт изменения материала.

В последующих расчетах объектом исследования выступает крепёжный элемент «Шпилька», а предметом исследования его прочность.

**Шпилька** была выбрана в качестве объекта исследования по нескольким причинам. Во-первых, она является широко используемым элементом соединений в строительных и инженерных конструкциях, где на неё действуют значительные растягивающие нагрузки. Во-вторых, шпильки часто применяются в критических узлах, например, в креплении деформационных швов мостов, где они выполняют функцию якорей, удерживая конструкции при динамических и температурных воздействиях. Их геометрия и конструктивные особенности делают шпильки удобными для численного моделирования и проверки предложенной методики. Наконец, изучение прочностных характеристик шпильки позволяет оценить эффективность материала, формы и размеров детали, что имеет прямое прикладное значение для оптимизации её эксплуатации.

Убедившись, что программа Компас 3D V23 можно использовать для моделирования прочности, переходим ко второй части работы: повышение прочности крепёжного элемента «Шпилька» за счет замены материала. Она включает также два этапа.

Первым этапом проводится создание 3D-модели крепёжного элемента «Шпилька», применяемого в строительстве в программе Компас 3D V23 (рисунок 3).



**Рис. 3.** Вид крепёжного элемента «Шпилька»

**Fig. 3.** Type of fastener “Stud”



Вторым этапом проводятся виртуальные испытания на растяжение компьютерных 3D-моделей крепежных элементов «Шпилька» из различных марок стали в программном модуле *APM-FEM*.

1 шаг: выбор и обоснование материала, который обеспечит лучшие прочностные характеристики и ценовые показатели (таблица 3).

В настоящее время в качестве материала крепежного элемента «Шпилька» используется Сталь 45. Для проведения сравнительного эксперимента выбран в качестве примера материал Сталь 45Г.

Таблица 3 / Table 3

### Характеристики двух марок сталей Characteristics of two steel grades

Свойство / Property	Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G	Разница, % / Difference, %
Предел прочности, Н/мм <sup>2</sup> / Tensile strength, N/mm <sup>2</sup>	600	620	3,3
Предел текучести, Н/мм <sup>2</sup> / Yield strength, N/mm <sup>2</sup>	355	375	5,4
Стоимость, руб./т / Cost, RUB/t	48000 (МеталлНефтеПрокат. Металлургический Холдинг, 2025) / (MetalNefteProkat. Metallurgical Holding, 2025)	45100 (Металлопрокат. ру, 2025) / (Metalloprokat.ru, 2025)	6,1

Остальные шаги соответствуют второму этапу виртуальных испытаний на растяжение компьютерных 3D-моделей образцов (рисунок 1).

Для сравнения двух материалов с характеристиками, которые приведены в таблице 3, провели виртуальные испытания на растяжение 3D-моделей крепежных элементов «Шпилька» с помощью модуля *APM-FEM* (рис. 4). Результаты испытаний приведены в таблице 4.

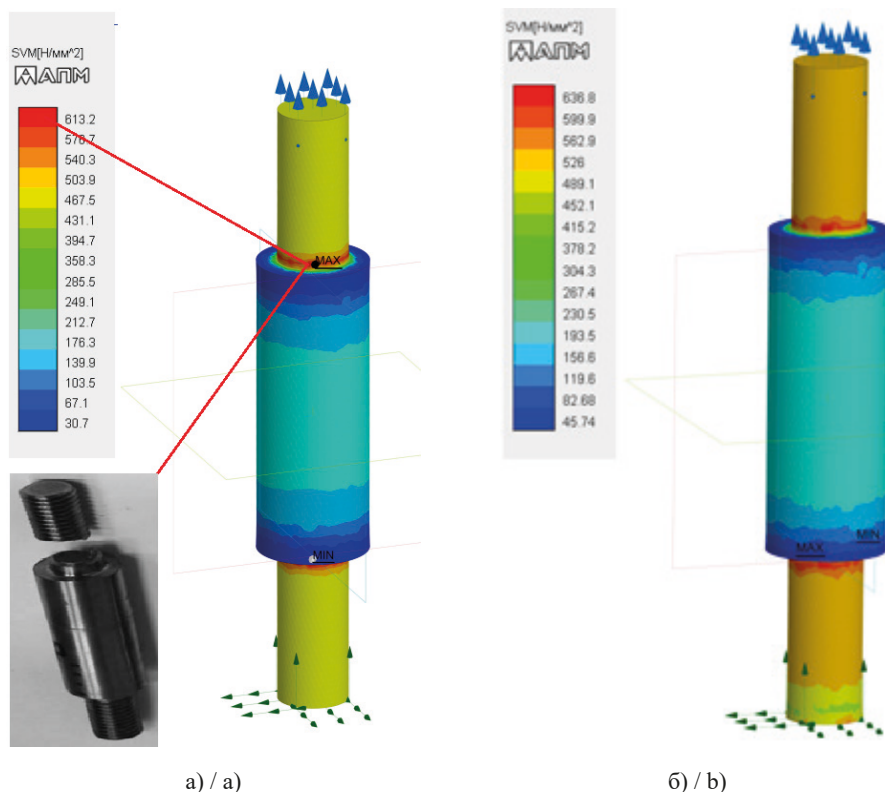
Таблица 4 / Table 4

### Результаты растяжения 3D-модели шпильки (нагрузка с шагом 500 Н) Results of tensile testing of a 3D model of a stud (load in 500 N increments)

Нагрузка, Н / Load, N		Коэффициент запаса, n / Safety factor, n		Напряжение в образце, Н/мм <sup>2</sup> / Stress in sample, N/mm <sup>2</sup>	
Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G	Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G	Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G
48000	54000	1,053	1,063	582,8	603,3
48500	54500	1,042	1,049	588,1	609,6
49000	55000	1,031	1,041	594,9	616,1



Нагрузка, Н / Load, N		Коэффициент запаса, n / Safety factor, n		Напряжение в образце, Н/мм <sup>2</sup> / Stress in sample, N/mm <sup>2</sup>	
Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G	Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G	Сталь 45 / Steel 45	Сталь 45Г / Steel 45G
49500	55500	1,019	1,032	601,3	621,9
50000	56000	1,010	1,021	607,1	629,2
50500	56500	1	1,007	613,2	636,8
51000	57000	0,9906	0,992	619,2	643,5



**Рис. 4.** Карта результатов по пределу прочности:  
а — 3D-модель шпильки из материала Сталь 45;  
б — 3D-модель шпильки из материала Сталь 45Г

**Fig 4.** Ultimate Strength Results Map:  
a — 3D model of a stud made of Steel 45;  
b — 3D model of a stud made of Steel 45G



Результаты вычислительного эксперимента и справочные данные растяжения 3D-модели шпильки из различных материалов приведены в таблице 5.

Таблица 5/ Table 5

### Сравнение расчетных и справочных данных Comparison of calculated and reference data

Материал / Material	Расчетное напряжение, Н/мм <sup>2</sup> / Calculated stress, N/mm <sup>2</sup>	Справочные значение предельного напряжения, Н/мм <sup>2</sup> / Reference value of ultimate stress, N/mm <sup>2</sup>	Относительная погрешность, % / Relative error, %
Сталь 45 / Steel 45	613,2	600 (INNER ENGINEERING, 2025) / (INNER ENGINEERING, 2025)	2,8
Сталь 45Г / Steel 45G	636,8	620 (ГОСТ 4543-2016, 2017, с. 50) / (GOST 4543—2016, 2017, p. 50)	2,7

Результаты моделирования и анализ данных показал, что материал Сталь 45Г обеспечивает существенно более высокую прочность, особенно в сердцевине изделия (благодаря улучшенной прокаливаемости). Это критически важно для элементов, работающих на растяжение.

## Обсуждение результатов

Разработанная методика позволяет реализовать полный цикл компьютерного анализа — от построения трёхмерной модели до определения напряжений и деформаций при приложении растягивающих нагрузок. Кроме того, разработанная методика позволяет не только предсказывать поведение крепёжного элемента под растягивающими нагрузками, но и оптимизировать конструкцию и выбор материала на ранних стадиях проектирования.

## Заключение

В рамках проведённого исследования была разработана и апробирована комплексная методика виртуального моделирования прочности крепёжных элементов при растяжении с использованием программы КОМПАС-3D V23 и модуля APM-FEM. Методика успешно прошла проверку на стандартном образце III типа (согласно ГОСТ 1497), показав согласие результатов с справочными данными и максимальную ошибку не более 1%.

Применение методики к реальному крепёжному элементу «Шпилька» позволило оценить распределение напряжений и коэффициент запаса прочности для различных материалов. Выяснено, что шпилька из материала Сталь 45Г демонстрирует более высокий коэффициент запаса прочности при растяжении по сравнению



с аналогичной деталью из Сталь 45, что подтверждает эффективность предложенной методики и её пригодность для инженерного анализа.

На основе полученных данных дано научно-практическое обоснование замены материала крепёжных элементов с Сталь 45 на Сталь 45Г, что позволяет повысить надёжность и долговечность шпилек в конструкциях, подвергающихся значительным растягивающим нагрузкам. Предложенная методика может быть использована для оптимизации конструкций и материалов крепёжных элементов в различных инженерных системах.

### Список источников / References

1. Ганин, Н.Б. (2010). Автоматизированное проектирование в системе КОМПАС-3D V12. (360 с). М.: ДМК Пресс.  
Ganin, N.B. (2010). Automated design in the KOMPAS-3D V12 system. (360 p). M.: DMK Press.
2. ГОСТ 1050-2013 (2015).Metalлопродукция из нелегированных конструкционных качественных специальных сталей. Общие технические условия» (48 с.). Издательство: Ежегодный информационный указатель «Национальные стандарты». Стандартиформ.  
GOST 1050—2013 (2015). Metal products made of non-alloy structural high-quality special steels. General specifications (48 p.). Publisher: Annual information index “National standards”. Standartinform.
3. ГОСТ 1497-2023 (2023). Металлы. Методы испытаний на растяжение (33 с.). И ПК Издательство стандартов. Стандартиформ.  
GOST 1497—2023 (2023). Metals. Tensile testing methods (33 с.). And PC Publishing House of Standards. Standartinform.
4. ГОСТ 26303-84. (1984). Сосуды и аппараты высокого давления. Шпильки. Методы расчета на прочность (72 с.). Издательство стандартов.  
GOST 26303—84. (1984). High-pressure vessels and apparatus. Studs. Strength calculation methods (72 p.). Standards Publishing House.
5. ГОСТ 4543-2016 (2017). Metalлопродукция их конструкционной легированной стали. Технические условия (50 с.). Издательство: Ежегодный информационный указатель «Национальные стандарты». Стандартиформ.  
GOST 4543—2016 (2017). Metal products made of structural alloy steel. Specifications (50 p.). Publisher: Annual information index “National standards”. Standartinform.
6. ГОСТ Р 52627—2006. (2007). Болты, винты и шпильки. Механические свойства и методы испытаний (24 с.) Издательство: Ежегодный информационный указатель «Национальные стандарты». Стандартиформ.  
GOST R 52627—2006. (2007). Bolts, screws and studs. Mechanical properties and test methods (24 p.) Publisher: Annual information index “National standards”. Standartinform.
7. Дриц М.Е., Москалев М.А. (1990). Технология конструкционных материалов и материаловедение (446 с.). Учебник для немашиностроит. спец. вузов. М.: Высш. шк.  
Drits M.E., Moskalov M.A. (1990). Technology of structural materials and materials science (446 p.). Textbook for non-mechanical engineering special. universities. Moscow: Higher. school.
8. Дроздов, М.В. (2011). Прочность и виды разрушений резьбовых соединений шпилек при их применении в статических нагрузках (7 с.). Трубопроводы «Метизно-фланцевый завод»



- [https://www.12821—80.ru/tech/72-Prochnost\\_rezbovykh\\_soedinenij\\_shpilek\\_Staticieskie\\_nagruzki](https://www.12821—80.ru/tech/72-Prochnost_rezbovykh_soedinenij_shpilek_Staticieskie_nagruzki) (дата обращения 15.02.2026).
- Drozdo, M.V. (2011). Strength and types of failure of threaded stud connections when used under static loads (7 p.). Pipelines “Hardware and Flange Plant” [https://www.12821-80.ru/tech/72-Prochnost\\_rezbovykh\\_soedinenij\\_shpilek\\_Staticieskie\\_nagruzki](https://www.12821-80.ru/tech/72-Prochnost_rezbovykh_soedinenij_shpilek_Staticieskie_nagruzki) (date of access 02/15/2026).
9. Котов, В.В., Нижник, Д.А., Асрян, Г.Р., Михалев, А.И., Иванов, А.Е. (2019). Моделирование в САД САЕ системах. (с. 250—254). Ростов-на-Дону, ДГТУ, ИНТЕРАГРОМАШ.  
Kotov, V.V., Nizhnik, D.A., Asryan, G.R., Mikhalev, A.I., Ivanov, A.E. (2019). Modeling in CAD CAE systems. Rostov-on-Don, DSTU, (p. 250—254). INTERAGROMASH.
10. Кудрявцев, Е.М. (2008). КОМПАС-3D. Моделирование, проектирование и расчет механических систем (300с.). М.: ДМК Пресс.  
Kudryavtsev, E.M. (2008). KOMPAS-3D. Modeling, design and calculation of mechanical systems (300 p.). M.: DMK Press.
11. Магомедов, А., Алехин, А. (2010). Интегрированный конечно-динамический анализ в КОМПАС 3D (с. 1—4). САМ, САД, САЕ Observer № 8.  
Magomedov, A., Alekhine, A. (2010). Integrated finite-dynamic analysis in KOMPAS 3D (pp. 1—4). SAM, CAD, CAE Observer № 8.
12. Мальков, О.В., Головки, И.М. (2011). Статические испытания на растяжение наружных резьб, изготовленных резьбофрезерованием (с. 58—64). Известия высших учебных заведений. Машиностроение № 12.  
Malkov, O.V., Golovko, I.M. (2011). Static tensile tests of external threads produced by thread milling (pp. 58—64). News of higher educational institutions. Mechanical Engineering, No. 12.
13. МеталлНефтеПрокат. Металлургический Холдинг. (2025). [https://kazan.metallnp.ru/catalog/krug\\_stalnoy/filter/alloy-is-st%2045/apply/?ysclid](https://kazan.metallnp.ru/catalog/krug_stalnoy/filter/alloy-is-st%2045/apply/?ysclid) (дата обращения 22.05.2025).  
MetallNefteProkat. Metallurgical Holding. (2025). [https://kazan.metallnp.ru/catalog/krug\\_stalnoy/filter/alloy-is-st%2045/apply/?ysclid](https://kazan.metallnp.ru/catalog/krug_stalnoy/filter/alloy-is-st%2045/apply/?ysclid) (accessed 22.05.2025).
14. Металлопрокат.ру (2025). Сайт продажи металлопроката / Режим доступа: <https://www.metalloprokat.ru/sort/krug/45g/> (дата обращения 22.05.2025).  
Metalloprokat.ru (2025). Website for the sale of rolled metal products / Access mode: <https://www.metalloprokat.ru/sort/krug/45g/> (date of access 05/22/2025).
15. Мухутдинов, А.Р., Ефимов, М.Г., Вахидова, З.Р. (2020). Модернизация элемента изделия на основе вычислительного эксперимента (с. 28—37). Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. № 2(66).  
Mukhutdinov, A.R., Efimov, M.G., Vakhidova, Z.R. (2020). Modernization of a product element based on a computational experiment (pp. 28—37). Modern technologies. Systems analysis. Modeling. No. 2(66).
16. Мухутдинов, А.Р., Ефимов, М.Г., Гарифулин, Р.Ш., Вахидова, З.Р. (2021). Изучение распределения напряжений при прессовании энергонасыщенных материалов в сборке пресс-инструмента в AUTODESK INVENTOR (с. 79—86) Научно-технический сборник «Взрывное дело» № 133/90.  
Mukhutdinov, A.R., Efimov, M.G., Garifulin, R.Sh., Vakhidova, Z.R. (2021). Study of stress distribution during pressing of energy-saturated materials in the assembly of a press tool in AUTODESK INVENTOR (pp. 79—86) Scientific and technical collection “Explosive Engineering” No. 133/90.



17. Фасхиев, Х.А. (2013). Повышение долговечности шпилечного соединения: экспериментальное исследование (7с). Вестник УГАТУ — Уфа.  
Faskhiev H.A. (2013). Increasing the durability of stud connections: an experimental study (7с). Bulletin of Ufa State Agrarian University — Ufa.
18. Шестериков, В.И. (2006). Контроль качества работ при содержании, ремонте и реконструкции мостов. Транспорт Российской Федерации № 6. С. 66—70. <https://cyberleninka.ru/article/n/kontrol-kachestva-rabot-pri-soderzhanii-remonte-i-rekonstruksii-mostov/viewer> (дата обращения 15.02.2026).  
Shesterikov, V.I. (2006). Quality control of works during maintenance, repair and reconstruction of bridges. Transport of the Russian Federation No. 6. P. 66—70. <https://cyberleninka.ru/article/n/kontrol-kachestva-rabot-pri-soderzhanii-remonte-i-rekonstruksii-mostov/viewer> (date of access 15.02.2026).
19. Якушев, А.И., Мустаев, Р.Х., Мавлютов, Р.Р. (1979). Повышение прочности и надежности резьбовых соединений (214 с.). М.: Машиностроение.  
Yakushev, A.I., Mustae, R.Kh., Mavlyutov, R.R. (1979). Increasing the strength and reliability of threaded connections (214 p.). Moscow: Mechanical Engineering.
20. АРМ FEM. Руководство Пользователя. (2022). Система прочностного анализа для КОМПАС-3D (71 с.). Версия для КОМПАС-3D v21. Научно-технический центр «АПМ».  
APM FEM. User's Manual. (2022). Strength analysis system for KOMPAS-3D (71 p.). Version for KOMPAS-3D v21. Scientific and Technical Center "APM".
21. INNER ENGINEERING. (2025). Коэффициент запаса прочности: профессиональный анализ. <https://inner.su/services/koeffitsient-zapasa-prochnosti-professionalnyu-analiz/> (дата обращения 15.02.2026).  
INNER ENGINEERING. (2025). Safety Factor: Professional Analysis. <https://inner.su/services/koeffitsient-zapasa-prochnosti-professionalnyu-analiz/> (date of access 02/15/2026).

### ***Информация об авторах***

*Аглям Рашидович Мухутдинов*, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Технология твердых химических веществ», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет», Казань, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8871-4941>, e-mail: [muhutdinov@rambler.ru](mailto:muhutdinov@rambler.ru)

*Амир Русланович Раимов*, магистрант кафедры «Оборудования химических заводов», Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет», Казань, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-9904-0308>, e-mail: [amir.raimov.87@mail.ru](mailto:amir.raimov.87@mail.ru)

*Тимерхан Аглямович Мухутдинов*, старший преподаватель кафедры программной инженерии, Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-9463-3906>, e-mail: [timerking@rambler.ru](mailto:timerking@rambler.ru)

### ***Information about the authors***

*Aglyam Rashidovich Mukhutdinov*, Doctor of Engineering Sciences, Associate Professor, Professor in the Department of Solid Chemicals Technology, Kazan National Research Technological University, Kazan, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8871-4941>, e-mail: [muhutdinov@rambler.ru](mailto:muhutdinov@rambler.ru)



*Amir Ruslanovich Raimov*, Master's Student in the Department of Chemical Plant Equipment, Kazan National Research Technological University, Kazan, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0004-9904-0308>, e-mail: [amir.raimov.87@mail.ru](mailto:amir.raimov.87@mail.ru)

*Timerkhan Aglyamovich Mukhutdinov*, Senior Lecturer in the Department of Software Engineering, Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-9463-3906>, e-mail: [timerking@rambler.ru](mailto:timerking@rambler.ru)

### **Вклад авторов**

*Мухутдинов А.Р.* — идеи исследования; аннотирование, написание и оформление рукописи; планирование исследования; контроль за проведением исследования.

*Раимов А.Р.* — сбор и анализ данных; визуализация результатов исследования; проведение виртуального эксперимента (2 часть — апробация методики); написание рукописи.

*Мухутдинов Т.А.* — применение прикладного программного обеспечения и математических методов для анализа данных; проведение виртуального эксперимента (1 часть — разработка и отработка методики); написание рукописи.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### **Contribution of the authors**

*A.R. Mukhutdinov* — research concept; annotation, writing, and formatting of the manuscript; study planning; study supervision.

*A.R. Raimov* — data collection and analysis; visualization of study results; conducting the virtual experiment (Part 2 — methodology validation); manuscript writing.

*T.A. Mukhutdinov* — application of application software and mathematical methods for data analysis; conducting the virtual experiment (Part 1 — methodology development and refinement); manuscript writing.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

### **Декларация об этике**

Исследование было рассмотрено и одобрено экспертной комиссией ФГБОУ ВО «Казанский национальный исследовательский технологический университет» (Заключение от 12.11.2025 г.).

### **Ethics statement**

The study was reviewed and approved by the expert committee of the Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Education “Kazan National Research Technological University” (Conclusion dated November 12, 2025).

Поступила в редакцию 25.02.2026

Поступила после рецензирования 11.03.2026

Принята к публикации 12.03.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2025.02.25

Revised 2026.03.11

Accepted 2026.03.12

Published 2026.06.30

## КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ | SOFTWARE PACKAGES

Научная статья | Original paper

УДК 004.85:159.953

# Моделирование рефлексивных процессов как задачи обработки информации в интеллектуальных системах

**В.Р. Гапонов** ✉, **Е.В. Ляпунцова**

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана  
Москва, Российская Федерация  
✉ [gaponovvr@student.bmstu.ru](mailto:gaponovvr@student.bmstu.ru)

### *Резюме*

**Контекст и актуальность.** Рефлексивные процессы, то есть способность системы обдумывать свои собственные действия и состояния, давно изучаются в философии, психологии и кибернетике. В современных интеллектуальных системах появилась потребность в моделировании рефлексии для повышения адаптивности, автономности и объяснимости их поведения. **Цель.** Разработать и исследовать когнитивную архитектуру с явной поддержкой рефлексивного мышления, рассматривая рефлексии как особую задачу обработки информации внутри искусственного интеллекта. **Гипотеза.** Внедрение слоя рефлексии (метакогнитивного контроля) в архитектуру интеллектуальной системы позволит ей выявлять и корректировать собственные ошибки, адаптироваться к неопределённости и обосновывать свои решения лучше по сравнению с системой без такого слоя. **Методы.** Построена гибридная когнитивная архитектура, включающая реактивный объектный уровень (S1) и рефлексивный уровень планирования (S2) с метаконтроллером, оценивающим уверенность решений и мониторирующим ресурсы системы. Проведено моделирование сценариев взаимодействия агента с внешней средой, в которых сравнивалось поведение системы с включённой и отключённой рефлексией. **Результаты.** Показано, что метаконтроллер запускает рефлексивный цикл при недостаточной уверенности в решении либо при обнаружении аномалий, что приводит к пересмотру целей и планов агента. В тестовых задачах агент с рефлексией успешно избегал ловушек и исправлял ошибочные действия, тогда как агент без рефлексии допускал больше ошибок. **Выводы.** Рефлексивные процессы



могут быть эффективно сформулированы как задача внутренней обработки информации в когнитивной системе. Их моделирование в архитектуре интеллектуального агента повышает надежность и объяснимость его работы, приближая поведение системы к осознанному и целенаправленному, что подтверждает выдвинутую гипотезу.

**Ключевые слова:** рефлексивное мышление, когнитивная архитектура, метакогнитивный контроль, интеллектуальные агенты, дуальные процессы, искусственный интеллект

**Для цитирования:** Гапонов, В.Р., Ляпунцова, Е.В. (2026). Моделирование рефлексивных процессов как задачи обработки информации в интеллектуальных системах. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 180—196. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160210>

## Modeling reflexive processes as information processing tasks in intelligent computers

V.R. Gaponov ✉, E.V. Lyapunsova

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russian Federation

✉ gaponovvr@student.bmstu.ru

### *Abstract*

**Context and relevance.** Reflexive processes, that is, the ability of a system to reflect on its own actions and states, have long been studied in philosophy, psychology, and cybernetics. In modern intelligent systems, there is a need to model reflection to improve the adaptability, autonomy, and explainability of their behavior.

**Objective.** To develop and explore a cognitive architecture with explicit support for reflective thinking, considering reflection as a special information processing task within artificial intelligence.

**Hypothesis.** The introduction of a reflection layer (metacognitive control) into the architecture of an intelligent system will allow it to identify and correct its own errors, adapt to uncertainty, and justify its decisions better than a system without such a layer.

**Methods and materials.** A hybrid cognitive architecture was constructed, including a reactive object layer (S1) and a reflexive planning layer (S2) with a metacontroller that evaluates the confidence of decisions and monitors system resources. Scenarios of agent interaction with the external environment were simulated, in which the behavior of the system with reflection enabled and disabled was compared. **Results.** It was demonstrated that the metacontroller initiates a reflexive cycle when uncertainty about a decision is insufficient or when anomalies are detected, leading to a revision of the agent's goals and plans. In test tasks, the reflexive agent successfully avoided pitfalls and corrected erroneous actions, whereas the non-reflexive agent made more errors.

**Conclusions.** Reflexive processes can be effectively formulated as an internal



information processing task in a cognitive system. Modeling them within the architecture of an intelligent agent increases the reliability and explainability of its operation, bringing the system's behavior closer to conscious and goal-oriented, confirming the proposed hypothesis.

**Keywords:** reflective thinking, cognitive architecture, metacognitive control, intelligent agents, dual processes, artificial intelligence

**For citation:** Gaponov, V.R., Lyapunsova, E.V. (2026). Modeling reflexive processes as information processing tasks in intelligent computers. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 180—196. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160210>

## Введение

Важнейшей особенностью высоко развитого интеллекта является способность к рефлексии. Рефлексия — это важнейший элемент когнитивной деятельности, играющий ключевую роль в самооценке и корректировке собственных мыслительных операций. Она позволяет субъекту или системе строить внутреннюю модель самого себя и на основе этой модели регулировать своё поведение.

Концепция рефлексивного управления зародилась ещё в 1960-х годах. В 1973 году Лефевр В.А. определил её как «способность встать в позицию исследователя по отношению к другому «персонажу», его действиям и мыслям» (Лефевр, 1973). С развитием идеи рефлексии этот термин проникал в различные области человеческой деятельности, начиная с психологии и заканчивая теорией управления. В психологии рефлексия многомерна и имеет три направления изучения. А именно психология рефлексии, мыследеятельностный подход и методологию рефлексии интеллектуальных систем (Сизикова, Волошина, Повещенко, 2016). Анохин П.К. в своей работе «Особенности афферентного аппарата условного рефлекса и их значение для психологии» ввел термин акцептор результатов действия — модель, предсказывающая результаты, в виде сети нейронов. Если какой-то возбудитель попадает в эту сеть, то он может находиться там продолжительное время, удерживая цель поведения человека (Анохин, 1955).

До недавнего времени искусственный интеллект (ИИ) фокусировался преимущественно на алгоритмах решения внешних задач (распознавание образов, планирование, обучение и пр.) и гораздо меньше — на внутренних рефлексивных возможностях. Классические когнитивные архитектуры (Soar, ACT-R, CLARION) моделировали множество аспектов человеческого познания, однако, как правило, не выделяли отдельный контур рефлексии, который отвечал бы за самонаблюдение и переоценку собственных действий (Разумникова, 2023).

В последние годы усиливается интерес к построению рефлексивных интеллектуальных агентов. Появились работы, где агент обладает внутренней когнитивной структурой и может интерпретировать собственные решения перед их принятием (Lewis, Sarkadi, 2024). Такие системы набирают все большую популярность и применяются в разных сферах, например, в образовании (Гапонов, Ляпунцова, 2024).



Стоит отметить, что задачи объяснимости ИИ требуют, чтобы система обладала рефлексией. Системе важно формулировать, почему был принят тот или иной вариант решения, и какие знания при этом использовались. Таким образом, прикладная значимость рефлексивных механизмов для ИИ заключается в повышении надежности и прозрачности работы алгоритмов. Также существуют исследования, показывающие, что рефлексивное моделирование агентами друг друга в коллективной системе повышает согласованность общей модели среды и норм взаимодействия, что, в свою очередь, ведёт к более эффективному совместному решению задач и адаптации системы к динамичным условиям (Listopad, Matsoula, Luchko, 2024).

До сих пор отсутствует единый подход к реализации рефлексивных процессов в когнитивной архитектуре интеллектуальной системы. В разных системах используются разные методы и за основу берутся разные математические модели и компоненты (Dong, Franklin, 2014). Следовательно, необходимо представить и запрограммировать рефлексии в интеллектуальной системе в виде задачи обработки информации, интегрированной в общий когнитивный цикл работы агента. Необходимо определить, какие компоненты и алгоритмы должны составлять такой рефлексивный модуль и как он должен взаимодействовать с другими модулями. В рамках данной проблемы можно выделить несколько ключевых аспектов, признаки, сигнализирующие о необходимости запуска рефлексивного процесса; представлений знаний и моделей для рефлексии; взаимодействие рефлексивного модуля с остальными частями системы. Решение этих вопросов позволит сформировать архитектуру интеллектуального агента, который будет обладать рефлексивными процессами.

Цель настоящей работы — разработать модель модуля для поддержки рефлексивных процессов, способную взаимодействовать внутри агента. Практическая значимость связана с возможностью применения такой архитектуры для создания более надежных автономных систем.

В соответствии с поставленной целью сформулирована следующая гипотеза: включение рефлексивного контура в интеллектуальную систему улучшит её способности к самооценке и коррекции действий, что повысит обобщённую эффективность системы.

## Материалы и методы

**Общая архитектура.** В ходе исследования разработана когнитивная архитектура под названием CogArch, предназначенная для моделирования рефлексивного мышления. Архитектура имеет модульную организацию и представлена на рисунке 1. Можно заметить, что архитектура включает следующие основные компоненты: подсистема восприятия, память, объектный цикл, цикл планирования, метаконтроллер, модули оценки и коррекции, монитор ресурсов и генератор объяснений. Подсистема восприятия обрабатывает входные данные от внешней среды. Память состоит из двух компонентов. Первый — рабочая память, второй — долговременное хранилище. Рабочая память отвечает за хранение оперативных данных, а долговременное



хранилище — память фактов, правил, событий и опыта. Текущая когнитивная архитектура основана на системе дуального мышления (ТДП). Эта теория была сформулирована на основе исследований Уильяма Джеймса и Даниэла Канемана и предполагает, что существует 2 формы мышления. А именно интуитивная и логическая (Симакин, 2023). Объектный цикл действий напоминает Систему 1 (S1). Это механизм реактивного поведения, непосредственно отвечающий за выбор и выполнение действий в окружающей среде на основе текущих стимулов и целей. В то время, как цикл планирования относится к Системе 2 (S2) и представляет собой механизм планировщика поведения. Он моделирует рассуждения «что будет, если...» и формирует последовательность действий для достижения поставленных целей. Метаконтроллер — ключевой компонент архитектуры, его также можно назвать рефлексивным уровнем. На этом уровне реализуются функции рефлексивного анализа и вмешательства в работу уровней S1–S2. Модули оценки и коррекции являются вспомогательными компонентами, связанными с метаконтроллером. Монитор ресурсов необходим для того, чтобы отслеживать состояние внутренних ресурсов системы. Благодаря этому модулю можно регулировать нагрузку всей архитектуры, чтобы не спровоцировать большое потребление ресурсов из-за выполняемых вычислений. Генератор объяснений — это модуль, формирующий объяснения мотивов и результатов работы на основе данных, предоставляемых метаконтроллером и памятью.

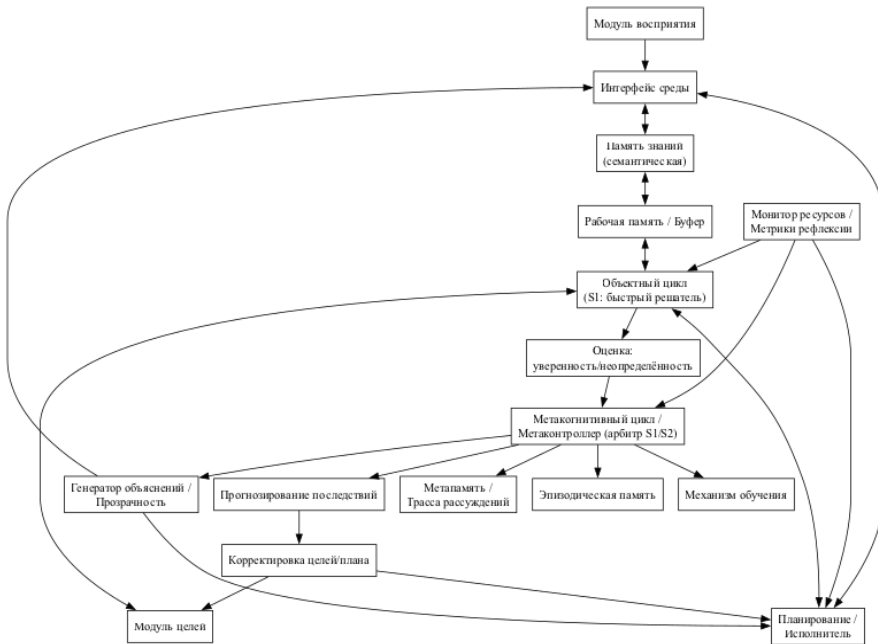


Рис. Структура когнитивной архитектуры CogArch

Fig. Structure of CogArch cognitive architecture



Новизну архитектуре приносит метаконтроллер, который располагается над S1 и S2 и следит, и управляет их работой. Его можно сравнить с «третьим уровнем» в терминологии А. Сломана. Это уровень, отслеживающий состояние всей системы и способный перенастраивать другие слои для улучшения общего результата (Sloman, 1994).

**Функции метаконтроллера.** Метаконтроллер непрерывно получает информацию о выполнении текущего плана и о состоянии среды через рабочую память. Каждый раз, когда объектный цикл S1 предлагает некоторое действие для немедленного выполнения, метаконтроллер запускает процедуру оценки этого действия. Оценка включает вычисление степени уверенности в правильности данного действия и проверку ряда условий. Например, соответствие действия долгосрочным целям, отсутствие конфликта с ранее полученными фактами и знаниями, а также анализ внутренних ограничений. В частности, метаконтроллер запрашивает данные у монитора ресурсов и выясняет, не находится ли система в критическом состоянии. На основании этих данных метаконтроллер принимает решение — выполнять действие немедленно на уровне S1 или перейти к рефлексивной фазе обработки (уровень S2). Формально вводится порог уверенности  $T$ : если доверие к кандидату ниже  $T$ , тогда устанавливается флаг  $need\_S2 = True$ . Этот флаг означает о необходимости системы обратиться на уровень S2. Иначе, при условии, что с действием всё в порядке система продолжает работу в режиме S1. В экспериментах, указанных в работе, порог  $T$  выбирался равным 0.7 (по шкале от 0 до 1) по умолчанию, а статус ресурсов считался критическим при падении определённых показателей ниже 10%.

Когда метаконтроллер выявляет необходимость рефлексии ( $need\_S2 = True$ ), он инициирует процедуру вмешательства в объектный цикл. В рабочую память заносится метка о том, что начинается метакогнитивное вмешательство, чтобы другие модули знали о смене режима. Далее метаконтроллер извлекает из памяти текущую цель. С этой целью метаконтроллер активирует цикл планирования S2. Он передаёт цель в модуль планирования, получая на выходе предложенный план действий для её достижения. Затем сгенерированный план отправляется в модуль прогнозирования последствий, где симулируется выполнение плана и предсказываются возможные результаты и побочные эффекты. Получив прогноз, метаконтроллер задействует модуль коррекции. План сравнивается с прогнозом, и, если выявлены нежелательные или противоречивые последствия, в план вносятся коррективы. Итоговый скорректированный план вновь сохраняется в рабочую память как  $s2\_plan\_adjusted$ , вместе с исходным планом и прогнозом. Далее управление возвращается на уровень S2. Скорректированный план передаётся исполнительному модулю планирования, который начинает пошаговое его выполнение (при этом сам метаконтроллер продолжает мониторинг). Таким образом, после вмешательства система действует уже не напрямую реактивно, а по более осмысленной стратегии.

Важно отметить, что метаконтроллер не подменяет собой основной механизм принятия решений, а выступает в роли страховочного процесса, запускающегося только в особых случаях. В обычной ситуации, когда реактивный выбор действия достаточно



уверен и оправдан, S1 действует самостоятельно (это обеспечивает эффективность и скорость работы системы). Лишь когда ситуация нестандартна, либо система не уверена, либо возникла опасность ошибки — включается S2. Такой подход соответствует принципу разумной достаточности. Рефлексия требует затрат ресурсов, поэтому она должна работать выборочно, там, где нужна, во избежание излишней нагрузки на систему. Подобный принцип известен и в когнитивной психологии: человек не анализирует глубоко каждое рутинное действие, но при неожиданностях включает рефлексию и критическое мышление (Нагоев, Нагоева, Пшенокова, 2017).

**Представление знаний для рефлексии.** Чтобы метаконтроллер мог оценивать уверенность и анализировать планы, архитектура оснащена соответствующими моделями представления знаний. В рабочей памяти хранится набор атрибутов текущего состояния агента: цель, текущий план, контекстные переменные, история недавних действий. Кроме того, по ходу работы в эпизодическую память заносятся ключевые эпизоды, такие как, ситуация, принятое решение и исход. Эти эпизоды используются для обучения на опыте. Метаконтроллер может в будущем учитывать, не повторяется ли похожая ситуация, в которой прошлое решение оказалось неудачным. Уверенность решения вычисляется функцией на основе нескольких факторов: количество альтернативных вариантов действия, рассматривавшихся на S1, степень сходства текущей ситуации с теми, что уже успешно решались, эвристическая оценка от подсистемы восприятия. В рамках исследования была использована простая агрегированная метрика уверенности  $0 \leq C \leq 1$ , интерпретируя ее как вероятность того, что выбранное действие приведёт к успеху. Порог  $T = 0.7$  означает, что если шанс успеха ниже 70%, то лучше перепланировать. Разумеется, эту функцию можно усложнять в зависимости от задач.

**Алгоритм работы системы.** Общий цикл функционирования архитектуры CogArch можно представить в виде следующих шагов:

1. Агент получает новую информацию из внешней среды. Данные поступают в подсистему восприятия и обновляют рабочую память.
2. Объектный цикл (S1) генерирует действие на основе текущего состояния и цели.
3. Метаконтроллер оценивает предложенное действие, вычисляя меру уверенности  $C$  и проверяя ограничения.
4. Если  $C \geq T$  и нарушений не обнаружено, действие выполняется немедленно на уровне S1.
5. Если  $C < T$  либо выявлены проблемы (устанавливается флаг  $need\_S2 = 1$ ), запускается рефлексивный цикл на уровне S2. Метаконтроллер помечает в рабочей памяти переход в рефлексивный режим и извлекает текущую цель, после чего передаёт её в планировщик S2 для построения нового плана.
6. Построенный план  $P$  проходит этап прогнозирования последствий: вычисляются показатели риска  $R(P)$  и полезности  $U(P)$ . Модуль коррекции анализирует прогноз и при необходимости изменяет план, формируя скорректированный вариант  $P'$ , который сохраняется в рабочей памяти.



7. Исполнитель S2 пошагово выполняет утверждённый скорректированный план P', в то время как метаконтроллер параллельно продолжает мониторинг выполнения.
8. По завершении цикла система возвращается в обычный режим и ожидает следующего наблюдения. Процесс повторяется с шага 1 для нового входного сигнала.

**Экспериментальные сценарии.** Для проверки работы архитектуры были смоделированы условные сценарии, отражающие типичные ситуации, где рефлексия потенциально полезна. Основной сценарий — задача избегания угрозы. Агент перемещается в среде с препятствиями и должен достичь цели, при этом в некоторый момент на его пути возникает объект, распознаваемый сенсорами как потенциальная опасность. Реактивный слой S1 в такой ситуации сразу генерирует действие типа «обойти угрозу». Это действие рационально. Но в сценарий была заложена дополнительную сложность. Датчики агента могут ошибочно трактовать безопасный объект как угрозу, либо наоборот, угрозу как безопасный объект. Также у агента может быть альтернативная цель, например, собрать информацию об объекте. Таким образом, оптимальная стратегия может различаться. В одних случаях лучше действительно уйти с пути, а в других — стоит сначала уточнить информацию, чтобы не тратить ресурсы на обход или не упустить важный объект, ошибочно принятый за угрозу.

Было проведено сравнение двух вариантов архитектуры: с включённым рефлексивным слоем и без него (упрощённая архитектура, где метаконтроллер всегда автоматически одобряет решения S1, не запуская S2). Оба варианта многократно прогонялись в сценарии с разными исходными условиями. Для воспроизведения неопределённости вводились случайные вариации. Вероятности ложной тревоги сенсоров (~20%), степень опасности угрозы (высокая/низкая), наличие ограничений по времени на выполнение задачи и т.д. В каждом тесте фиксировались такие показатели, как, достиг ли агент конечной цели (успех/неуспех), сколько шагов заняло решение задачи, были ли совершены заведомо лишние действия (например, обход несуществующей опасности), сколько раз агент переходил в режим рефлексии.

## Результаты

Эксперимент был направлен на оценку влияния рефлексивного метаконтроллера на эффективность работы когнитивной архитектуры. Основная цель состояла в количественном сопоставлении поведения агента в режиме без метаконтроллера и с метаконтроллером. Задачами эксперимента были измерение точности достижения поставленной цели в каждом режиме, определение продолжительности эпизодов и частоту вмешательства метаконтроллера, а также сравнение уровня ложных срабатываний при наличии и отсутствии рефлексии. Таким образом, по результатам эксперимента можно проверить гипотезу, что добавление слоя рефлексии улучшит надёжность и адаптивность принятия решений агентом за счёт мониторинга собственного состояния и пересмотра плана при необходимости (Ackerman, Thompson, 2017).

**Режимы работы системы.** В режиме S1 (без метаконтроллера) система функционирует исключительно на уровне объектного цикла. Алгоритм работы в этом случае



сводится к тому, что на основании текущего восприятия система выбирает прямое действие. Если в рабочей памяти обнаружен признак угрозы, то S1 немедленно генерирует действие для уклонения от угрозы. При отсутствии угрозы в восприятии базовый цикл не видит специальных условий для действия и возвращает бездействие. Никакой дополнительной оценки, либо планирования не производится. Решение принимается быстро, за один шаг, отражая реактивное поведение. Полученное действие можно трактовать как выполненное мгновенное. Так как в коде отсутствует отдельный модуль исполнения для S1, поэтому считается, что выбранное действие S1 непосредственно завершает эпизод.

В режиме S1+S2 (с метаконтроллером) к описанному выше объектному циклу добавляется уровень рефлексии. После получения кандидата действия от S1 запускается метаконтроллер. Метаконтроллер вычисляет количественную меру уверенности с помощью утилиты. Для действия уклонения по причине угрозы уверенность оценивается низко ( $\approx 0.45$ ). Этот низкий уровень уверенности служит сигналом о потенциальной неопределённости или опасности ошибки. Если рассчитанная уверенность ниже заданного порога (в рамках экспериментов — 0.7), метаконтроллер принимает решение, что требуется активация уровня S2. Далее происходит вмешательство, метаконтроллер инициирует процесс пересмотра цели и плана посредством.

В ходе вмешательства система фактически переходит к выполнению рефлексивного цикла. В рамках этого цикла метаконтроллер извлекает текущую цель из рабочей памяти и с помощью планировщика S2 формирует новый план для достижения цели. Планировщик выдает развернутый план действий: сканирование окружения, выбор безопасного направления и движение в безопасную зону. Данный черновик плана затем оценивается модулем прогнозирования последствий. Для этого вычисляются суммарный риск и полезность каждого шага. В зависимости от полученного прогноза система определяет дальнейшие шаги. Модуль коррекции анализирует прогноз, и если риск превышает порог (0.5 по умолчанию), то модуль удалил бы самый опасный этап плана, иначе план отмечается как удачный и одобряется модулем коррекции. Метаконтроллер сохраняет сгенерированный план и скорректированные артефакты (прогноз, статус) в рабочей памяти для исполнения на уровне S2.

После определения плана исполнитель S2 пошагово выполняет утверждённый план через последовательность команд. В ходе выполнения сначала сканируется окружение, затем выбирается безопасное направление. Выбранное направление сохраняется в память и далее используется на этапе движения в безопасную зону, где система делает шаг в указанном направлении. После выполнения всех шагов формируется отчёт об успешном выполнении плана, также заносимый в рабочую память. Эпизод завершается записью в эпизодическую память состояния всех компонентов. Таким образом, в рефлексивном режиме агент действует медленнее, совершая дополнительный цикл оценки и планирования, но потенциально избегает поспешных ошибок за счёт самопроверки. Как отмечал Д. Канеман, подобная архитектура позволяет обнаруживать и исправлять ошибки быстрого интуитивного уровня (Kahneman, 2011).

**Поведение агента в каждом режиме.** Без рефлексии (S1) система продемонстрировала строго реактивное поведение. В эпизодах, где генерировался сигнал угрозы,



система немедленно выполняла простое упреждающее действие уклонения без дополнительных проверок. Это приводит к очень быстрому реагированию, однако такой подход не учитывает контекст и может быть избыточным, если сигнал оказался ложным. Система фактически действовала как Система 1 в терминах дуальной модели мышления (Симакин, 2023). В ситуациях без угрозы поведение S1 тривиально — система бездействовала. Таким образом, режим без метаконтроллера характеризовался минимальным временем принятия решения, но и отсутствием каких-либо корректировок.

С рефлексией (S1+S2) поведение системы стало более сложным и адаптивным. При появлении угрозы базовый цикл также инициировал действие уклонения, но благодаря метаконтроллеру система не выполняла его слепо, а переходила в режим перепланирования. Это выразилось в том, что она задерживала непосредственное исполнение уклонения и сначала выполняла дополнительные когнитивные операции. В результате этих шагов система фактически подтверждала наличие угрозы и выясняла оптимальный способ уклонения. Стоит отметить, что метаконтроллер действовал как «внутренний голос» системы, переосмысливающий принятое решение перед выполнением. Такое поведение соответствует принципам метакогнитивного контроля, при котором система анализирует собственный процесс мышления и при необходимости вносит изменения (Ackerman, Thompson, 2017). Стоит отметить, что система с включенной рефлексией демонстрировала поведение Системы 2 из теории дуального мышления (Kahneman, 2011). Более медленное, затратное по ресурсам, но осознанное и учитывающее неопределённость обстановки. Такое поведение значительно повысило эффективность в сценариях, где простая реакция могла оказаться не оптимальной или ошибочной.

**Количественные результаты.** Для количественной оценки были собраны статистики по двум сериям экспериментов. Для основных метрик были выбраны точность (доля успешных эпизодов), средняя длина эпизода и число вмешательств метаконтроллера. Эпизод считался успешным, если система правильно достигала цели. Длина эпизода измерялась числом шагов когнитивного цикла. Вмешательство учитывалось, если метаконтроллер активировал пересмотр плана.

Таблица / Table

**Сравнение показателей эффективности когнитивной архитектуры в режимах с метаконтроллером и без него**

**Comparison of the performance indicators of the cognitive structure in modes with and without a metacontroller**

Метрика	S1 (без рефлексии)	S1+S2 (с рефлексией)
1. Доля успешных эпизодов, %	85%	96%
2. Средняя длина эпизода (шагов)	1.0	2.0
3. Среднее число вмешательств на эпизод	0	0.5



В таблице ниже представлены средние показатели, полученные в режиме без рефлексии и с рефлексией за серию из 100 эпизодов, из которых 50 были с угрозой и 50 — без:

Средняя продолжительность эпизода в режиме S1+S2 увеличилась примерно вдвое по сравнению с S1. Это ожидаемо, поскольку метаконтроль добавляет стадию планирования и выполнения плана. Тем не менее увеличение длины эпизодов оказалось умеренным. Полученные значения подтверждают тезис, что привлечение модуля с оценкой действий повышает качество решений ценой большего времени обработки.

Количество вмешательств метаконтроллера в среднем составило  $\sim 0.5$  на эпизод, что соответствует частоте срабатываний в половине случаев, которые включали в себя угрозу. В режиме S1, естественно, вмешательств не было. Таким образом, метаконтроллер активировался строго по необходимости и не вызывал лишней нагрузки, не вмешиваясь в эпизоды без угрозы.

**Контрольные эксперименты без угрозы.** В контрольной серии экспериментов, где во всех эпизодах отсутствовала реальная угроза, проверялась способность системы избегать ложных реакций. Результаты подтвердили корректность работы обеих конфигураций в нормальных условиях, однако выявили различия в отдельных случаях. В режиме S1 система в большинстве эпизодов просто бездействовала. Однако это и требовалось, так как угрозы отсутствовали. Но стоит отметить, что имели место несколько ложных тревог. Эти ложные срабатывания обусловлены тем, что базовый цикл S1 не осуществляет вторичной проверки. Такая ситуация моделирует ложноположительные сигналы датчиков. Режим S1+S2, напротив, за весь контрольный прогон не совершил ни одной избыточной реакции. В тех эпизодах, где исходные данные ошибочно указывали на угрозу, у агента возникало сомнение, и включался рефлексивный цикл. В результате дополнительного анализа план уклонения мог быть скорректирован или отвергнут, предотвращая выполнение действия. Таким образом, в присутствии метаконтроллера агент показал нулевой уровень ложных тревог в чисто безопасной обстановке. Это важный показатель, демонстрирующий, что добавление рефлексии не приводит к неоправданным реакциям там, где они не нужны, а напротив повышает избирательность системы. Эксперименты подтвердили, что метаконтролируемая архитектура ведёт себя корректно и эффективно в условиях отсутствия внешней опасности, не теряет бдительности и не создает лишних действий.

## Обсуждение результатов

Несмотря на то, что для исследования использовался прототип когнитивной архитектуры, уже реализованный уровень метакогнитивного контроля даёт существенное улучшение качеств интеллектуальной системы, что подтверждено экспериментально. А именно, гипотеза о полезности рефлексивного слоя подтвердилась. Рефлексия, сформулированная как особая информационная задача внутри системы, действительно повышает ее эффективность и устойчивость. Это подтверждает теоретические сведения и результаты ранее известных моделей. Например, ещё А. Сломан указывал, что рефлексивный слой позволяет системе перенастраивать



свои когнитивные механизмы для улучшения работы (Sloman, 1994), что мы и наблюдали. Также результаты эксперимента подтверждают данные, которые указаны в работе Лепского В.Е., что рефлексия связана с задачами управления и принятия решений в сложных системах (Lepskiy, 2021)

Настоящая работа находится на стыке когнитивного моделирования, искусственного интеллекта, психологии познания и теории системного анализа. Предложенная архитектура основана на классических когнитивных системах, но в то же время делает больший упор на универсальность рефлексивного контура.

Следует сравнить результат с исследованиями Новикова и Чхартишвили по рефлексивному управлению. В их математических моделях рефлексия рассматривается как вложенный процесс моделирования другого агента, и показано, что оптимальное управление может требовать конечного числа шагов рефлексии (Novikov, Chkhartishvili, 2014). В прототипе когнитивной архитектуры вместо внешнего оппонента выступает внутренний оппонент в лице собственной возможной ошибки. Порог уверенности прототипа можно интерпретировать как критерий, нужна ли рефлексивная надстройка над текущим нулевым уровнем. Тем самым, архитектура подкрепляет вывод о том, что рефлексия полезно применять выборочно и оптимально.

Также стоит отметить работу Г.М. Марковой и С.И. Барцева, которые моделировали рефлексия в нейросетевых системах. Они трактуют рефлексия как наличие у агента внутренней репрезентации внешнего мира, влияющей на поведение (Маркова, Барцев, 2025). Если говорить о репрезентации внешнего мира в прототипе, описанном в текущей статье, то рабочая и семантическая память отвечают за это. Однако дополнительно вводится репрезентация собственных действий, что соответствует более узкому пониманию рефлексии, такому как мышление о своём мышлении. Интересно, что Маркова и Барцев показали способность даже простых рекуррентных нейронных сетей решать задачи, требующие внутреннего отображения стимула, и обнаружили у них богатую внутреннюю динамику (Маркова, Барцев, 2025). Подход в CogArch не нейросетевой, а алгоритмический. Например, внутренняя динамика системы обогащается за счёт дополнительного цикла, и это обогащение приносит пользу. Таким образом, текущее исследование дополняет современные работы, подтверждая, что рефлексия можно моделировать различными методами, и во всех случаях наблюдаются новые качества интеллектуальной системы, не присущие не-рефлексивным моделям.

Как уже упоминалось, текущая реализация ограничена одним уровнем метакогниции. Человек способен к рекурсивной рефлексии, в то время как CogArch — нет. Метаконтроллер системы сам не анализируется ничем выше. Данную работу можно улучшить путем введения второго порядка рефлексии. Это могло бы оптимизировать порог и стратегии рефлексии в ходе обучения. Моделирование того, как система сама учится ограничивать глубину рефлексии также является важным вопросом для дальнейших исследований.

Ещё одно направление для дальнейших исследований — расширение функций рефлексивного слоя. В текущей модели он выполняет в основном корректирующую



функцию. Но рефлексия у людей имеет и творческую, конструктивную сторону. Это означает генерирование новых идей, постановку новых целей, переосмысление ситуации на более высоком уровне абстракции. Пока что метаконтроллер не меняет саму цель. Можно научить систему в определённых случаях пересматривать цели. Например, при недостижимости текущей цели переключаться на другую или формулировать новую гипотезу. Для этого потребуется более сложное представление мотивационной сферы внутри архитектуры.

Стоит упомянуть о потенциальной возможности самообучения рефлексивного слоя. В проведенных экспериментах параметры метаконтроллера были заданные вручную. Но метапроцесс мог бы адаптироваться, например, если система видит, что часто зря уходит в рефлексию, она могла бы снизить чувствительность, или наоборот увеличить ее. Такой механизм сделал бы архитектуру ещё более автономной и эффективной.

## Заключение

В ходе исследования разработана и экспериментально проверена когнитивная архитектура с поддержкой рефлексивного мышления, трактуемых как задачи обработки информации в интеллектуальной системе. В архитектуру введены специальный метакогнитивный уровень, в виде метаконтроллера, выполняющего функции мониторинга уверенности, оценки ресурсов и вмешательства в работу базовых когнитивных модулей. Предложенная архитектура продемонстрировала улучшенные показатели надежности и адаптивности агента в сравнении с аналогичной архитектурой без рефлексивного слоя.

В рамках работы показано принципиальное улучшение работы интеллектуальной системы при наличии рефлексивного контура. На модельной задаче агент с рефлексией достигал цели заметно чаще и совершал меньше ошибок, связанных с неопределённостью и шумом, чем агент без рефлексии. Это экспериментальное подтверждение полезности внедрения процессов самоконтроля и самокоррекции в ИИ.

Разработана общая методология интеграции рефлексии в когнитивную архитектуру. Рефлексивные процессы формализованы через механизм метаконтроллера, что служит базой для конструирования других интеллектуальных систем с подобными свойствами. Представленный подход может быть перенесён в различные предметные области, где требуется баланс между реактивностью и вдумчивым анализом.

Продемонстрирована реалистичность имитации метакогнитивных функций. Архитектура способна выполнять базовые компоненты человеческой рефлексии. Например, обнаружение неуверенности, приостановку действия, анализ собственной памяти и знаний, перепланирование и вынесение уроков из опыта. Тем самым сделан шаг к более человекоподобному ИИ, обладающему зачатками самосознания в функциональном плане.

Выделены ограничения текущей реализации и направления дальнейших исследований. Переход к многоуровневой рефлексии, усложнение моделей уверенности, включение эмоциональных и мотивационных аспектов, самообучение



метаконтроля. Решение этих задач в будущих трудах позволит создать ещё более совершенные когнитивные системы.

Таким образом, цель исследования достигнута. Предложена и обоснована структура интеллектуальной системы, в которой рефлексивные процессы успешно смоделированы как часть информационного обмена. Результаты работы вносят вклад в развитие когнитивных архитектур и метакогнитивных систем, подкрепляя идею о том, что способность думать о собственном мышлении может и должна быть воплощена в машинах для приближения их к человеческому уровню гибкости и понимания. Продолжающийся прогресс в этой области находится на пересечении идей кибернетики прошлого и вызовов настоящего, и полученные нами данные служат объединению этих направлений на новой технологической основе.

**Ограничения.** Для экспериментов использовался прототип, который обладает базовыми навыками рефлексии.

**Limitations.** A prototype with basic reflection skills was used for the experiments.

### Список источников / References

1. Анохин, П.К. (1955). Особенности афферентного аппарата условного рефлекса и их значение для психологии. *Вопросы психологии*, 6, 16—38. <http://lib.mgppu.ru/opacunicode/index.php?url=/notices/index/IdNotice:23835/Source:default> (дата обращения: 20.01.2026).  
Anokhin, P.K. (1955). Features of the afferent apparatus of the conditioned reflex and their significance for psychology. *Psychology issues*, 6, 16—38. <http://lib.mgppu.ru/opacunicode/index.php?url=/notices/index/IdNotice:23835/Source:default> (дата обращения: 20.01.2026).
2. Гапонов, В.Р., Ляпунцова, Е.В. (2024). Использование когнитивных моделей с целью повышения качества образовательных технологий. *Известия тульского государственного университета. Технические науки*, (10), 397—400. <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2024-10-397-398>  
Gaponov, V.R., Lyapunsova, E.V. (2024). Using cognitive models to improve the quality of educational technologies. *Bulletin of the Tula State University. Technical sciences*, (10), 397—400. <https://doi.org/10.24412/2071-6168-2024-10-397-398>
3. Лефевр, В.А. (1973). *Конфликтующие структуры*. М.: Советское радио.  
Lefebvre, V.A. (1973). *Conflicting structures*. Moscow: Soviet Radio.
4. Маркова, Г.М., Барцев, С.И. (2025) Предельно просто не значит предельно ясно: некоторые контринтуитивные результаты нейросетевого моделирования рефлексии. *Информационные и математические технологии в науке и управлении*, (1), 5—15. <https://doi.org/10.25729/ESI.2025.37.1.001>  
Markova, G.M., Bartsev, S.I. (2025) Extremely simple does not mean extremely clear: some counterintuitive results of neural network modeling of reflection. *Information and Mathematical Technologies in Science and Management*, (1), 5—15. (In Russ) <https://doi.org/10.25729/ESI.2025.37.1.001>
5. Нагоев, З.В., Нагоева, О.В., Пшенокова, И.А. (2017) Формальная модель семантики естественно-языковых высказываний на основе мультиагентных рекурсивных



- когнитивных архитектур. *Известия Кабардино-Балкарского научного центра РАН*, (4), 19—31. [https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=izkab&paperid=160&option\\_lang=rus](https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=izkab&paperid=160&option_lang=rus) (дата обращения 28.01.2026).
- Nagoev, Z.V., Nagoeva, O.V., Pshenokova, I.A. (2017) A Formal Model of Semantics of Natural-Language Statements Based on Multi-Agent Recursive Cognitive Architectures. *Bulletin of the Kabardino-Balkarian Scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, (4), 19—31. [https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=izkab&paperid=160&option\\_lang=rus](https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=izkab&paperid=160&option_lang=rus) (Accessed 28.01.2026).
6. Разумникова, О.М. (2023). Когнитивная архитектура познавательной деятельности при ее моделировании и психофизиологической оценке. *Успехи физиологических наук*, 54(3), 90—104. <https://doi.org/10.31857/S0301179823030074>  
Razumnikova, O.M. (2023). Cognitive Architecture of Cognitive Activity: Modeling and Psychophysiological Assessment. *Achievements of Physiological Sciences*, 54(3), 90—104. (In Russ). <https://doi.org/10.31857/S0301179823030074>
  7. Сизикова, Т.Э., Волошина, Т.В., Повешченко, А.Ф. (2016). Обзор исследований рефлексии в психологии. Педагогическая рефлексия. *Научное обозрение. Педагогические науки*. (2), 89—102. <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=1488> (дата обращения 29.01.2026).  
Sizikova, T.E., Voloshina, T.V., Poveshchenko, A.F. (2016). Review of research on reflection in psychology. Pedagogical reflection. *Scientific review. Pedagogical sciences*. (2), 89—102. <https://science-pedagogy.ru/ru/article/view?id=1488> (viewed 29.01.2026).
  8. Симакин, А.Е. (2024). Эволюция когнитивных процессов и влияние дуального мышления в современной психологии. В: *О взаимоотношениях психического и телесного в норме и патологии: Сборник научных трудов по материалам национальной научно-практической конференции* (с. 314—324). Санкт-Петербург: Восточно-Европейский институт психоанализа. <https://elibrary.ru/item.asp?id=65428980&pff=1> (дата обращения 28.01.2026).  
Simakin, A.E. (2024). The evolution of cognitive processes and the influence of dual thinking in modern psychology. In: *On the relationship between the mental and the physical in norm and pathology: Collection of scientific papers based on the materials of the national scientific and practical conference* (pp. 314—324). St. Petersburg: East European Institute of Psychoanalysis. (In Russ). <https://elibrary.ru/item.asp?id=65428980&pff=1> (viewed 28.01.2026).
  9. Ackerman, R., Thompson, V. (2017). Meta-Reasoning: Monitoring and Control of Thinking and Reasoning. *Trends in Cognitive Sciences*, 21(8), 1—21. <https://doi.org/10.1016/j.tics.2017.05>
  10. Dong, D., Franklin, St. (2014). The Action Execution Process Implemented in Different Cognitive Architectures: A Review. *Journal of Artificial General Intelligence*, 5(1), 47—66. <https://doi.org/10.2478/jagi-2014-0002>
  11. Kahneman, D. (2011). *Thinking, Fast and Slow*. New York: Farrar, Straus and Giroux.
  12. Lepskiy, V. (2021). Reflexivity and Artificial Intelligence in Control (Subjectness-oriented Approach). *IFAC-PapersOnLine*, 54(13), 221—226. <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2021.10.449>
  13. Lewis, R.W., Sarkadi, S. (2024). Reflective Artificial Intelligence. *Minds and Machines*, 34(14), 1—30. <https://doi.org/10.1007/s11023-024-09664-2>
  14. Listopad, S., Matsoula, V., Luchko, A. (2024). Modeling reflection in artificial intelligence systems: state of art and prospects. In: *ITM Web of Conferences, Volume 59: II International Workshop "Hybrid Methods of Modeling and Optimization in Complex Systems" (HMMOCS-II 2023)*



(pp. 1—7). St. Petersburg: East European Institute of Psychoanalysis. <https://doi.org/10.1051/itmconf/20245904005>

15. Novikov, D.A., Chkhartishvili, A.G. (2014). Mathematical Models of Informational and Strategic Reflexion: a Survey. *Advances in Systems Science and Applications*, 14(3), 254—278. <https://ijassa.ipu.ru/index.php/ijassa/article/view/401/339> (viewed: 29.01.2026).
16. Sloman, A. (1997). What sort of architecture is required for a human-like agent? In: *Cognitive Modeling Workshop AAAI96*. Portland Oregon. <https://cogaffarchive.org/Sloman.what.arch.pdf> (viewed: 29.01.2026).

### ***Информация об авторах***

*Владислав Родионович Гапонов*, аспирант кафедры «Педагогика и цифровые образовательные технологии» факультета «Социальные и гуманитарные науки» по направлению «Когнитивное моделирование», Московский государственный технический университет имени Николая Эрнестовича Баумана (ФГАОУ ВО «МГТУ им. Н.Э. Баумана»), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2445-9000>, e-mail: [gaponovvr@student.bmstu.ru](mailto:gaponovvr@student.bmstu.ru)

*Елена Вячеславовна Ляпунцова*, доктор технических наук, профессор кафедры «Инновационное предпринимательство» Московский государственный технический университет имени Николая Эрнестовича Баумана (ФГАОУ ВО «МГТУ им. Н.Э. Баумана»), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3420-3805>, e-mail: [lev86@bmstu.ru](mailto:lev86@bmstu.ru)

### ***Information about the authors***

*Vladislav R. Gaponov*, Postgraduate student in the Department of Pedagogy and Digital Educational Technologies, Faculty of Social Sciences and Humanities, in the field of Cognitive Modeling, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0003-2445-9000>, e-mail: [gaponovvr@student.bmstu.ru](mailto:gaponovvr@student.bmstu.ru)

*Lyapunsova Elena Vyacheslavovna*, Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Innovative entrepreneurship, Bauman Moscow State Technical University (BMSTU), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3420-3805>, e-mail: [lev86@bmstu.ru](mailto:lev86@bmstu.ru),

### ***Вклад авторов***

*Гапонов В.Р.* — идеи исследования; применение статистических, математических или других методов для анализа данных; сбор и анализ данных.

*Ляпунцова Е.В.* — аннотирование, написание и оформление рукописи; планирование и проведение исследования.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### ***Contribution of the authors***

*Vladislav R. Gaponov* — research ideas; application of statistical, mathematical, or other methods to analyze data; data collection and analysis.



*Elena V. Lyapunsova* — annotation, writing and design of the manuscript; planning and conducting research.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest

Поступила в редакцию 20.02.2026

Поступила после рецензирования 10.03.2026

Принята к публикации 12.03.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.02.20

Revised 2026.03.10

Accepted 2026.03.12

Published 2026.06.30

## МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ | TEACHING METHODS

УДК 376.34:37.018.43:004

# Современные подходы к инклюзивному образованию: адаптация форм представления учебного материала дисциплин математического и компьютерного циклов для студентов с нарушениями зрения

**В.В. Соколов, В.Б. Сидорова,**

**Е.Б. Червен-Водали, С.Н. Антипова** ✉

Московский государственный психолого-педагогический университет (МГППУ)  
Москва, Российская Федерация

✉ [antipovasn@mgppu.ru](mailto:antipovasn@mgppu.ru)

### *Резюме*

В статье рассматривается роль цифровых технологий в обеспечении доступности образовательного контента для студентов с глубокими нарушениями зрения в процессе обучения дисциплинам математической и компьютерной направленности. Особое внимание уделяется анализу современных ассистивных технологий, применяемых в высшей школе для обучения студентов с ОВЗ. Описывается разработанный на факультете информационных технологий программный комплекс для подготовки учебных материалов в рельефно-точечной и аудиальной формах, доступных для незрячих обучающихся. В статье отражены инновационные направления использования искусственного интеллекта для словесного описания графических объектов (графиков функций, блок-схем и др.), навигации в электронном учебном контенте, а также в подготовке оригинал-макетов тактильных изображений. В статье показано, что успешность применения инклюзивных форм образования для студентов с глубокими нарушениями зрения обеспечивается в том числе развитием таких направлений, как: техническое оснащение учебного процесса средствами ассистивных технологий; адаптация форм представления образовательного контента; развитие соответствующих современных педагогических подходов.

**Ключевые слова:** образовательный процесс, инклюзивное образование, цифровые технологии



**Для цитирования:** Соколов, В.В., Сидорова, В.Б., Червен-Водали, Е.Б., Антипова, С.Н. (2026). Современные подходы к инклюзивному образованию: адаптация форм представления учебного материала дисциплин математического и компьютерного циклов для студентов с нарушениями зрения. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 197—209. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160211>

## **Modern approaches to inclusive education: adaptation of forms of presentation of educational material in the disciplines of mathematical and computer cycles for students with visual impairments**

**V.V. Sokolov, V.B. Sidorova, E.B. Cherven-Vodali, S.N. Antipova** ✉  
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation  
✉ [antipovasn@mgppu.ru](mailto:antipovasn@mgppu.ru)

### ***Abstract***

The article examines the role of digital technologies in ensuring the accessibility of educational content for students with severe visual impairments in the learning process of mathematical and computer disciplines. Special attention is paid to the analysis of modern assistive technologies used in higher education for teaching students with disabilities. The paper describes a software package developed at the Faculty of Information Technology for the preparation of educational materials in relief-point and auditory forms accessible to blind students. The article reflects innovative directions of using artificial intelligence for the verbal description of graphic objects (graphs of functions, flowcharts, etc.), navigation in electronic educational content, as well as in the preparation of original layouts of tactile images. The article shows that the success of using inclusive forms of education for students with severe visual impairments is ensured, among other things, by the development of such areas as: technical equipment of the educational process with assistive technologies; adaptation of forms of presentation of educational content; development of appropriate modern pedagogical approaches.

**Keywords:** educational process, inclusive education, digital technologies

**For citation:** Sokolov, V.V., Sidorova, V.B., Cherven-Vodali, E.B., Antipova, S.N. (2026). Modern approaches to inclusive education: adaptation of educational material presentation formats for mathematical and computer science disciplines for students with visual impairments. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 197—209. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160211>



## Введение

Цифровая трансформация образования перестала быть временной мерой и стала неотъемлемой частью современного учебного процесса. Очное присутствие в аудитории сегодня — лишь один из множества форматов получения знаний. Внедрение цифровых технологий и гибридных форматов обучения открыло новые горизонты для персонализации образования, сделав его доступным вне зависимости от места проживания, занятости или состояния здоровья. Особую значимость эти изменения приобретают для людей с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ). Для студентов с нарушениями зрения грамотно выстроенная цифровая среда — это не просто альтернатива, а зачастую единственный полноценный канал получения информации, позволяющий нивелировать ограничения и обеспечивающий равный доступ к знаниям (Шефер, 2021).

В статье рассмотрены некоторые технологии, используемые в обучении студентов с нарушениями зрения на факультете информационных технологий, включая современные ассистивные технологии и возможности искусственного интеллекта.

Внедрение цифровых технологий в образовательный процесс — одно из приоритетных направлений развития современной системы образования (Карабельская, 2017). Из-за введения режима самоизоляции все эти процессы заметно ускорились. Для системы инклюзивного образования этот период сыграл двойную роль. С одной стороны, он обнажил системные проблемы: отсутствие доступной инфраструктуры, психологическую и техническую неготовность преподавателей к работе со студентами, нуждающимися в ассистивных технологиях, а также цифровое неравенство среди самих студентов. С другой стороны, вынужденный переход в онлайн заставил искать конкретные решения, которые впоследствии оформились в стройную методологию (Червен-Водали и др., 2022).

Пополнить свои знания, узнать что-то новое можно в любое время и в любом месте, если есть доступ к какому-либо электронному устройству с выходом в интернет. Каждый участник современного образовательного процесса выбирает для себя наиболее удобные, понятные и продуктивные технологии (Денискина, 2012).

Для обеспечения доступности и качества образования большое значение имеет применение информационных и коммуникационных технологий (Методические рекомендации, 2014).

Когда мы говорим о дистанционном или гибридном обучении для незрячего студента, мы имеем в виду не просто видеоконференцию, а сложную систему, в которой компьютер становится его глазами. Это обеспечивается комплексом программных и аппаратных средств, которые в специальной литературе классифицируются как ассистивные технологии, такие как:

- **Компенсаторная функция.** Использование ассистивных технологий в качестве вспомогательных устройств позволяет учащимся с особыми потребностями принимать активное участие в учебном процессе и коммуникации. Для незрячих студентов это, прежде всего, программы не визуального доступа к информации



(Screen Reader), преобразующие визуальную информацию в речь или тактильный шрифт Брайля. Наиболее популярными средствами доступа к информации в операционной системе Windows остаются свободно распространяемая программа NVDA (NonVisual Desktop Access) и коммерческий профессиональный продукт JAWS (Job Access With Speech), а также экранный помощник Orca для ОС семейства Linux. Для слабовидящих студентов используются программы экранного увеличения, такие как MAGic или ZoomText, которые позволяют увеличивать, изменять цветовую палитру, а также улучшать визуальную доступность информации многими другими способами.

- Дидактическая функция. Информационные и коммуникационные технологии становятся инструментом, меняющим методику преподавания. Использование специальных форматов (LaTeX с возможностью озвучивания, тактильная графика, структурированные аудиоматериалы) позволяет минимизировать разрыв в восприятии материала между зрячими и незрячими студентами и делает возможным применение современных педагогических приёмов, направленных на улучшение взаимодействия учащихся между собой и с преподавателями.
- Коммуникативная функция. Технологии служат посредником в общении, обеспечивая обратную связь и взаимодействие в учебной группе и с преподавателем через доступные интерфейсы.

Основные типы средств информационных и коммуникационных технологий, включают: стандартные технологии с настраиваемым интерфейсом (операционные системы с функциями специальных возможностей); альтернативные форматы данных: доступный HTML, DAISY, MathML, тактильная графика; ассистивные технологии: программы невидимого доступа (JAWS, NVDA, Orca, VoiceOver), брайлевские (тактильные) дисплеи, программы экранного увеличения (Соколов и др., 2023).

Для каждой категории пользователей, испытывающих трудности в процессе коммуникации, должны быть подобраны и адаптированы специальные вспомогательные устройства и программное обеспечение.

Параллельно сохраняет своё значение тактильное чтение — шрифт Брайля. Однако, если издание художественной литературы шрифтом Брайля — уже колоссальный труд, то печать учебников по высшей математике с их обилием формул и графиков требует ещё больших затрат (Нуркаева и др., 2017). Поэтому в современных условиях основной акцент делается на аудиальное восприятие информации в сочетании с тактильным для наиболее сложных структур (Edwards, 2011).

Изучение математики и информатики традиционно опирается на визуальное восприятие. Зрячий человек видит формулу целиком, как картинку: длинный корень, внутри дробь, сверху индекс, снизу предел. Незрячий студент слышит последовательность символов, и чтобы эта последовательность сложилась в голове в правильный образ, она должна быть идеально структурирована. Актуальным инструментом для решения этой задачи остаётся система LaTeX.

LaTeX — язык разметки, созданный Дональдом Кнутом и развитый Лесли Лампортом, который позволяет описывать структуру документа и математических



формул линейно, с помощью кода. Например, код  $\frac{x}{y}$  задаёт дробь. Это свойство — линейность представления — оказалось созвучным природе системе рельефно-точечных обозначений Л. Брайля, которая также является линейной и не допускает смещения текста относительно оси строки.

Используя это сходство, на факультете была разработана и внедрена программа-конвертер TeXToBraille. Принцип её работы основан на словаре макросов LaTeX и правил их замены на описательные конструкции.

Программа TeXToBraille (TeX в Брайль) принимает на вход файл, размеченный по правилам языка LaTeX. За основу синтаксиса взят язык, описанный в книге С. Львовского «Набор и вёрстка в пакете LaTeX». Используя словарь макросов, программа в результате обработки файла подставляет вместо макросов LaTeX описательные конструкции на русском языке, или формирует запись по правилам системы Брайля. В общем виде результат работы программы имеет вид: «Начало выражения ... вторая часть выражения ... третья часть выражения ... конец выражения» Более конкретный пример: выражение  $\sqrt{x^2+y^2}$  после обработки превращается в выражение: «Корень из  $x$  малое в степени 2 +у малое в степени два конец корня».

В подобном случае описательных выражений на русском языке текст может быть прослушан с помощью программного синтезатора речи на персональном компьютере, в случае конвертации исходного файла LaTeX в синтаксис системы Брайля текст может быть распечатан на специальном принтере для рельефно-точечной печати.

Программа TeXToBraille способна обрабатывать интегралы, пределы, дробные выражения, верхние и нижние индексы, степени и корни, что покрывает потребности базовых курсов высшей математики.

Система может использоваться в образовательных организациях, в специализированных издательствах и библиотеках, частными лицами для подготовки учебных и научных материалов по разделам высшей математики для печати рельефно-точечным шрифтом Брайля с целью последующего использования их незрячими и слабовидящими школьниками, студентами, специалистами в ходе учебной или профессиональной деятельности.

Изучение математических текстов с помощью программы невидимого доступа к информации. При работе за компьютером у зрячего пользователя основным устройством вывода информации является монитор. Незрячий студент использует специальное программное обеспечение, осуществляющее озвучивание информации на экране компьютера. Эти программы позволяют контролировать информацию, вводимую с клавиатуры и выводимую на экран персонального IBM-совместимого компьютера в текстовом режиме. Это даёт незрячему пользователю возможность работы с любыми программами различного назначения, например, с текстовыми и табличными процессорами, системами программирования (Archambault, 2004).

Основные функции программ невидимого доступа:

- озвучивание информации, вводимой с клавиатуры;
- автоматическое озвучивание текстовой информации, выводимой на экран другими программами;



- чтение фрагментов экрана по командам пользователя (символа, слова, строки, заданной области и т.д.) в процессе функционирования других прикладных и системных программ;
- отслеживание изменений на экране и оповещение о них пользователя;
- автоматическая загрузка конфигураций, приспособленных для работы с конкретной прикладной программой при её запуске.

Незрячие пользователи, работающие с операционной системой Windows, используют одну из таких программ «JAWS for Windows». Это название составлено из первых букв фразы: job access with speech (доступ к рабочему месту с помощью речи). Требуемая информация озвучивается с помощью установленного программного синтезатора речи. Среди русских голосов большую популярность получил синтезатор «speaking mouse» («говорящая мышь»). Главным преимуществом этого голоса является высокая скорость речи, что не маловажно при чтении текстов большого объема. Качество речи оставляет желать лучшего, но возможность самостоятельно незряче-му работать за компьютером открывает большие перспективы.

Компьютер применяется и в процессе обучения. Чтение учебной литературы с помощью синтезированной речи возмещает студенту недостающее звено восприятия информации. Чтение литературы математического курса требует дополнительных разработок для корректного построения речевых единиц.

## Учебные материалы в аудио формате

Из доступных электронных материалов по математическим дисциплинам отметим документы формата LaTeX. Озвучиванию подлежит код, содержащийся в файле с расширением tex. При чтении с помощью синтезатора для удобства восприятия сложных математических выражений требуется осуществить замену конструкций языка LaTeX на их соответствующие описательные выражения.

Такую замену может осуществлять программа TeXToBraille. Рассмотрим вторую возможность данного конвертера. Программа получает на вход файл формата Tex. Конвертер, используя словарь для подстановок, создаёт на основе полученного файла текстовый файл, не содержащий элементов языка Tex.

Озвучивание математических текстов синтезатором речи имеет неоспоримое преимущество в скорости и дешевизне, однако синтезированная речь менее разборчива и быстрее утомляет слушателя. Живая речь диктора воспринимается гораздо лучше, но создаёт проблему навигации: как быстро найти нужный фрагмент в многочасовой аудиозаписи?

Для решения этой проблемы на факультете была разработана программа Giper Sound, реализующая идею иерархической разметки аудиофайлов. Программа состоит из двух модулей: модуль разметки и модуль воспроизведения.

Разметка говорящей книги заключается в том, что опытный слушатель (желательно специалист в предметной области, которой посвящена книга) в реальном времени



прослушивает всю книгу и в определённых местах (на началах глав, разделов, параграфов, на более мелких заголовках) ставит закладки. Информация, хранящаяся в закладке, состоит из трёх частей: имя закладки, имя файла и время от начала файла, с которого начинается важный звуковой фрагмент. Все закладки сохраняются в XML-файле, который после завершения всей разметки должен распространяться вместе с самой аудиокнигой. В процессе разметки закладки можно группировать, устанавливая иерархический порядок. Например, все закладки, относящиеся к параграфам первой главы, можно сгруппировать в раздел «Глава первая. \*\*\* \*\*\*»). Закладки можно устанавливать не только на заголовки разделов книги, но и вообще на начало любого важного по смыслу фрагмента (например, формулы).

Модуль воспроизведения включает в себя плеер — для воспроизведения звуковых файлов и древовидный визуальный компонент — для отображения иерархической структуры закладок. Для работы второму модулю требуется наличие звуковых файлов в формате MP3 и XML-файл, созданных с помощью первого модуля.

Работа пользователя состоит из двух шагов: необходимо выбрать закладку с подходящим названием и запустить воспроизведение звука. Программа, пользуясь информацией из XML-файла, автоматически перейдёт к нужному файлу и произведёт смещение по времени внутри него. Книга будет звучать непрерывно до тех пор, пока пользователь не активирует другую закладку или не остановит воспроизведение.

«Говорящая книга» давно и успешно используется незрячими читателями-слушателями. При чтении (прослушивании) учебника, часто возникает необходимость оперативно ознакомиться с содержанием одного из предыдущих разделов. Иногда, например, при повторении материала, приходится конспективно прослушивать короткие фрагменты из нескольких разделов. Вообще, найдя нужный раздел по содержанию (содержание книги обычно записывается в начале или конце всей аудиокниги), надо перейти к началу самого раздела и начать слушать. Обычно любое из перечисленных действий занимает много времени. В настоящее время широкое распространение получил формат MP3 для компактного хранения звука. Несмотря на значительное преимущество компьютера (или аппаратного MP3-плеера), поиск фрагмента записи по-прежнему является достаточно длительным процессом. Для поиска приходится по очереди прослушивать несколько десятков MP3-файлов.

Сегодня этот принцип стал общепринятым и реализован на уровне современных медиаплееров, платформ LMS (например, Moodle) и стандартов упаковки образовательного контента, что значительно повышает эффективность самостоятельной работы студентов.

Если для математики ключевым вопросом была «линеаризация» формул, то для IT-дисциплин главным барьером остаётся работа с графическими интерфейсами сред разработки (IDE) и специализированным программным обеспечением. Парадоксально, но консоль, будучи чисто текстовым интерфейсом, является наиболее доступным инструментом. Студенты с глубоким нарушением зрения успешно работают и в Linux, пишут скрипты на Python в терминале, осваивают администрирование. Однако работа с графическими средами, такими как старые версии Delphi или



современные визуальные редакторы интерфейсов (Figma), остаётся сложной из-за обилия неозвучиваемых элементов (Bigham, 2012).

Среды разработки (IDE). Прогресс в этой области очевиден. Современные версии IntelliJ IDEA, Visual Studio Code и Eclipse имеют плагины и встроенные функции для улучшения совместимости с программами невидимого доступа. Наш опыт позволяет рекомендовать следующие инструменты:

- VS Code: редактор оказался очень дружелюбен к программам невидимого доступа благодаря продуманной системе клавиатурных команд («горячих клавиш»), встроенному терминалу и понятной структуре файлов.
- Jupyter Notebook: идеальный инструмент для обучения, так как позволяет разбивать код на ячейки, смешивать его с пояснительным текстом в Markdown и получать мгновенную обратную связь. Программа невидимого доступа воспринимает это как структурированный документ.
- Docker: обучение работе с контейнерами строится через консольные команды (docker build, docker run), что обеспечивает полную прозрачность и доступность.

Последние годы активно развиваются технологии искусственного интеллекта, которые открывают принципиально новые возможности для инклюзивного образования. Большие языковые модели (LLM) и мультимодальные нейросети становятся для незрячего студента настоящим помощником, закрывая те визуальные пробелы, которые раньше были непреодолимы. Можно выделить несколько ключевых направлений применения искусственного интеллекта.

## Автоматическое тифлокомментирование изображений

Ранее описание сложных графиков, диаграмм, архитектурных схем было крайне трудоёмкой ручной работой (Ворошилова и др., 2017). Сегодня студент или преподаватель может загрузить изображение (например, график функции или UML-диаграмму) в мультимодальную нейросеть с запросом: «Опиши это для незрячего человека последовательно». Модель анализирует изображение и выдаёт структурированное описание: «Это график параболы, ветви направлены вверх. Вершина находится в точке с координатами (2, -1). График пересекает ось X в точках примерно 1 и 3». Тифлопедагог лишь проверяет и корректирует результат, что экономит колоссальное количество времени.

## Интеллектуальная навигация в контенте (RAG-системы)

На основе технологии RAG (Retrieval-Augmented Generation) мы начали создавать для учебных курсов специализированные базы знаний. Все лекции, методички и задачи в текстовом виде «скармливаются» ИИ-ассистенту. Студент может задать голосовой вопрос: «Напомни определение полиморфизма в Java» или «Покажи пример кода сортировки пузырьком». Ассистент ищет информацию в авторитетной базе



(наших лекциях) и отвечает голосом преподавателя, с нашими примерами, выступая в роли персонального тьютора, доступного 24/7.

## Объяснение и рефакторинг кода

На занятиях по программированию искусственный интеллект помогает студенту разобраться в логике кода. Студент может отправить фрагмент кода с запросом: «Сгенерируй комментарии в стиле Javadoc», «Объясни простыми словами, как работает эта рекурсия» или «Найди потенциальные ошибки». ИИ выступает терпеливым наставником, готовым объяснять одно и то же разными словами, пока не будет достигнуто понимание.

## Описание интерфейсов и генерация тактильных образов

Ведутся эксперименты по интеграции искусственного интеллекта непосредственно в программы не визуального доступа к информации. Студент, наведя курсор на непонятную область интерфейса, может получить подсказку: «Это окно настройки подключения к базе данных. Слева список драйверов, справа поля для ввода адреса сервера». Кроме того, нейросети используются для создания эскизов тактильной графики (контурных рисунков) для последующей печати на термовакuumных принтерах, позволяя студенту с глубоким нарушением зрения тактильно воспринять форму объекта (Тупоногов, 2014).

Важно отметить, что ИИ не идеален (возможны «галлюцинации» и ошибки интерпретации), поэтому ключевой навык, который мы прививаем студентам — критическое мышление и умение перепроверять полученные результаты.

## Заключение

Обобщая накопленный опыт факультета информационных технологий, можно сформулировать условия к организации обучения студентов с нарушениями зрения в цифровой среде, которые актуальны и для гибридного, и для очного форматов с активным использованием информационных и коммуникационных технологий.

Техническое оснащение: наличие современного компьютера с ассистивным ПО (NVDA/JAWS/Orca), стабильного интернета, а также брайлевского дисплея; адаптированный контент: предоставление материалов заблаговременно в доступных форматах (структурированный текст, LaTeX с описаниями, аудио с оглавлением). Важно проверять, что PDF-файлы являются текстовыми, а не отсканированными картинками. (Web Content Accessibility Guidelines, 2018).

Обязательное речевое сопровождение всех визуальных элементов (презентаций, демонстраций кода). Активное использование чата для дублирования важных объявлений и ссылок. Предоставление записей занятий. Проведение занятий



по дисциплинам с учётом потребностей студентов различных нозологических групп, чёткие словесные описания и дублирование информации помогают не только незрячим, но и всем остальным студентам.

Опыт факультета «Информационные технологии» убедительно подтверждает, что при грамотном использовании современных ассистивных технологий (программ невидимого доступа, программ-конвертеров), соблюдении стандартов доступности и, главное, перестройке педагогического мышления, дисциплины математического и компьютерного циклов становятся доступны для студентов с глубокими нарушениями зрения.

Опыт, накопленный на нашем факультете, доказывает, что успешность освоения информационных технологий зависит от знаний и логики, а не от наличия или отсутствия зрения.

Сегодня задача заключается в том, чтобы создать единую, гибкую и персонализированную образовательную среду (Алехина, 2016). В этой среде электронное обучение и традиционные методы не противостоят, а гармонично дополняют друг друга, обеспечивая подлинное равенство возможностей для всех студентов. Дальнейшее развитие этого направления будет связано с углублённой интеграцией искусственного интеллекта (автоматическая генерация описаний, интеллектуальные тьюторы), совершенствованием голосового управления интерфейсами и распространением доступных тактильных дисплеев, позволяющих буквально «пощупать» математику. Развивая инклюзию, мы делаем образование лучше для всех.

### Список источников / References

1. Алехина, С.В. (2016). Инклюзивное образование: от политики к практике. Психологическая наука и образование, 21(1), 136—145.  
Alyokhina, S.V. (2016). Inclusive education: from politics to practice. Psychological Science and Education, 21(1), 136—145.
2. Ворошилова, Е.Л., Стернина, Э.И. (2017). Тифлокомментирование: методика и практика. М.: Логос.  
Voroshilova, E.L., Sternina, E.I. (2017). Typhlocommentation: methodology and practice. Moscow: Logos.
3. Денискина, В.З. (2012). Особые образовательные потребности детей с нарушением зрения. Дефектология, 6, 17—24.  
Deniskina, V.Z. (2012). Special educational needs of children with visual impairment. Defectology, 6, 17—24.
4. Карабельская, И.В. (2017). Использование цифровых технологий в образовательном процессе высшей школы // Вестник УГНТУ. Наука, образование, экономика. Серия: Экономика. № 1 (19). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-tsifrovyyh-tehnologiy-v-obrazovatelnom-protse-sshe-vysshey-shkoly> (дата обращения: 04.02.2026).  
Karabelskaya, I.V. (2017). The use of digital technologies in the educational process of higher education // USNTU Bulletin. Science, education, economics. Series: Economics. No. 1 (19). URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ispolzovanie-tsifrovyyh-tehnologiy-v-obrazovatelnom-protse-sshe-vysshey-shkoly> (date of request: 02/04/2026).



5. Методические рекомендации по организации образовательного процесса для обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья в образовательных организациях высшего образования, в том числе оснащённости образовательного процесса» (утв. Минобрнауки России 08.04.2014 N АК-44/05вн).  
Methodological recommendations on the organization of the educational process for the education of the disabled and persons with disabilities in educational institutions of higher education, including the equipment of the educational process” (approved by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation 08.04.2014 N АК-44/05vn).
6. Нуркаева, И.М., Коморина, К.А. (2017). Информационная система диагностики профессионального выгорания педагогов. Моделирование и анализ данных, 1(1), 95—103.  
Nurkaeva I.M., Komorina K.A. (2017). Informatsionnaya sistema diagnostiki professional'nogo vygoraniya pedagogov. Modelirovanie i analiz dannykh, 1(1), 95—103.
7. Соколов, В.В., Васина, Л.Г., Червен-Водали, Е.Б., Сидорова, В.Б., Антипова, С.Н. (2023). Модельный образец специальных образовательных условий получения высшего образования студентами с нарушениями зрения, обучающимися по программам бакалавриата в области математики и прикладной информатики. Моделирование и анализ данных, 13(3), 123—143. <https://doi.org/10.17759/mda.2023130309>  
Sokolov, V.V., Vasina, L.G., Cherven-Wadali, E.B., Sidorova, V.B., Antipova, S.N. (2023). A Model Sample of Special Educational Conditions for Obtaining Higher Education by Visually Impaired Students Studying Undergraduate Programs in Mathematics and Applied Computer Science.. *Modelling and Data Analysis*, 13(3), 123—143. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2023130309>
8. Приказ Минобрнауки от 16.04.2014 г. № 05—785 «О направлении методических рекомендаций по организации образовательного процесса для обучения инвалидов».  
Order of the Ministry of Education and Science dated 04/16/2014 No. 05—785 “On the direction of methodological recommendations on the organization of the educational process for the education of the disabled”.
9. Тупоногов, Б.К. (2014). Организация коррекционно-педагогического процесса в школе для слепых и слабовидящих детей: методическое пособие. М.: Владос.  
Tuponogov, B.K. (2014). Organization of the correctional and pedagogical process in schools for blind and visually impaired children: a methodological guide. Moscow: Vlados.
10. Червен-Водали, Е.Б., Сидорова, В.Б., Антипова, С.Н. (2022). Особенности обучения студентов с ОВЗ по зрению дисциплинам математического и компьютерного циклов на факультете «Информационные технологии» с применением дистанционных технологий. Моделирование и анализ данных, 12(1), 60—78. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120105>  
Cherven-Vodali, E.B., Sidorova, V.B., Antipova, S.N. (2022). The peculiarities of teaching students with visual impairments in the disciplines of mathematical and computer cycles at the Faculty of Information Technology using remote technologies. *Data Modeling and Analysis*, 12(1), 60—78. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120105>
11. Шефер, Е.А. (2021) Использование цифровых технологий в образовательном процессе. Молодой ученый, 16 (358), 22—25. URL: <https://moluch.ru/archive/358/79973/> (дата обращения: 17.01.2025).  
Schafer, E.A. (2021) The use of digital technologies in the educational process. *Young Scientist*, 16 (358), 22—25. URL: <https://moluch.ru/archive/358/79973/> (date of request: 17.01.2025).



12. Archambault, D., Моço, V. (2004). Computer Science and Access to Science for Visually Impaired People. Proceedings of the 9th International Conference on Computers Helping People with Special Needs (ICCHP), Paris, 102—109.
13. Bigham, J.P., Kane, S.K. (2012). Inclusive Computing: Accessible and Usable Design. ACM Transactions on Accessible Computing, 4(2), 1—5.
14. Edwards, A.D.N. (2011). Auditory display in assistive technology. In T. Hermann, A. Hunt, J.G. Neuhoff (Eds.), The Sonification Handbook (pp. 431—452). Berlin: Logos Verlag.
15. Web Content Accessibility Guidelines (WCAG) 2.1 (2018). W3C Recommendation. URL: <https://www.w3.org/TR/WCAG21/> (дата обращения: 10.03.2026).

### **Информация об авторах**

*Владимир Вячеславович Соколов*, заведующий учебно-производственной лабораторией технических и программных средств обучения слепых и слабовидящих студентов факультет информационных технологий, ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет» (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8997-6433>, e-mail: [vsokolov168@gmail.com](mailto:vsokolov168@gmail.com)

*Елена Борисовна Червен-Водали*, преподаватель кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий, ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет» (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6871-9105>, e-mail: [cervenvodali@mgppu.ru](mailto:cervenvodali@mgppu.ru)

*Светлана Николаевна Антипова*, преподаватель кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий, ФГБОУ ВО Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6642-7953>, e-mail: [antipovasn@mgppu.ru](mailto:antipovasn@mgppu.ru)

*Валерия Борисовна Сидорова*, преподаватель кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий, ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет» (ФГБОУ ВО МГППУ), Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6391-5361>, e-mail: [sidorovavb@mgppu.ru](mailto:sidorovavb@mgppu.ru)

### **Information about the authors**

*Vladimir V. Sokolov*, Head of the Educational and Production Laboratory of Technical and Software Tools for Teaching Blind and Visually Impaired Students, Faculty of Information Technology, Moscow State Psychological and Pedagogical University, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0009-0005-8997-6433>, e-mail: [vsokolov168@gmail.com](mailto:vsokolov168@gmail.com)

*Elena B. Cherven-Vodali*, Lecturer at the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies, Moscow State Psychological and Pedagogical University, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6871-9105>, e-mail: [cervenvodali@mgppu.ru](mailto:cervenvodali@mgppu.ru)

*Svetlana N. Antipova*, Lecturer at the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies, Moscow State Psychological and Pedagogical University, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6642-7953>, e-mail: [antipovasn@mgppu.ru](mailto:antipovasn@mgppu.ru)

*Valeria B. Sidorova*, Lecturer at the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies, Moscow State Psychological and Pedagogical University, Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6391-5361>, e-mail: [sidorovavb@mgppu.ru](mailto:sidorovavb@mgppu.ru)



### ***Вклад авторов***

Все авторы внесли равный вклад в концепцию, проведение исследования, анализ данных и подготовку рукописи.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### ***Contribution of the authors***

The authors contributed equally to the research, data analysis, and preparation of this manuscript.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### ***Конфликт интересов***

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### ***Conflict of interest***

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 16.03.2026

Поступила после рецензирования 31.03.2026

Принята к публикации 02.04.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.03.16

Revised 2026.03.31

Accepted 2026.04.02

Published 2026.06.30

Научная статья | Original paper

УДК 378.147:512.7

## Алгебраические кривые высших порядков в преподавании высшей математики. Кубические кривые

Е.Д. Куланин ✉, М.Е. Степанов

Московский государственный психолого-педагогический университет (МГППУ)  
Москва, Российская Федерация

✉ [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

### Резюме

**Контекст и актуальность.** В рабочих программах дисциплин «Геометрия и топология», «Математический анализ», «Математика» и других, входящих в образовательные программы специальностей по информационным технологиям, важное место занимает понятие алгебраической кривой. Освоение этого понятия требует от студентов способности к абстрактному мышлению и зачастую вызывают существенные затруднения. **Цель.** Повысить качество усвоения учебного материала по дисциплинам, связанным с понятием алгебраической кривой, используя при этом программные средства для визуализации различных алгебраических кривых и семейств алгебраических кривых. Ещё одной не менее важной целью является описание вопросов, которые могут стать темами курсовых и дипломных работ. **Гипотеза.** Использование программных средств для визуализации различных алгебраических кривых и семейств алгебраических кривых позволяет преподавателю максимально понятно подать материал, а студентам лучше усвоить материал и получить навыки решения задач на построение алгебраических кривых. **Методы и материалы.** В большинстве заданий в этой статье предлагается написать компьютерную программу, визуализирующую алгебраические кривые и их семейства. **Результаты.** Разработана система заданий, позволяющих студентам строить кубические кривые с помощью компьютерных программ. **Выводы.** Применение разработанной системы учебных заданий подтвердило важность использования специальных программных средств для усвоения материала по теории алгебраических кривых.

**Ключевые слова:** высшее образование, методика преподавания математики, аналитическая геометрия, визуальные образы, алгебраические кривые, кубические кривые, особые точки плоских кривых, классификация кубических



кривых, пучки кубических кривых, методы построения алгебраических кривых, геометрические образы алгебраических кривых, аффинные и проективные преобразования

**Для цитирования:** Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2026). Алгебраические кривые высших порядков в преподавании высшей математики. Кубические кривые. *Моделирование и анализ данных*, 16(2), 210—242. <https://doi.org/10.17759/mda.2026160212>

## Algebraic curves of higher orders in teaching higher mathematics. Cubic curves

Y.D. Kulanin ✉, M.E. Stepanov

Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russian Federation

✉ lucas03@mail.ru

### *Abstract*

**Context and relevance.** In the working programs of the disciplines “Geometry and Topology”, “Mathematical Analysis”, “Mathematics” and others, included in the educational programs of specialties in information technologies, an important place is occupied by the concept of an algebraic curve. The development of this concept requires students to have the ability to think abstractly and often cause significant difficulties. **Purpose.** To improve the quality of learning the educational material on disciplines related to the concept of an algebraic curve, while using software tools for visualization various algebraic curves and families of algebraic curves. Another equally important goal is to describe issues that can become the topics of term papers and theses. **Hypothesis.** The use of software tools for visualizing various algebraic curves and families of algebraic curves allows the teacher to present the material in the most understandable way, and students to better understand the material and acquire the skills of solving problems on the construction of algebraic curves. **Methods and materials.** Most of the exercises in this article involve writing a computer program that visualizes algebraic curves and their families. **Results.** A system of tasks has been developed that allows students to construct cubic curves using computer programs. **Conclusions.** The use of the developed system of educational tasks has confirmed the importance of using special software tools for mastering the theory of algebraic curves.

**Keywords:** higher education, methods of teaching mathematics, analytical geometry, visual images, algebraic curves, cubic curves, special points of plane curves, classification of cubic curves, bundles of cubic curves, methods of constructing algebraic curves, geometric images of algebraic curves, affine and projective transformations



**For citation:** Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2026). Algebraic curves of higher orders in teaching higher mathematics. Cubic curves. *Modelling and Data Analysis*, 16(2), 210–242. (In Russ.). <https://doi.org/10.17759/mda.2026160212>

## Введение

Статья продолжает цикл методических разработок авторов (Куланин, Степанов, Нуркаева, 2020); (Куланин, Степанов, Нуркаева, 2021); (Куланин, Степанов, 2024); (Куланин, Степанов, 2025).

Непосредственно она продолжает статью «Алгебраические кривые высших порядков в преподавании высшей математики. Методы построения алгебраических кривых» (Куланин, Степанов, 2025). В ней обсуждаются некоторые проблемы, связанные с путями повышения культуры математического мышления студентов-математиков.

Главным объектом обсуждения являются алгебраические кривые третьей степени. Авторы опираются на опыт работы на факультете информационных технологий МГППУ.

Итак, одним из направлений изучения алгебраических кривых является изучение конкретных видов этих кривых, то есть замечательных кривых (Савёлов, 1960), как их иногда называют. Но уже в случае кривых второго порядка важнейшим вариантом их изучения является разбиение множества всех таких кривых на классы. Основой разбиения может быть, как вид канонических уравнений, так и форма кривых. Естественно, возникает мысль о классификации алгебраических кривых определённого порядка, например, кубических кривых.

Прежде, чем говорить о классификации кубических кривых, рассмотрим достаточно простую задачу, состоящую в описании формы многочленов, зависящих от одной переменной. При этом, очевидно, необходимо использовать методы математического анализа и общей алгебры.

**Задание 1.** Описать форму кубических полиномов от одной переменной.

*Решение.* Прежде всего необходимо определиться с тем, что подразумевается под формой кубических многочленов от одной переменной. Надо полагать, что речь может идти о сравнении графиков соответствующих функций в декартовой системе координат. Обычно задачей первостепенной важности является вопрос о корнях многочлена. Но в данном случае основным фактором, определяющим форму графика, является наличие интервалов возрастания, убывания и экстремумов.

При этом параллельный сдвиг графика в декартовой плоскости и отражение относительно оси абсцисс формы не меняет. Таким образом, можно считать, что коэффициент при кубической степени положителен. Следовательно, при  $x \rightarrow -\infty$ , стремящемся к минус бесконечности, функция также стремится к минус бесконечности. Аналогичная ситуация при  $x \rightarrow +\infty$ , стремящемся к плюс бесконечности.

Поскольку производной кубического многочлена от одной переменной является квадратный многочлен. Именно его корни важны в данном случае. Если у производной действительных корней нет или только один кратности два, то функция



монотонно возрастает. Если же производная имеет два различных действительных корня, то функция имеет два экстремума. Очевидно, что это максимум и минимум.

Итак, функция возрастает, достигает локального максимума, убывает, пока не достигнет локального минимума, и снова начинает возрастать. Вопрос о том различаются ли формы графиков без корней и с одним корнем, решается по усмотрению студента, выполняющего задание.

Задание можно назвать излишне простым. Тем не менее, самостоятельное её решение студентом ставит перед ним ряд нестандартных вопросов. Прежде всего, речь идёт о том, как определять форму кривых. Чтобы решить эту проблему, студенту необходимо проявить творческий подход.

Далее могут решаться задания с постепенным возрастанием степеней. Первым шагом является следующая задача.

**Задание 2.** Описать форму полиномов четвёртой степени от одной переменной.

*Решение.* Нужно снова рассмотреть различные варианты наличия действительных корней у производной, которая является кубическим полиномом.

Более сложным вариантом рассмотрения формы графиков является изучение дробно-рациональных функций, то есть функций вида  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ , где  $f(x)$  и  $g(x)$  — многочлены.

Дело в том, что неявное описание таких функций даётся многочленом от двух переменных  $f(x) - y \cdot g(x) = 0$ . При этом график дробно-рациональной функции может быть построен без особых проблем, причем он показывает некоторые особенности формы многочленов от двух переменных степени выше второй. Речь идёт о том, что эти линии могут распадаться на несколько ветвей. При этом, выбирая порядок корней числителя и знаменателя, можно конструировать число ветвей и их форму.

**Задание 3.** Построить график дробно-рациональной функции, у которой числитель и знаменатель разложены на произведение двучленов первой степени.

*Решение.* Пусть для примера у функции  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ , имеет место разложение числителя и знаменателя на множители:  $f(x) = (x - x_1) \cdot \dots \cdot (x - x_5)$  и  $g(x) = (x - a_1) \cdot \dots \cdot (x - a_3)$ . В точках  $\{x_i\}$  расположены корни функции, а в точках  $\{a_j\}$  — вертикальные асимптоты.

При этом общая совокупность этих чисел упорядочена следующим образом:  $x_1, x_2, a_1, x_3, a_2, x_4, x_5, a_3$ . График многочлена пятой степени будем строить с помощью сканирования координатной плоскости. Результат работы программы с четырьмя ветвями показан на рис. 1.

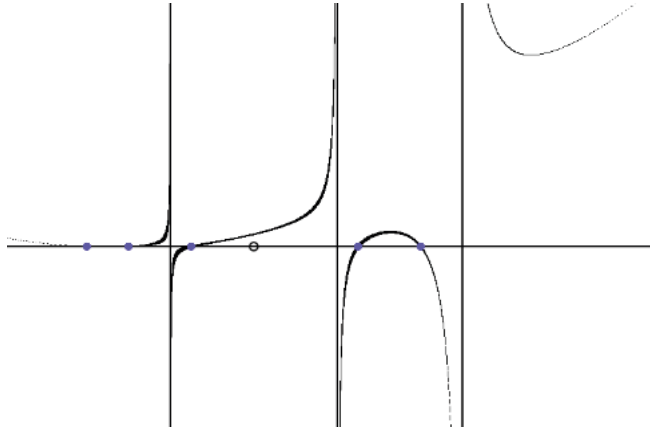


Рис. 1. Результат работы программы с четырьмя ветвями

Fig. 1 The result of a program with four branches

#### Текст программы

```
GraphicsWindow.Width = 800
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 300
y0 = 300
ed = 50
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-5, y0-5, 10, 10)
GraphicsWindow.DrawLine(0, y0, 800, y0)
'Корни многочленов
x1 = -4
x2 = -3
a1 = -2
x3 = -1.5
a2 = 2
x4 = 2.5
x5 = 4
a3 = 5
'Сканирование декартовой плоскости
For x = -6 To 14 Step .01
For y = -6 To 6 Step .01
'Вычисление значений функции  $z = F(x, y)$ 
z1 = (x - x1)*(x - x2)*(x - x3)*(x - x4)*(x - x5)
z2 = y*(x - a1)*(x - a2)*(x - a3)*30
z = (z1 - z2)
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < 10 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "blake")
```



```
EndIf
EndFor
EndFor
xe = x0 + a1*ed
GraphicsWindow.DrawLine(xe,0, xe,600)
xe = x0 + a2*ed
GraphicsWindow.DrawLine(xe,0, xe,600)
xe = x0 + a3*ed
GraphicsWindow.DrawLine(xe,0, xe,600)
xe = x0 + x1*ed
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-5, y0-5,10,10)
xe = x0 + x2*ed
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-5, y0-5,10,10)
xe = x0 + x3*ed
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-5, y0-5,10,10)
xe = x0 + x4*ed
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-5, y0-5,10,10)
xe = x0 + x5*ed
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-5, y0-5,10,10)
```

## Особые точки плоских кривых

Переходя к изучению кубических кривых, как единого множества, подобного совокупности кривых второго порядка, вспомним об особых точках регулярных плоских кривых (Погорелов, 1974).

Не будем вдаваться в математические тонкости и ограничимся определением на образном уровне. **Точка возврата** — это точка излома гладкой линии. При этом линия входит в точку возврата по касательной и по той же касательной исходит в обратную сторону (рис. 2). Легко понять, что циссоида Диоклеса имеет точку возврата. А что касается кривых второго порядка, то они точек возврата не имеют.

Узловая точка — это точка самопересечения кривой (рис. 3). Кривые второго порядка не имеют и узловых точек.

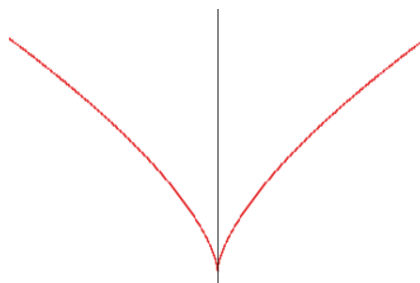


Рис. 2. Точка возврата  
Fig. 2. Cusp

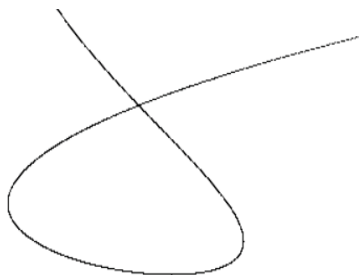


Рис. 3. Узловая точка  
Fig. 3. Nodal point



**Задание 4.** Написать программу, которая строит линию с точкой возврата и линию с узловой точкой.

*Решение.* В учебниках дифференциальной геометрии, например, в (Погорелов, 1974), описываются параметрические формулы кривых, имеющих особые точки соответствующего вида. По этой причине программу легко написать. Рисунки 2 и 3 как раз и построены с её помощью.

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 500
' Начало координат
x0 = 300
y0 = 200
'Единичный отрезок
ed = 100
'Узловая точка
For t = -3 To 3 Step .001
x = x0 + (t*t*t*t - 3*t*t)*ed
y = y0 - (t*t + t)*ed
GraphicsWindow.SetPixel(x, y, "black")
EndFor
'Точка возврата
For t = -3 To 3 Step .001
x = x0 + t*t*t*ed
y = y0 - t*t*ed + 2.5*ed
GraphicsWindow.SetPixel(x, y, "red")
EndFor
```

Достаточно подробное описание алгебраических кривых должно содержать описание ветвей соответствующей кривой и перечисление её особых точек. Таким образом, поиск особых точек алгебраической кривой является одним из направлений изучения этих кривых.

В книге (Фихтенгольц, 1962) рассматриваются примеры кривых с особыми точками. Важно отметить то обстоятельство, что рассмотрение особенностей алгебраических кривых в данном случае рассматривается в рамках математического анализа.

С позиций алгебраической геометрии эти особенности изучаются в книге (Уокер, 1950). В ней также приводятся интересные примеры.

**Задание 5.** Написать программу, которая строит линию с точкой самокасания по формуле  $2x^4 - 3x^2y + y^2 - 2y^3 + y^4 = 0$ .

*Решение.* Результат работы соответствующей программы показан на рис. 4.

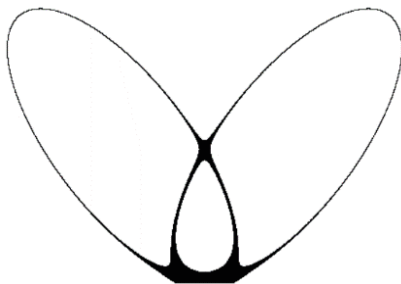
```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 420
x0 = 300
y0 = 350
ed = 150
```



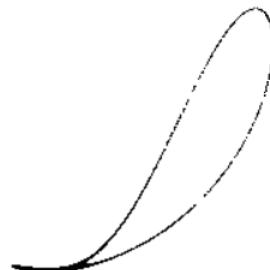
```
c = 2
For x = -2 To 2 Step .001
For y = 0 To 3 step .001
z = 2*x*x*x*x*x - 3*x*x*x*y + y*y - 2*y*y*y + y*y*y*y
If Math.Abs(z) < .005 Then
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
```

**Задание 6.** Построить «когтеобразное остриё» по формуле  $x^4 + x^2y^2 - 2x^2y - xy^2 + y^2 = 0$ .

*Решение.* В предыдущей программе заменить формулу, описывающую кривую. Результат показан на рис. 5.



**Рис. 4.** Линия с точкой самокасания  
**Fig. 4.** Line with self-tangency point



**Рис. 5.** «Когтеобразное остриё»  
**Fig. 5.** «Claw-shaped point»

**Задание 7.** На основе изложенных фактов написать демонстрационную или обучающую программу, посвящённую особым точкам алгебраических кривых.

## Исследование кубических кривых

Легко понять, что кубические кривые значительно более разнообразны, чем кривые второго порядка. Попробуем хотя бы поверхностно ознакомиться с возможными формами кубических кривых. Будем исходить из того, что, кубический многочлен от двух переменных  $F(x, y)$  может являться произведением многочленов меньшей степени, то есть быть приводимым.

При этом возможны два варианта. Сомножителями могут быть либо три многочлена первой степени от двух переменных, либо линейный многочлен и многочлен второй степени от двух переменных. В первом случае кубика  $F(x, y) = 0$

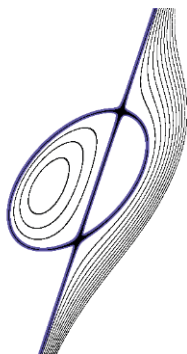


вырождается в три прямые, во втором — она распадается на прямую и кривую второго порядка. Неприводимая кубика  $F(x, y) - c = 0$  при изменении параметра  $c$  принимает новые формы, которые, однако, достаточно наглядным образом связаны с исходной вырожденной кривой.

**Задание 8.** Построить кривые третьего порядка на основе исходной линии, распадающейся на прямую и эллипс.

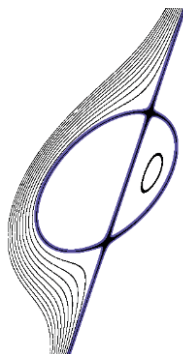
*Решение.* Естественно, что программа строит кривые методом сканирования. Результат работы программы при  $c$  от  $-5$  до  $0$  показан на рис. 6, а при  $c$  от  $0$  до  $5$  показан на рис. 7.

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 300
y0 = 300
ed = 100
For x = -3 To 3 Step .002
For y = -3 To 3 Step .002
s1 = x*x + y*y - x*y - 1
s2 = 3*x - y - 1
z = s1*s2
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < .01 Then
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-3, ye-3, 6, 6)
EndIf
EndFor
EndFor
For c = -5 To 0 Step .5
For x = -3 To 3 Step .002
For y = -3 To 3 Step .002
s1 = x*x + y*y - x*y - 1
s2 = 3*x - y - 1
z = s1*s2 + c
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < .01 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
EndFor
```



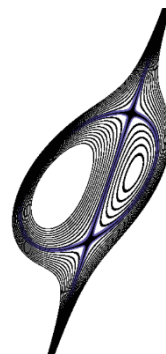
**Рис. 6.** Кривая, распадающаяся на прямую и эллипс

**Fig. 6.** Curve disintegrating into straight line and ellipse



**Рис. 7.** Кривая, распадающаяся на прямую и эллипс

**Fig. 7.** Curve disintegrating into straight line and ellipse



**Рис. 8.** Кривая, распадающаяся на овал и бесконечную ветвь

**Fig. 8.** Curve disintegrating into oval and infinite branch

**Задание 9.** Построить те кривые из предыдущего задания, которые распадаются на овал и бесконечную ветвь.

*Решение.* Изменяя параметр  $c$  от  $-1$  до  $1$  с шагом  $0$ , получим семейство кривых, которое показано на рис. 8.

Можно считать, что в двух последних заданиях был произведён вычислительный эксперимент, который показал, что при изменении параметра  $c$  от минус бесконечности до малых по модулю отрицательных значений соответствующие кривые имеют одну бесконечную ветвь.

Затем появляется ещё одна овальная ветвь, которая сначала представляет собой точку, а затем растёт и обращается в исходный эллипс. Затем, уже при положительных значениях параметра  $c$ , возникают овалы во второй части эллипса. С ростом этого параметра овалы стягиваются в точку, а потом остаётся только одна бесконечная ветвь.

Это, так сказать, умозрительные выводы из вычислительного эксперимента. Желательно было бы провести теоретически обоснованное исследование соответствующей зависимости, например, позволяющих выяснить, при каких значениях параметра  $c$  овалы стягиваются в точки.

Прежде всего, нужно построить поверхность  $z = F(x, y)$ . Это поможет объяснить характер эволюции соответствующих кривых при изменении параметра  $c$ . Может проясниться и вопрос о том, при каких значениях параметра  $c$  овалы стягиваются в точки.

**Задание 10.** Построить поверхность  $z = F(x, y)$ , где  $F(x, y) = 0$  формула кривой третьего порядка, распадающейся на прямую и эллипс.

*Решение.* Для наглядности предположим, что  $F(x, y) = x \cdot (x^2 + y^2 - 1)$ . Результат работы программы показан на рис. 9.



```
pi = Math.Pi
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
‘Система аксонометрических координат
ed = 225
x0 = 300
y0 = 300
k = 1/3
ug = pi/8
x1 = x0 + ed* Math.Cos(ug)
y1 = y0 – ed* Math.Sin(ug)*k
x2 = x0 + ed* Math.Cos(ug+pi/2)
y2 = y0 – ed* Math.Sin(ug+pi/2)*k
x3 = x0
y3 = y0 – ed/2
‘Декартова плоскость
For x = –1 To 1 Step .002
For y = –1 To 1 Step .2
z = 0
xe = x0 + x*(x1 – x0) + y*(x2 – x0) + z*(x3 – x0)
ye = y0 + x*(y1 – y0) + y*(y2 – y0) + z*(y3 – y0)
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, “green”)
EndFor
EndFor
For x = –1 To 1 Step .2
For y = –1 To 1 Step .002
z = 0
xe = x0 + x*(x1 – x0) + y*(x2 – x0) + z*(x3 – x0)
ye = y0 + x*(y1 – y0) + y*(y2 – y0) + z*(y3 – y0)
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, “green”)
EndFor
EndFor
‘Поверхность третьего порядка
For x = –1 To 1 Step .002
For y = –1 To 1 Step .2
s1 = x*x + y*y – 1
s2 = x
z = s1*s2
xe = x0 + x*(x1 – x0) + y*(x2 – x0) + z*(x3 – x0)
ye = y0 + x*(y1 – y0) + y*(y2 – y0) + z*(y3 – y0)
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, “”)
EndFor
EndFor
For x = –1 To 1 Step .2
For y = –1 To 1 Step .002
s1 = x*x + y*y – 1
s2 = x
```



```

z = s1*s2
xe = x0 + x*(x1 - x0) + y*(x2 - x0) + z*(x3 - x0)
ye = y0 + x*(y1 - y0) + y*(y2 - y0) + z*(y3 - y0)
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "")
EndFor
EndFor
    
```

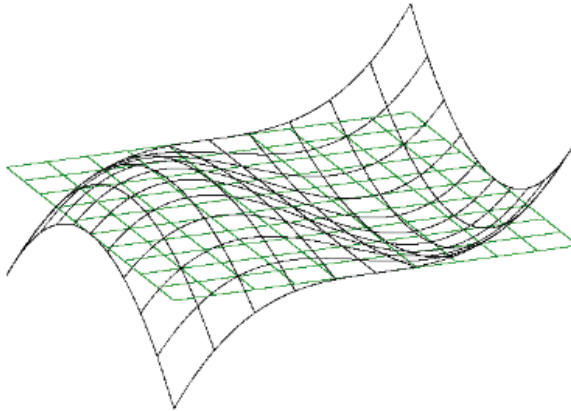


Рис. 9. Поверхность третьего порядка

Fig. 9. Third order surface

Рисунок 9 показывает, что функция  $z = F(x, y)$  имеет локальный максимум и локальный минимум. Становится очевидным, что овалы стягиваются в точку именно в точках экстремума. Соответствующие кривые являются сечением поверхности плоскостями, касающимися поверхности в точках экстремума.

**Задание 11.** Для кривых третьего порядка на основе исходной линии, распадающейся на прямую и эллипс, найти те кривые, у которых овал стягивается в точку.

*Решение.* Согласно выше сказанному, задача сводится к поиску точек экстремума функции  $z = F(x, y)$ . В нашем случае речь идёт о функции  $z = x \cdot (x^2 + y^2 - 1)$ . Поскольку соответствующая поверхность симметрична относительно плоскости  $xOz$ , при любых значениях  $x$  и при  $y = 0$  частная производная  $\frac{\partial F}{\partial y} = 0$ .

Таким образом, для нахождения экстремумов достаточно найти значения переменной  $x$  на оси  $Ox$  ( $y = 0$ ), при которых производная функции  $z = x^3 - x$  равна нулю. Очевидно, что соответствующие значения равны  $\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Рассмотрим локальный максимум, который достигается в точке  $(-\frac{1}{\sqrt{3}}; 0)$ . В ней  $z = \frac{4}{3\sqrt{3}}$ . Значит, овалы стягиваются в точку именно здесь, а соответствующая функция описывается формулой  $x \cdot (x^2 + y^2 - 1) - \frac{4}{3\sqrt{3}} = 0$ .



Результат работы программы, строящую эту кривую показан на рис. 10.

```
GraphicsWindow.Width = 400
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 200
y0 = 300
ed = 100
r = Math.SquareRoot(3)
GraphicsWindow.DrawLine(x0,0, x0,600)
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0 - ed, y0 - ed, 2*ed, 2*ed)
For x = -1 To 0 Step .001
For y = -1 To 1 Step .001
z = x*x*x + x*y*y - x - 4/(3*r)
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < .39 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
For x = 0 To 2 Step .005
For y = -3 To 3 Step .005
z = x*x*x + x*y*y - x - 4/(3*r)
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < .1 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
```

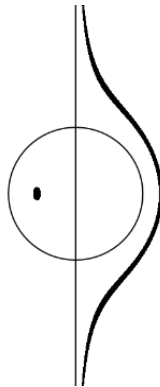


Рис. 10. Результат работы программы задания 11

Fig. 10. Result of task program 11



Пока мы имели дело с кривыми, порождаемыми исходной кривой, у которой эллипс и прямая пересекаются. Мы провели вычислительные эксперименты и составили представление о форме соответствующих кривых.

Можно перейти к рассмотрению других вариантов взаимного расположения прямой и эллипса. И в каждом из вариантов проделать аналогичные вычислительные эксперименты.

**Задание 12.** Рассмотреть те кривые третьего порядка на основе исходной линии, распадающейся на прямую и эллипс, для которых эллипс и прямая касаются друг друга.

*Решение.* Изучение указанного класса кривых можно провести с помощью соответствующей модификации программ из заданий 8–10. Форма кривых и вид поверхности показаны на рисунках 11 и 12.

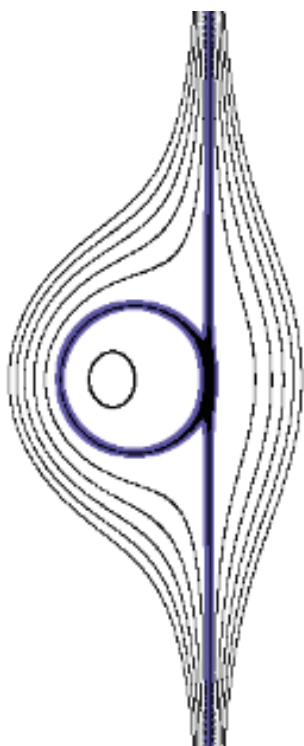


Рис. 11. Кривые задания 12

Fig. 11. Job Curves 12

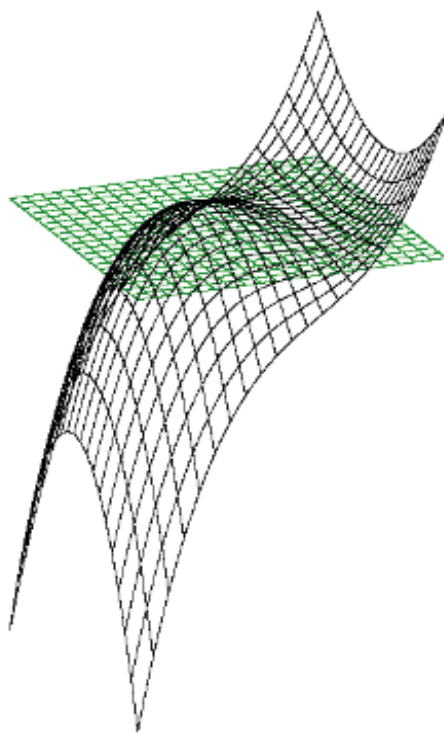
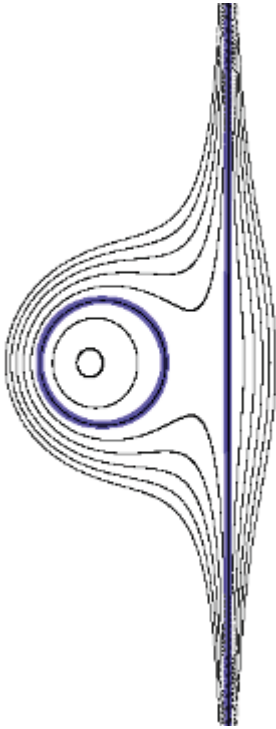


Рис. 12. Поверхность задания 12

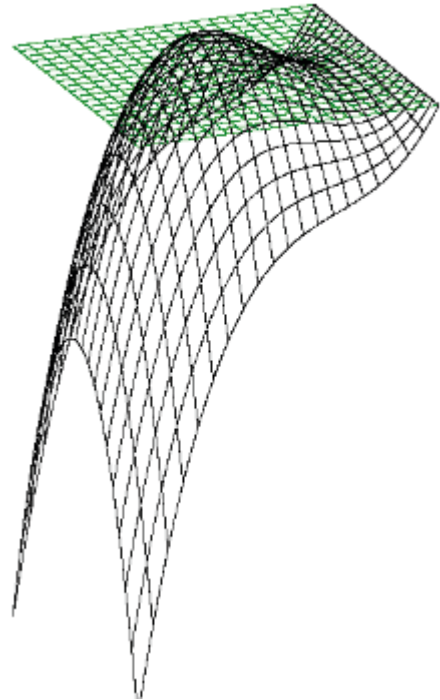
Fig. 12. Job Surface 12

**Задание 13.** Рассмотреть те кривые третьего порядка на основе исходной линии, распадающейся на прямую и эллипс, для которых эллипс и прямая не пересекаются.

*Решение.* И здесь достаточно модифицировать программы из заданий 8–10. Форма кривых и вид поверхности показаны на рисунках 19 и 20.



**Рис. 13.** Кривые задания 13  
**Fig. 13.** Job Curves 13



**Рис. 14.** Поверхность задания 12  
**Fig. 14.** Job Surface 12

Результаты заданий 8—13 можно объединить в единое исследование.

**Задание 14.** Исследовать кривые третьего порядка, возникающие на основе исходной линии, распадающейся на прямую и эллипс. Учесть различные варианты взаимного расположения прямой и эллипса и описать форму соответствующих кривых.

Исследование кубических кривых в этом ключе может быть продолжено. В следующих трёх заданиях будет указано общее направление исследования.

**Задание 15.** Исследовать кривые третьего порядка, возникающие на основе исходной линии, распадающейся на прямую и гиперболу. Учесть различные варианты взаимного расположения прямой и гиперболы и описать форму соответствующих кривых.

*Пояснения.* Следует использовать те же программы, модифицировав их. Взаимное расположение прямой и гиперболы можно характеризовать словами: пересечение с одной ветвью, пересечение с двумя ветвями, касание, асимптота, отсутствие пересечения.

Сейчас ограничимся построением одной единственной кривой  $y \cdot (x^2 - y^2 - 1) = 2$  в качестве примера рис. 15) и построением соответствующей поверхности (рис. 16).

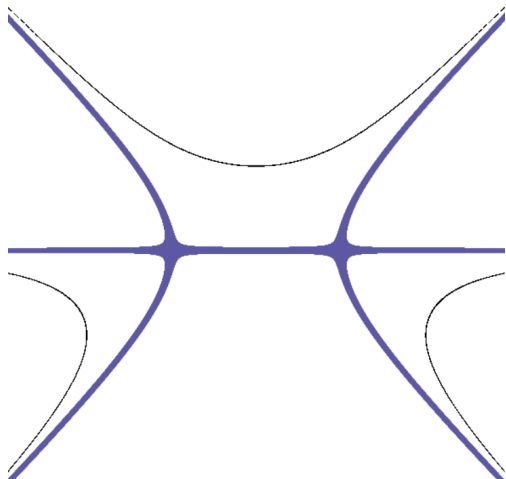


Рис. 15. Кривая задания 15  
Fig. 15. Job Curve 15

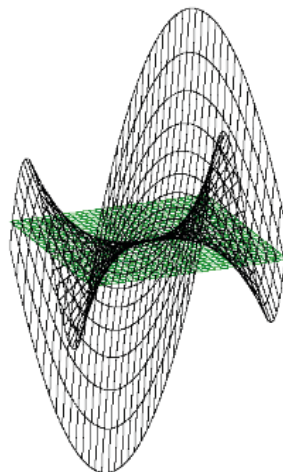


Рис. 16. Поверхность задания 15  
Fig. 16. Job Surface 15

**Задание 16.** Исследовать кривые третьего порядка, возникающие на основе исходной линии, распадающейся на прямую и параболу. Учесть различные варианты взаимного расположения прямой и параболы и описать форму соответствующих кривых.

*Пояснения.* Взаимное расположение прямой и параболы можно характеризовать словами: пересечение, касание, отсутствие пересечения.

На данный момент ограничимся построением единственной кривой  $(x-2y) \cdot (x-y^2) = -1$  в качестве примера (рис. 17) и построением соответствующей поверхности (рис. 18).

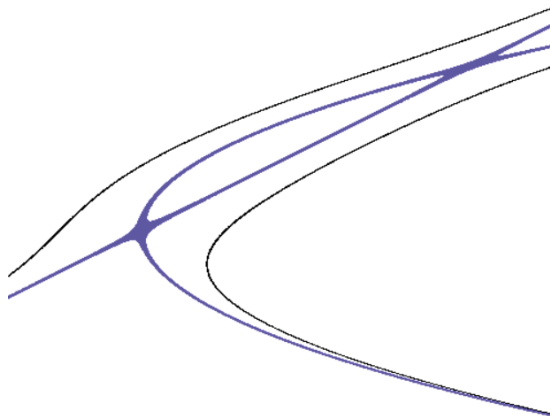


Рис. 17. Кривая задания 16  
Fig. 17. Job Curve 16

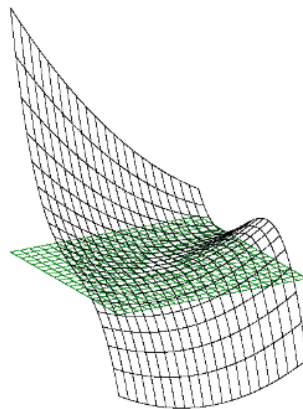


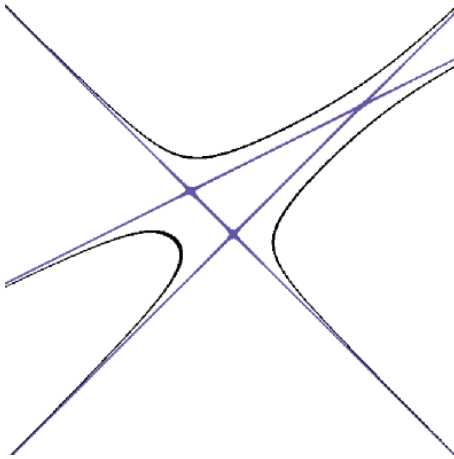
Рис. 18. Поверхность задания 16  
Fig. 18. Job Surface 16



**Задание 17.** Исследовать кривые третьего порядка, возникающие на основе исходной линии, распадающейся на три прямые. Учесть различные варианты взаимного расположения прямых и описать форму соответствующих кривых.

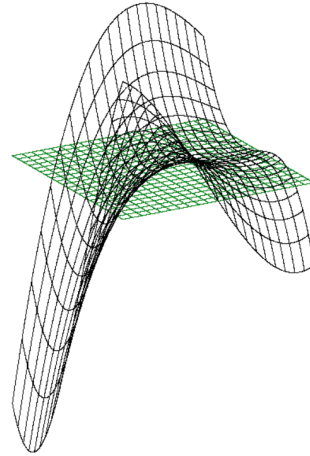
*Пояснения.* Взаимное расположение трёх прямых можно характеризовать словами в разных вариантах: пересечение, параллельность, совпадение, число точек пересечения.

В качестве примера ограничимся построением кривой  $(x - y - 2) \cdot (x - 2y) \cdot (x + y - 1) - 2 = 0$  на основе трёх прямых, образующих треугольник (рис. 19), и построением поверхности (рис. 20).



**Рис. 19.** Кривая задания 17

**Fig. 19.** Job Curve 17



**Рис. 20.** Поверхность задания 17

**Fig. 20.** Job Surface 17

Кроме того подхода, который состоял в привязке к фиксированному характеру сомножителей, возможно использование и иных направлений исследования кубических кривых. Вместо постоянства геометрических свойств сомножителей можно рассматривать алгебраическое сходство сомножителей. Покажем это на примере.

**Задание 18.** Исследовать кривые третьего порядка, возникающие на основе формулы  $y^2 - (x+1) \cdot (x^2 + c) = 0$  при различных значениях параметра  $c$ .

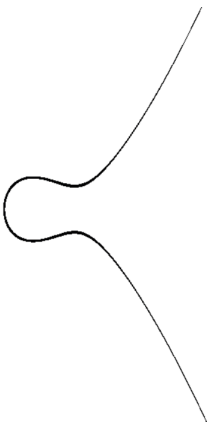
*Решение.* Рассмотрим вид кривых при  $c = -0,1; c = 0$  и  $c = 0,1$ . Приведённая ниже программа строит соответствующие кривые. Они показаны на рис. 21, 22 и 23.

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 200
y0 = 300
ed = 100
c = -.1
For x = -2 To 3 Step .002
```

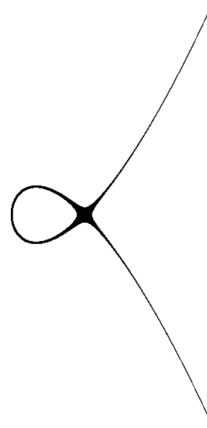


```

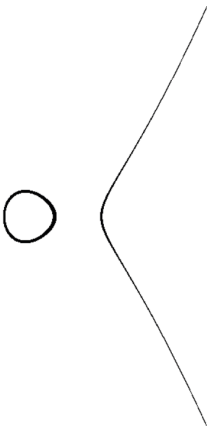
For y = -3 To 3 Step .002
z = y*y - (x + 1)*(x*x - c)
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < .01 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
    
```



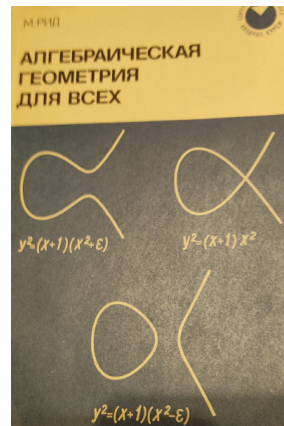
**Рис. 21.** Кривая задания 18 ( $c = -0,1$ )  
**Fig. 21.** Job Curve 18 ( $c = -0,1$ )



**Рис. 22.** Кривая задания 18 ( $c = 0$ )  
**Fig. 22.** Job Curve 18 ( $c = 0$ )



**Рис. 23.** Кривая задания 18 ( $c = 0,1$ )  
**Fig. 23.** Job Curve 18 ( $c = 0,1$ )



**Рис. 24.** Кривые с рис. 21 — рис. 23  
 на обложке книги (Рид М., 1991)  
**Fig. 24.** Curves with Fig. 21 — Fig. 23  
 on the cover of the book (Reid M., 1991)



Отметим, что соответствующие кривые изображены на обложке книги (Рид М, 1991) (рис. 24).

На первый взгляд формула  $y^2 = (x+1) \cdot (x^2 + c)$ , описывающая соответствующие кривые, является одним из частных вариантов. Но вскоре мы увидим, что общая формула  $y^2 = p_3(x)$ , где  $p_3(x)$  — многочлен третьей степени, является универсальным описанием кубических кривых.

## Классификация кубических кривых

Перейдём к вопросам классификации кубических кривых, которые, несомненно, могут стать содержательными темами для курсовых и дипломных работ. В книге (Стройк, 1990) отмечается роль Ньютона в разработке теории кривых третьего порядка. Приведём пространную цитату оттуда.

«Ньютон писал ... о плоских кривых третьего порядка. В «Перечислении линий третьего порядка» он дал классификацию плоских кривых третьей степени на 72 вида, исходя из своей теоремы о том, что каждую кубическую кривую можно получить из «расходящейся параболы»  $y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$  при центральном проектировании одной плоскости на другую. Это было первым важным новым результатом, полученным путем применения алгебры к геометрии, так как все предыдущие работы были просто переводом Аполлония на алгебраический язык».

Доказательство того, что уравнение кубической кривой может быть приведено к виду  $y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$  даётся в книге (Уокер, 1950). Обзор ньютоновской классификации кубических кривых приводится в книге (Савёлов, 1960). При этом используются несколько иные исходные формулы, своя для каждой из групп, на которые разбивается множество кубических кривых.

**1-я группа.** Кривые описываются формулой  $xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , причём  $a > 0$ . Форма этих кривых определяется видом корней ещё одного уравнения, левая часть, которого является многочленом четвёртой степени  $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{e^2}{4} = 0$ .

Рассматриваются пять различных случаев, из которых мы выберем только два:

- корни либо комплексные, либо различные действительные;
- два действительных корня равны между собой, а два других либо комплексные, либо одновременно больше или меньше равных корней.

**Задание 19.** Построить кривую третьего порядка, возникающую на основе первого случая.

**Решение.** Построим вспомогательный многочлен с комплексными корнями. Например, можно взять произведение двух квадратных трёхчленов без действительных корней:  $P(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 + 4) = x^4 + 5x^2 + 4$ .

Таким образом,  $a = 1, b = 0, c = 5, d = 0$  и  $e = 4$ . Из этого следует, что уравнение кубики имеет вид:  $xy^2 + 4y - x^3 - 5x = 0$ . Построим её методом сканирования (рис. 25).

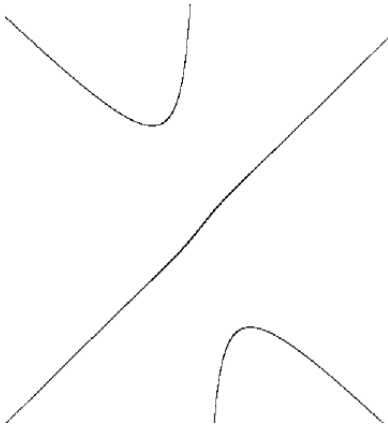


**Задание 20.** Построить кривую третьего порядка, возникающую на основе второго случая.

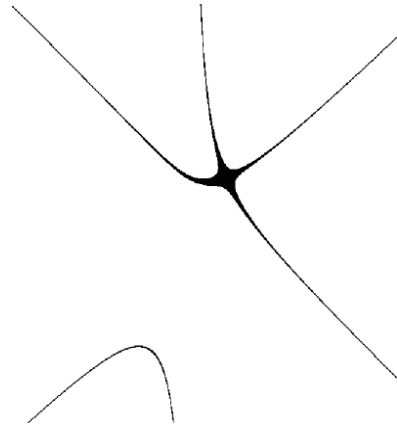
*Решение.* Построим вспомогательный многочлен с двумя комплексными корнями и двумя равными действительными. Например, можно взять произведение квадратного трёхчлена без действительных корней на квадрат двучлена:

$$P(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 - 2x + 1) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1$$

Таким образом,  $a = 1, b = 2, c = 2, d = 1$  и  $e = 2$ . Из этого следует, что уравнение кубики имеет вид:  $xy^2 + 2y - x^3 + 2x^2 - 2x + 2 = 0$ . Построим её методом сканирования (рис. 26).



**Рис. 25.** Кривая задания 19  
**Fig. 25.** Job Curve 19



**Рис. 26.** Кривая задания 20  
**Fig. 26.** Job Curve 20

Все кривые этой группы имеют три асимптоты.

**Задание 21.** Используя описание из книги (Савёлов, 1960) построить изображение кривых первой группы и их асимптот.

**2-я группа.** Кривые описываются формулой  $xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d$ , но в данном случае  $a < 0$ . И как и ранее форма этих кривых определяется видом корней многочлена

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{e^2}{4} = 0.$$

Здесь тоже рассматриваются пять различных случаев, и вновь мы выберем только два из них:

- все корни вспомогательного многочлена действительны и различны;
- все корни вспомогательного многочлена действительны, и два средних корня равны между собой, а из двух других один больше, а другой меньше средних корней.



**Задание 22.** Построить кривую третьего порядка второй группы, возникающую на основе первого случая.

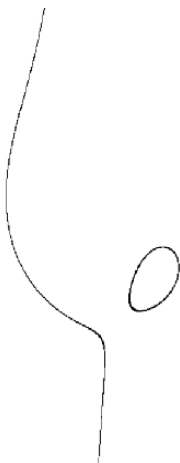
*Решение.* В заданиях 19 и 20 вычисление коэффициентов уравнения проводились за пределами компьютерной программы. В случае действительных корней удобно все вычисления проводить непосредственно в программе. Для конкретной кривой, которую построит приводимая ниже программа, корнями вспомогательного многочлена являются числа  $= 3, 1, 2$  и  $4$ . Кривая показана на рис. 27.

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 300
y0 = 300
ed = 30
x1 = -3
x2 = 1
x3 = 2
x4 = 4
p1 = -(x1 + x2)
q1 = x1*x2
p2 = -(x3 + x4)
q2 = x3*x4
a = -1
b = -(p1 + p2)
c = -(q1 + p1*p2 + q2)
d = -(p1*q2 + p2*q1)
e = 2* Math.Sqrt(-q1*q2)
For x = -10 To 10 Step .005
For y = -10 To 10 Step .005
z = x*y*y + e*y - a*x*x*x - b*x*x - c*x - d
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
If Math.Abs(z) < .1 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
```



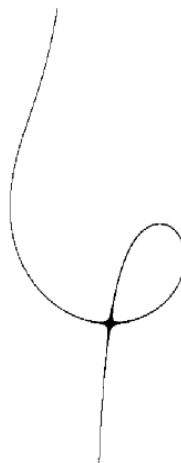
**Задание 23.** Построить кривую третьего порядка второй группы, возникающую на основе второго случая.

*Решение.* Используем ту же программу для корней = 3, 1, 1 и 4 (рис. 28).



**Рис. 27.** Кривая задания 22

**Fig. 27.** Job Curve 22



**Рис. 28.** Кривая задания 23

**Fig. 28.** Job Curve 23

Все кривые этой группы имеют одну асимптоту.

**Задание 24.** Используя описание из книги (Савёлов, 1960) построить изображение кривых второй группы и их асимптот.

Рассмотрение всех групп кривых и различных случаев в рамках каждой группы требует значительных усилий.

**Задание 25.** Напишите обучающие и демонстрационные программы, позволяющие познакомиться с классификацией кривых третьего порядка.

## Свойства кубических кривых

В статье (Куланин, Степанов, 2025) описан метод построения пучков второго порядка. Аналогичные построения можно провести и для кривых третьего порядка. Суть метода такова. Пусть заданы две кривые третьего порядка  $F_1(x, y) = 0$  и  $F_2(x, y) = 0$ , тогда линейная комбинация уравнений  $\lambda_1 \cdot F_1(x, y) + \lambda_2 \cdot F_2(x, y) = 0$  также описывает кривую третьего порядка.

Проведём следующее построение. Выберем на декартовой плоскости четыре материальных точки. То есть точки, которые кроме координат имеют массу. Пусть это будут точки  $\{A_i(x_i; y_i; m_i)\}$ , где  $i = 1, 2, 3, 4$ .



Найдём координаты центров тяжести сторон четырёхугольника  $A_1A_2A_3A_4$ , а затем и координаты центра тяжести всего четырёхугольника.

При вычислении координат центра тяжести середины  $B_1$  стороны  $A_1A_2$  используются формулы  $x_3 = \frac{x_1m_1 + x_2m_2}{m_1 + m_2}$  и  $y_3 = \frac{y_1m_1 + y_2m_2}{m_1 + m_2}$ .

Пусть точки  $B_2$ ,  $B_3$  и  $B_4$ , центры тяжести сторон  $A_2A_3$ ,  $A_3A_4$  и  $A_4A_1$  соответственно. Тогда центр тяжести  $C$  всего четырёхугольника совпадает с центрами тяжести отрезков  $B_1B_3$  и  $B_2B_4$ .

Итак, получено девять точек, расположенных на шести прямых: первая тройка  $A_1A_2$ ,  $B_4B_2$ ,  $A_4A_3$ ; вторая тройка  $A_1A_4$ ,  $B_1B_3$ ,  $A_2A_3$  (рис. 29).

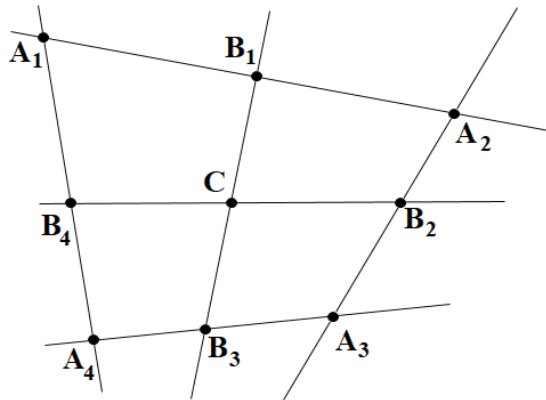


Рис. 29. Девять точек, расположенных на шести прямых

Fig. 29. Nine points located on six straight lines

Рассмотрим две кубические кривые, первая из которых распадается на первую тройку прямых, а вторая — на вторую тройку. Теперь можно построить пучок кубик, проходящих через все девять точек.

**Задание 26.** Напишите программу построения одной из кривых пучка при  $\lambda_1 = 0,25$  и при  $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$  для наиболее простого для вычисления координат точек случая, когда прямые первой тройки горизонтальны, а прямые второй тройки вертикальны.

*Решение.* Программа строит изображение, которое показано на рис. 30.

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 300
y0 = 300
```



```
ed = 100
lm1 = .25
lm2 = 1 - lm1
For x = -3 To 3 Step .002
For y = -3 To 3 Step .002
s1 = (x - 1)*x*(x + 1)
s2 = (y - 1)*y*(y + 1)
z = lm1*s1 + lm2*s2
If Math.Abs(z) < .01 Then
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "black")
EndIf
EndFor
EndFor
For x = -1 To 1
For y = -1 To 1
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-5, ye-5, 10, 10)
EndFor
EndFor
```

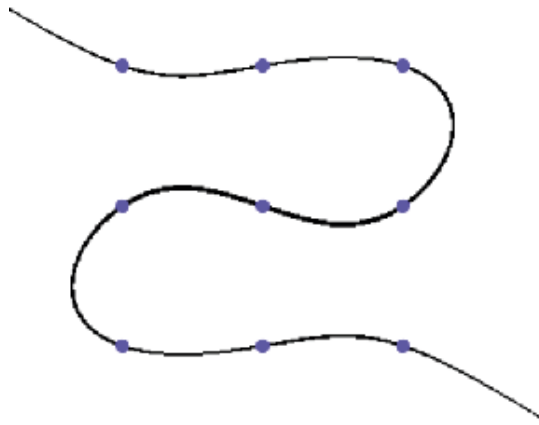


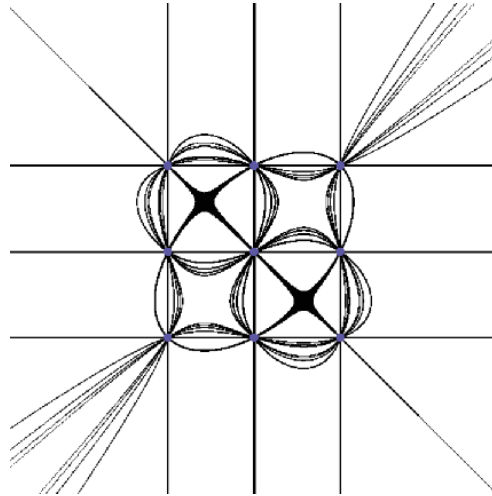
Рис. 30. Кривая задания 26

Fig. 30. Job Curve 26



**Задание 27.** Напишите программу построения пучка кубик.

*Решение.* Достаточно в предыдущей программе использовать цикл, меняющий параметр  $\lambda_1$ , начиная от  $-2$  до  $3$  с шагом  $0,25$ . Результат показан на рис. 31.



**Рис. 31.** Кривая задания 27

**Fig. 31.** Job Curve 27

**Задание 28.** Задайте четыре материальных точки  $\{A_i(x_i; y_i; m_i)\}$ , где  $i = 1, 2, 3, 4$ . Вычислите координаты остальных точек, получите уравнение двух троек прямых и постройте пучок кубик для этого случая.

Имеет место следующая **теорема о девяти точках**. Пусть кривая третьего порядка проходит через восемь точек конфигурации, показанной на рис. 29. Тогда она проходит и через девятую точку (Прасолов, Соловьёв, 1997). На её основе можно доказать классические теоремы Паскаля и Паппа.

**Теорема Паскаля.** Точки пересечения противоположных сторон вписанного в кривую второго порядка шестиугольника лежат на одной прямой

**Задание 29.** Используя свойства кривых третьего порядка, доказать теорему Паскаля для случая окружности и построить соответствующий чертёж (рис. 32).

*Решение.* Возьмём в качестве восьми точек шесть точек на окружности и две точки пересечения противоположных сторон. Тогда окружность и прямая, проходящая через эти точки, могут рассматриваться как кубика. По теореме о девяти точках эта прямая должна проходить и через третью точку пересечения противоположных сторон. Следующая программа строит нужный чертёж.



```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 300
y0 = 250
ed = 100
r = 1
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0 - r*ed, y0 - r*ed, 2*r*ed, 2*r*ed)
pi = Math.Pi
ug[1] = pi +.1
ug[2] = pi/2
ug[3] = -.5
ug[4] = -pi/4 +.3
ug[5] = -pi/2 -.3
ug[6] = -3*pi/4
For i = 1 to 6
x[i] = r* Math.Cos(ug[i])
y[i] = r* Math.Sin(ug[i])
EndFor
For i = 1 to 3
j = i + 4
If j = 7 Then
j = 1
EndIf
t1 = x[i]
p1 = y[i]
xe1 = x0 + ed*t1
ye1 = y0 - ed*p1
GraphicsWindow.FillEllipse(xe1-5, ye1-5,10,10)
t2 = x[i+1]
p2 = y[i+1]
xe2 = x0 + ed*t2
ye2 = y0 - ed*p2
GraphicsWindow.FillEllipse(xe2-5, ye2-5,10,10)
GraphicsWindow.DrawLine(xe1, ye1, xe2, ye2)
t3 = x[i+3]
p3 = y[i+3]
xe3 = x0 + ed*t3
ye3 = y0 - ed*p3
GraphicsWindow.FillEllipse(xe3-5, ye3-5,10,10)
t4 = x[j]
p4 = y[j]
xe4 = x0 + ed*t4
ye4 = y0 - ed*p4
GraphicsWindow.FillEllipse(xe4-5, ye4-5,10,10)
GraphicsWindow.DrawLine(xe3, ye3, xe4, ye4)
Peresech()
EndFor
```



```
GraphicsWindow.DrawLine(xe[1], ye[1], xe[2], ye[2])
GraphicsWindow.DrawLine(xe[1], ye[1], xe[3], ye[3])
Sub Peresech
k1 = (p2 - p1)/(t2 - t1)
b1 = p1 - k1*t1
k2 = (p4 - p3)/(t4 - t3)
b2 = p3 - k2*t3
tp = (b1 - b2)/(k2 - k1)
pp = k1*tp + b1
xe[i] = x0 + ed*tp
ye[i] = y0 - ed*pp
GraphicsWindow.FillEllipse(xe[i]-5, ye[i]-5,10,10)
GraphicsWindow.DrawLine(xe[i], ye[i], xe2, ye2)
GraphicsWindow.DrawLine(xe[i], ye[i], xe4, ye4)
EndSub
```

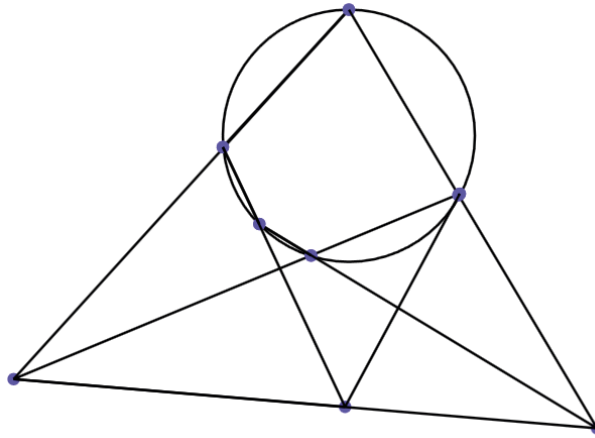


Рис. 32. Иллюстрация к заданию 29

Fig. 32. Illustration for task 29

**Задание 30.** Доказать теорему Паскаля для случая произвольной кривой второго порядка и построить соответствующий чертёж.

*Пояснение.* Необходимо, используя проективные преобразования (Александров, 1979), преобразовать уравнения окружности и прямых из предыдущего занятия. Для случая эллипса можно использовать аффинные преобразования.

**Теорема Паппа.** На первой прямой взяты точки А, С и Е, а на второй прямой — точки В, D и F. Тогда точки пересечения прямых АВ и DE, DC и EF, AF и CD лежат на одной прямой.



**Задание 31.** Используя свойства кривых третьего порядка, доказать теорему Паппа и построить соответствующий чертёж (рис. 33).

*Решение.* Доказательство теоремы Паппа аналогично доказательству теоремы Паскаля. Однако в данном случае кубика распадается на три прямые. Две даны изначально. И на каждой из них выбирают по три точки, то есть всего шесть точек (на первой А, С и Е, а на второй прямой В, D и F).

Ещё две точки являются точками пересечения АВ и DE, а также DC и EF. Прямая, проходящая через эти две точки, дополняет первые две прямые до кубики. По теореме о девяти точках эта прямая должна проходить и через третью точку пересечения прямых AF и CD. Программа, которая строит нужный чертёж, во многом похожа на программу из задания 29.

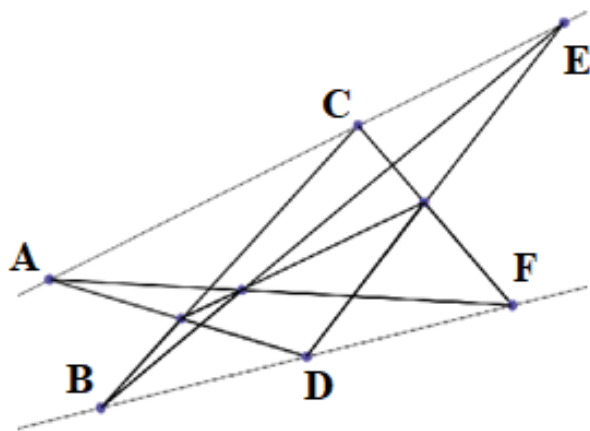


Рис. 33. Иллюстрация к заданию 31

Fig. 33. Illustration for task 31

Рассмотрим ещё два направления изучения кривых третьего порядка. Прежде всего рассмотрим обобщение того метода, с помощью которого строились пучки кубик. Речь идёт о линейных системах алгебраических кривых (Уокер, 1950). Любая кривая третьего порядка с точностью до постоянного множителя определяется десятью коэффициентами соответствующего многочлена, которые можно рассматривать как координаты точки в проективном пространстве.

Можно рассматривать эти многочлены и как вектора. К ним присоединяются и многочлены меньшего, чем три порядка. Таким образом, на основе любой конечной совокупности алгебраических кривых можно строить их линейные комбинации.

Рассмотрим следующую линейную комбинацию двух алгебраических кривых  $F_1(x, y)$  и  $F_2(x, y)$ :

$$\lambda \cdot F_1(x, y) + (1 - \lambda) \cdot F_2(x, y) = 0.$$



Изменяя  $\lambda$  от нуля до единицы, можно осуществить преобразование первой кривой во вторую. Если же расширить интервал изменения  $\lambda$ , то в процесс преобразования будут вовлечены дополнительные кривые.

**Задание 32.** Провести преобразование кубической параболы  $y = x^3$  в единичную окружность (рис. 34).

*Решение.* В программе для осуществления преобразования приходится использовать два цикла с разным шагом для параметра  $\lambda$ .

```
GraphicsWindow.Width = 620
GraphicsWindow.Height = 600
x0 = 150
y0 = 300
ed = 100
For x = -1.5 To 4.2 Step .002
For y = -3 To 3 Step .002
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
z1 = (x-3)*(x-3) + y*y - 1
If Math.Abs(z1) < .01 Then
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-3, ye-3, 6, 6)
EndIf
z2 = y - x*x*x
If Math.Abs(z2) < .01 Then
GraphicsWindow.FillEllipse(xe-3, ye-3, 6, 6)
EndIf
EndFor
EndFor
For lm1 = -.1 To 1 Step .025
lm2 = 1 - lm1
For x = -1.5 To 4.5 Step .005
For y = -3 To 3 Step .005
xe = x0 + x*ed
ye = y0 - y*ed
z1 = (x-3)*(x-3) + y*y - 1
z2 = y - x*x*x
z = lm1*z1 + lm2*z2
If Math.Abs(z) < .01 Then
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "")
EndIf
EndFor
EndFor
EndFor
For lm1 = 1 To 2 Step .01
lm2 = 1 - lm1
For x = -1.5 To 4.5 Step .005
For y = -3 To 3 Step .005
```



```
xe = x0 + x*ed  
ye = y0 - y*ed  
z1 = (x-3)*(x-3) + y*y - 1  
z2 = y - x*x*x  
z = lm1*z1 + lm2*z2  
If Math.Abs(z) < .01 Then  
GraphicsWindow.SetPixel(xe, ye, "")  
EndIf  
EndFor  
EndFor  
EndFor
```

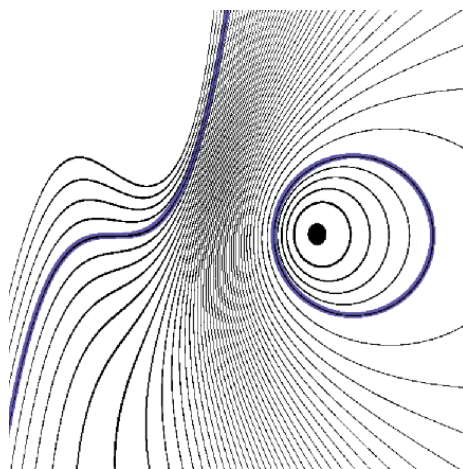


Рис. 34. Иллюстрация к заданию 32

Fig. 34. Illustration for task 32

Наконец, значительный интерес представляет изучение группового закона на кубиках (Рид, 1991, Прасолов, Соловьёв, 1997). Поскольку размеры статьи не позволяют рассмотреть эту тему подробно, ограничимся формулировкой задания.

**Задание 33.** Дать определение закона сложения несовпадающих точек на кубической кривой. Построить соответствующие чертежи, помогающие понять соответствующее определение.

## Заключение

В данной статье рассматриваются вопросы, связанные с углублённым изучением кривых третьего порядка. Особое внимание уделяется методам построения алгебраических кривых.



Обсуждение соответствующих вопросов может помочь молодым преподавателям при изучении различных разделов высшей математики. Кроме того, некоторые рассмотренные темы могут быть предложены в качестве тем курсовых и дипломных работ.

### Список источников / References

1. Дьедонне, Ж. (1972). *Линейная алгебра и элементарная геометрия*. Наука.  
Dieudonné, J. (1972). *Linear algebra and elementary geometry*. Nauka.
2. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2022). Всестороннее рассмотрение математических понятий как методический прием. *Моделирование и анализ данных*, 12(4), 67–84. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120405>  
Kulanin, Y. D., Stepanov, M. E. (2022). Comprehensive consideration of mathematical concepts as a methodological technique. *Modeling and Data Analysis*, 12(4), 67–84. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120405>
3. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2022). Из опыта работы в режиме дистанционного обучения. *Моделирование и анализ данных*, 12(3), 58–70. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120305>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2022). From the experience of working in distance learning mode. *Modeling and Data Analysis*, 12(3), 58–70. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120305>
4. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2022). О визуализации решений некоторых экстремальных задач. *Моделирование и анализ данных*, 12(4), 94–104. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120407>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2022). On the visualization of solutions to some extremal problems. *Modeling and Data Analysis*, 12(4), 94–104. <https://doi.org/10.17759/mda.2022120407>
5. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2024). Вычислительный эксперимент в преподавании высшей математики на примере теории чисел. *Моделирование и анализ данных*, 14(1), 170–195. <https://doi.org/10.17759/mda.2024140111>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2024). Computational experiment in teaching higher mathematics: The case of number theory. *Modeling and Data Analysis*, 14(1), 170–195. <https://doi.org/10.17759/mda.2024140111>
6. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2024). Вычислительный эксперимент в преподавании высшей математики: Комбинаторика и её приложения. *Моделирование и анализ данных*, 14(3), 174–202. <https://doi.org/10.17759/mda.2024140310>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2024). Computational experiment in teaching higher mathematics: Combinatorics and its applications. *Modeling and Data Analysis*, 14(3), 174–202. <https://doi.org/10.17759/mda.2024140310>
7. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2024). Использование образов в преподавании высшей математики. *Моделирование и анализ данных*, 14(2), 192–225. <https://doi.org/10.17759/mda.2024140212>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2024). Using images in teaching higher mathematics. *Modeling and Data Analysis*, 14(2), 192–225. <https://doi.org/10.17759/mda.2024140212>
8. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2025). Алгебраические кривые высших порядков в преподавании высшей математики: Методы построения алгебраических кривых. *Моделирование и анализ данных*, 15(4), 122–137. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150408>



- Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2025). Algebraic curves of higher orders in teaching higher mathematics: Methods of constructing algebraic curves. *Modeling and Data Analysis*, 15(4), 122–137. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150408>
9. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е. (2025). Алгебраические кривые низших порядков в преподавании высшей математики. *Моделирование и анализ данных*, 15(1), 210–251. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150111>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E. (2025). Algebraic curves of lower orders in teaching higher mathematics. *Modeling and Data Analysis*, 15(1), 210–251. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150111>
10. Куланин, Е.Д., Нгуен Ву Куанг, Степанов, М.Е. (2019). Осязаемая предметность с компьютерной поддержкой. *Моделирование и анализ данных*, 9(4), 145–156. <https://doi.org/10.17759/mda.2019090412>  
Kulanin, Y.D., Nguyen Vu Quang, Stepanov, M.E. (2019). Tangible subjectivity with computer support. *Modeling and Data Analysis*, 9(4), 145–156. <https://doi.org/10.17759/mda.2019090412>
11. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е., Нуркаева, И.М. (2020). Роль образного мышления в научном мышлении. *Моделирование и анализ данных*, 10(2), 110–128. <https://doi.org/10.17759/mda.2020100209>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E., Nurkaeva, I.M. (2020). The role of imagery in scientific thinking. *Modeling and Data Analysis*, 10(2), 110–128. <https://doi.org/10.17759/mda.2020100209>
12. Куланин, Е.Д., Степанов, М.Е., Нуркаева, И.М. (2021). О различных подходах к решению экстремальных задач. *Моделирование и анализ данных*, 11(1), 40–60. <https://doi.org/10.17759/mda.2021110104>  
Kulanin, Y.D., Stepanov, M.E., Nurkaeva, I.M. (2021). On different approaches to solving extremal problems. *Modeling and Data Analysis*, 11(1), 40–60. <https://doi.org/10.17759/mda.2021110104>
13. Лунгу, К.Н., Норин, В.П., Письменный, Д.Т., Шевченко, Ю.А., & Куланин, Е.Д. (2013). *Сборник задач по высшей математике с контрольными работами* (8-е изд., Т. 2). Lungu, K. N., Norin, V. P., Pismenny, D. T., Shevchenko, Y. A., Kulanin, Y. D. (2013). *Collection of problems in higher mathematics with control works* (8th ed., Vol. 2).
14. Прасолов, В.В. (1997). *Геометрические задачи древнего мира*. ФАЗИС. Prasolov, V. V. (1997). *Geometric problems of the ancient world*. FAZIS.
15. Савёлов, А.А. (1960). *Плоские кривые: Систематика, свойства, применения*. Государственное издательство физико-математической литературы. Savelov, A.A. (1960). *Plane curves: Systematics, properties, applications*. State Publishing House of Physical and Mathematical Literature.
16. Степанов, М.Е., Куланин, Е.Д. (2025). Множества точек, находящихся на рациональных расстояниях друг от друга. *Моделирование и анализ данных*, 15(1), 210–251. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150111>  
Stepanov, M.E., Kulanin, Y.D. (2025). Sets of points located at rational distances from each other. *Modeling and Data Analysis*, 15(1), 210–251. <https://doi.org/10.17759/mda.2025150111>

### **Информация об авторах**

Куланин Евгений Дмитриевич, кандидат физико-математических наук, профессор кафедры прикладной математики, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)



*Степанов Михаил Евграфович*, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: [mestepanov@yandex.ru](mailto:mestepanov@yandex.ru)

### **Information about the authors**

*Evgeny D. Kulanin*, Candidate of Science (Physics and Mathematics), Professor of the Department of Applied Mathematics, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

*Mikhail E. Stepanov*, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: [mestepanov@yandex.ru](mailto:mestepanov@yandex.ru)

### **Вклад авторов**

*Куланин Е.Д.* — идеи исследования, написание и оформление рукописи, разработка методики, планирование исследования, визуализация результатов исследования.

*Степанов М.Е.* — идеи исследования, написание и оформление рукописи; разработка описанного ПО, планирование исследования, визуализация результатов исследования.

Все авторы приняли участие в обсуждении результатов и согласовали окончательный текст рукописи.

### **Contribution of the authors**

*Kulanin E.D.* — research ideas, writing and formatting of the manuscript, development of the methodology, research planning, and visualization of research results.

*Stepanov M.E.* — research ideas, writing and formatting of the manuscript, development of the described software, research planning, and visualization of research results.

All authors participated in the discussion of the results and approved the final text of the manuscript.

### **Конфликт интересов**

Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

### **Conflict of interest**

The authors declare no conflict of interest.

Поступила в редакцию 27.01.2026

Поступила после рецензирования 10.02.2026

Принята к публикации 12.02.2026

Опубликована 30.06.2026

Received 2026.01.27

Revised 2026.02.10

Accepted 2026.02.12

Published 2026.06.30

**Моделирование и анализ данных 2026. Том 16. № 2.**  
Научный журнал

Издаётся с 2011 года

Учредитель  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный психолого-педагогический университет»

Адрес редколлегии:  
г. Москва, ул. Сретенка, 29, факультет информационных технологий  
Тел.: +7 (499) 167-66-74  
E-mail: mad.mgppu@gmail.com

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати.  
Свидетельство о регистрации средств массовой информации  
ПИ № ФС77-66444 от 14 июля 2016 года

ISSN: 2219-3758  
ISSN: 2311-9454 (online)

Подписано в печать: 10.06.2026.  
Формат: 70x100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Гарнитура Times.  
Усл. печ. л. 15,1. Усл.-изд. л. 12,4.  
Тираж 100 экз.