УДК 004.942

ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ МИРНОГО И ВОЕННОГО ПОДЧИНИТЕЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

В.К. Захаров

На основе созданной ранее автором оптимизационной динамической математической модели одного отдельно взятого государства строятся оптимизационные динамические математические модели мирного торгово-валютного и военного нападательного подчинительных взаимодействий двух государств в пользу одного из них.

Some optimization dynamic mathematical models of the peaceful trade-currency and military aggressive subordinating interactions of two States in favor of one of them are constructed on the base of constructed earlier by the author optimization dynamic mathematical model of a State.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА
Оптимизационная динамическая математическая модель, государство, взаимодействие двух государств, мирное торгово-валютное взаимодействие, военное нападательное взаимодействие.

ДЛЯ ЦИТАТЫ
В.К. Захаров. Оптимизационные математические модели мирного и военного подчинительных взаимодействий двух государств // Моделирование и анализ данных. 2019. №2. С. 4-20.
V.K. Zakharov. Optimization mathematical models of the peaceful and military subordinating interactions of two states. Modelirovaniye i analiz dannykh=Modelling and data analysis *(Russia)*. 2019, no.2, pp.4-20

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к созданию математической модели войны возник у автора после выхода в свет известной книги [1] под редакцией академика Н.Н. Моисеева, посвящённой **имитационному** моделированию Пелопонесской войны.

Однако для создания **общей оптимизационной** модели войны между государствами потребовалось сначала создать *общую математическую оптимизационную модель государства в широком смысле* (*т.е. как государства-страны*). Такая модель была построена и развита автором в статьях [2, 4, 5] и книгах [3, С. 153-168], [6, С. 330-353], [7, С. 393-399]. Математическое исследование этой модели на существование оптимального управления было проведено Кузенковым О.А. в статьях [2, 4, 5].

Продвижение же к построению на этой основе *общей математической оптимизационной модели взаимодействия нескольких государств* наступило только в 2018 году, когда удалось математически формализовать ***мирное и военное подчинительные взаимодей-***

ствия двух государств [8]. Именно эти виды взаимодействия оказались наиболее заметными в истории 20 и 21 веков.

Цель и мирного, и военного подчинительного взаимодействия одна и та же. Это − **достижение наибольшего расхождения** совокупных достояний взаимодействующих государств к концу некоторого промежутка времени **в пользу одного из них**. Однако способы управления при этих взаимодействиях могут качественно отличаться друг от друга.

В первой части рассматривается математическая модель **мирного торгово-валютного** взаимодействия посредством согласованного и не согласованного управления в обоих государствах, оптимально-подчинительного **в пользу одного из них**. Во второй части рассматривается математическая модель **военного нападательного** взаимодействия посредством одностороннего управления со стороны **нападающего государства,** оптимально-подчинительного **в его пользу**.

Статья является чисто концептуальной. Никаких теоретических и практических способов решения поставленных оптимизационных задач в ней не рассматривается. Естественно, что приведённые динамические оптимизационные математические модели мирного и военного подчинительных взаимодействий двух государств опирается на разработанную ранее в указанных выше работах автора соответствующую модель управляемой деятельности одного отдельно взятого государства.

2. ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ОДНОГО ГОСУДАРСТВА

Для того, чтобы сделать статью замкнутой в себе, приведём основные сведения из статей [2, 4, 5].

УСТРОЙСТВО И ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ГОСУДАРСТВА

Каждое государство ***является сложным трёхуровневым системным обществом***, устроенным в виде совокупности ***основных*** **(*под*)*систем***, связанных друг с другом в единую систему и зависящих друг от друга так, что без каждой из этих систем государство существовать не может. **Основными системами государства** являются: *содержательная, учётная, обеспечительная, совокупная распорядительная* и *верховная системы*.

Содержательная система C осуществляет *метааграрный* (*изымающий из природной среды*), *индустриальный* (*перерабатывающий*) и *сервисный* (*обслуживающий*) *способы жизнедеятельности*. ***Учётная система E*** осуществляет производство, сбор, хранение и раздачу денег, статистических сведений и т.п. ***Обеспечительная система D*** обеспечивает порядок, охрану, законность, нравственность и пр. ***Распорядительные системы F***, ***G*** и ***H*** ведают (управляют) деятельностью содержательной, учётной и обеспечительной систем, соответственно. Поэтому их можно именовать ***содержательно-распорядительной***, ***учётно-распорядительной*** и ***обеспечительно-распорядительной системами***, соответственно. Они образуют ***совокупную распорядительную систему***. ***Верховная*** (***управляющая***) ***система P*** управляет деятельностью совокупной распорядительной системы.

Государство является открытой системой с тремя частями бытийной среды, называемыми *природной средой* A_1, *зарубежной надприродной средой* A_2 и *своей теневой средой* A_3. Они обобщённо именуются *средами государства*.

Любая мысленно отмеченная часть государства и его внутренней природной среды называется ***достоянием государства***. Используемые государством и производимые им достояния (и, в частности, состояния) располагаются в **учреждениях** государства и в его средах. Все эти достояния подразделяются на следующие **виды**: *содержательное* (код 1), *распорядительное* (код 2), *верховное* (код 3), *обеспечительное* (код 4), *учётное* (код 5). Объединения этих достояний по всем учреждениям основной системы дают *достояния основной системы*, а объединения по всем учреждениям государства дают *достояния государства*. Объединение всех достояний государства по всем видам достояний даёт *совокупное достояние государства*.

Каждая основная система производит достояние **своего вида**. При производстве соответствующего достояния каждая система использует некоторые из имеющихся в ней достояний. Все основные системы связаны между собой потоками производимых достояний. Содержательная, учётная и обеспечительная системы получают из сред государства и отдают в эти среды соответствующие достояния.

Изображение основных систем государства и имеющихся в нём достояний и потоков дано ниже на рисунке 1.

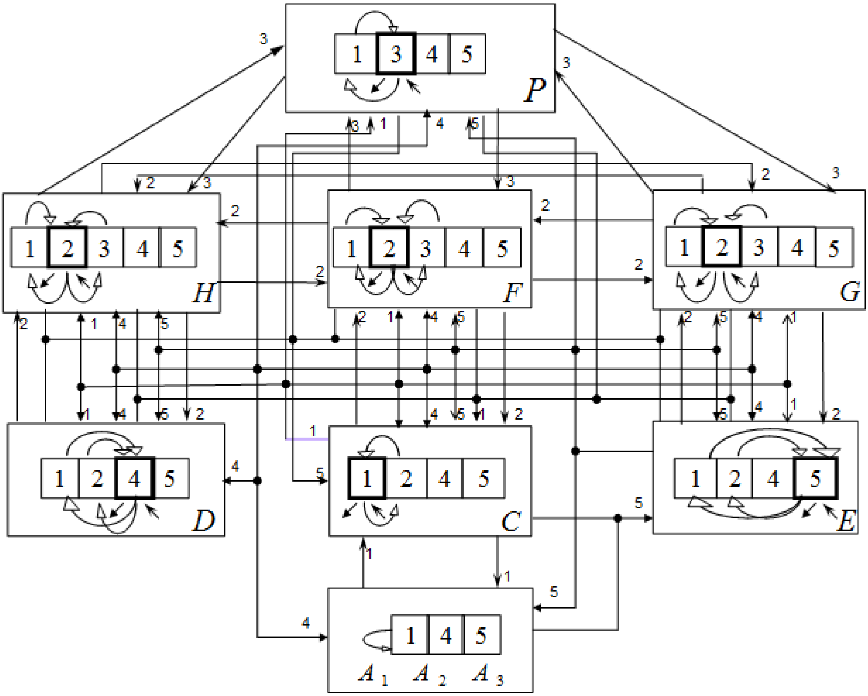

Рис. 1. Схема систем, достояний и потоков государства

ОБЩЕЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТОКОВ ДОСТОЯНИЙ

Рассмотрим *основной временной промежуток* $[T_1,T_2]$. На этом промежутке будем брать момент времени t и временное приращение Δt, такие, что $T_1 \le t-\Delta t \le t \le t+\Delta t \le T_2$.

Совокупность всех конкретных (надприродных) достояний x вида m в системе M в момент времени t обозначим через $V_M^m(t)$, а совокупность всех конкретных достояний всех видов m=1,2,3,4,5 во всех системах M=C,D,E,F,G,H,P обозначим через $V(t)$. Рассмотрим *полную совокупность* $V(T_1,T_2)$ всех конкретных достояний x, принадлежащих всем совокупностям $V(t)$ для всех t из основного промежутка $[T_1,T_2]$.

Пусть $c(t)x$ обозначает реальную стоимость конкретного достояния x в момент времени t (см. раздел 4.6 из книг [6, 7]). Число $W_M^m(t)$, равное сумме реальных стоимостей $c(t)x$ всех конкретных достояний x из совокупности $V_M^m(t)$, назовём *оценённым совокупным достоянием вида m системы M в момент времени t*.

Совокупность $R_{MN}^{mn}(t-\Delta t, t+\Delta t)$, состоящую из всех конкретных достояний x из полной совокупности $V(T_1, T_2)$, таких, что x входит в совокупность $V_M^m(t-\Delta t)$, и x не входит в совокупность $V_N^n(t-\Delta t)$, и x не входит в совокупность $V_M^m(t+\Delta t)$, и x входит в совокупность $V_N^n(t+\Delta t)$, назовём *потоком на промежутке времени от* $t-\Delta t$ *до* $t+\Delta t$ *из системы M в систему N совокупности конкретных достояний вида m в совокупность конкретных достояний вида n*.

Число $S_{MN}^{mn}(t-\Delta t, t+\Delta t)$, равное сумме реальных стоимостей $c(t)x$ всех конкретных достояний x из потока $R_{MN}^{mn}(t-\Delta t, t+\Delta t)$, назовём *оценённым потоком на промежутке времени от* $t-\Delta t$ *до* $t+\Delta t$ *из системы M в систему N совокупности конкретных достояний вида m в совокупность конкретных достояний вида n*.

Число $S_{MN}^{mn}(t)$, равное пределу при Δt, стремящемся к нулю, от оценённого промежуткового потока $S_{MN}^{mn}(t-\Delta t, t+\Delta t)$, делённого на число $2\Delta t$, назовём *оценённым потоком в момент времени t из системы M в систему N совокупности конкретных достояний вида m в совокупность конкретных достояний вида n*.

Далее слова «совокупный» и «оценённый» и указание на момент времени t будем в основном опускать.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОСУДАРСТВА

Напомним, что число $\dot{W}_M^m(t)$, равное пределу при Δt, стремящемся к нулю, от разности $W_M^m(t+\Delta t) - W_M^m(t-\Delta t)$ (оценённых) совокупных достояний в моменты времени $t-\Delta t$ и $t+\Delta t$, делённой на число $2\Delta t$, называется *скоростью изменения* (*оценённого*) *совокупного достояния вида m системы M в момент времени t*.

Поток $S_{LM}^{lm}(t)$ назовём *входящим в систему M*, поток $S_{MN}^{mn}(t)$ назовём *выходящим из системы M*, а потоки $S_{MM}^{lm}(t)$ и $S_{MM}^{mn}(t)$ назовём *преобразовательными* (они являются и входящими, и выходящими одновременно).

Система эволюционных уравнений государства составляется по следующему ***принципу сохранения***: скорость изменения оценённого совокупного достояния какого-либо вида в какой-либо основной системе в момент времени t равна сумме всех входящих оценённых потоков этого достояния в эту систему в момент времени t минус сумма всех выходящих оценённых потоков этого достояния из этой системы в момент времени t.

В указанных выше публикациях автора математическая модель государства S была описана посредством следующей ***упрощённой системы уравнений государства при базисном использовании ссудного дохода***:

1) $$\dot{W}_C^1 = L_{EC}^{55} - (p_1 B_{ED}^{55} + p_2 B_{EE}^{55} + p_3 B_{EF}^{55} + p_4 B_{EG}^{55} + p_5 B_{EH}^{55} + p_6 B_{EP}^{55}) - e_0 W_C^1,$$

где

$$L_{EC}^{55} = aW_C^1(K - W_C^1)/(c + dr + (B_{EC_b}^{55} + B_{ED}^{55} + B_{EE}^{55} + B_{EF}^{55} + B_{EG}^{55} + B_{EH}^{55} + B_{EP}^{55})).$$

2) $$\dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4$$

3) $\dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5$

4) $\dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2$

5) $\dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2$

6) $\dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2$

7) $\dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3$.

Здесь K>0, a, c, d>0, $0 < e_i < 1$, $0 < p_i < 1$, $0 < p_i < 1$, r − ключевая ставка эмиссионного центра государства, C_b − бюджетная подсистема содержательной системы, а $B_{EC_b}^{55}, B_{ED}^{55}, B_{EE}^{55}, B_{EF}^{55}, B_{EG}^{55}, B_{EH}^{55}, B_{EP}^{55}$ − бюджетные потоки из учётной системы во все указанные системы государства S.

Рассмотрим совокупность $\sigma[t_0,t]$ всех *S-внутренних управлений* $r, B_{EC_b}^{55}, B_{ED}^{55}, B_{EE}^{55}, B_{EF}^{55}, B_{EG}^{55}, B_{EH}^{55}, B_{EP}^{55}$, заданных как функции от момента времени t' на промежутке времени $[t_0,t]$. Верховная система государства должна решать **оптимизационную задачу** на выбор оптимизирующих S-внутренних управлений в системе исходных уравнений для государства S в соответствии с поставленными целями на временном промежутке $[t_0,T]$. При этом оптимизирующие управления должны быть ограничены как снизу, так и сверху следующими числовыми неравенствами:

$$r_0 \le r \le r_1,\ (B_{DM}^{55})_0 \le B_{DM}^{55} \le (B_{DM}^{55})_1 \text{ для } M=C_b,D,E,F,G,H,P.$$

Одной из возможных оптимизационных задач может быть следующая задача. Рассмотрим *совокупное достояние* $W_S(t,\sigma[t_0,t]) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 + W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(t)$ *государства S в момент времени t при управлении* $\sigma[t_0,t]$ *на промежутке времени* $[t_0,T]$. Рассмотрим *начальное совокупное достояние* $W_S(t_0) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 + W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(t_0)$ *государства S в момент времени* t_0. Рассмотрим возможную *целевую функцию* $\Phi(t,\sigma[t_0,t]) = W_S(t,\sigma[t_0,t]) - W_S(t_0)$ ***прироста*** *совокупного достояния государства S к моменту времени t при управлении* $\sigma[t_0,t]$ *относительно его начального совокупного достояния в момент времени* t_0.

Деятельность государства S при управлении $\sigma^*[t_0,T]$ называется ***оптимальной*** *на промежутке времени* $[t_0,T]$ *относительно выбранной целевой функции*, если при деятельности государства S с любым другим управлением $\sigma[t_0,T]$ выполнено неравенство $\Phi(T,\sigma^*[t_0,T]) \ge \Phi(T,\sigma[t_0,T])$. Формально это можно записать в виде $\Phi(T,\sigma[t_0,T]) \to \max$ в системе исходных уравнений для государства S.

В статьях [4, 5] было найдено оптимальное решение последней системы при следующих числовых данных:

T=100, K=300, d=20, a=0,0005, c=1, p_1=0,3, p_2=0,6, p_3=p_4=p_5=0,2, p_6=0,7, e_0=0,015, e_1=0,005, e_2=0,02, e_3=e_4=e_5=0,005, e_6=0,01, $W_C^1(0)=100$, $W_D^4(0)=20$, $W_E^5(0)=20$, $W_F^2(0)=10$, $W_G^2(0)=10$, $W_H^2(0)=10$, $W_P^3(0)=30$, r_0=0.001, r_1=1, $(B_{EC_b}^{55})_0 = 0$, $(B_{EC_b}^{55})_1 = 0.5$, $(B_{DM}^{55})_0 = 0.1$, $(B_{DM}^{55})_1 = 0.2$ для M=D,E,F,G,H,P.

Оптимальным оказалось постоянное управление $u^*(t)=r_0=0.001$, $v*(t)=(B^{55}_{EC_b})_0=0$, $w^*_1(t)=(B^{55}_{ED})_1=0{,}2$, $w^*_2(t)=(B^{55}_{EE})_1=0{,}2$, $w^*_3(t)=(B^{55}_{EF})_1=0{,}2$, $w^*_4(t)=(B^{55}_{EG})_1=0{,}2$, $w^*_5(t)=(B^{55}_{EH})_1=0{,}2$, $w^*_6(t)=(B^{55}_{EP})_1=0{,}2$ при $0\le t\le 100$. При этом управлении **наибольшее значение** целевой функции $\Phi(T,\sigma^*[t_0,T])$ совокупного конечного достояния государства к моменту времени T=100 оказалось равным 353,127.

Отметим, что найденное решение $\Phi(T,\sigma^*[t_0,T])$ непрерывно зависит от начальных условий. Численный эксперимент показал, что малые возмущения начальных условий задачи не вызывают сильного возмущения решения, что свидетельствует о его устойчивости.

Наибольшее совокупное достояние государства в конце временного промежутка достигается при следующих управлениях: 1) при самой низкой и **постоянной** установочной ставке учётной системы $r(t)$=0.001; 2) при самом низком и **постоянном** бюджетном потоке $B^{55}_{EC_b}(t)=0$ в базисную казённую часть содержательной системы C_b; 3) при самых высоких и **постоянных** бюджетных потоках $B^{55}_{EM}(t)=0{,}2$ в системы $M=D,E,F,G,H,P$.

3. ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИРНОГО ПОДЧИНИТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Будем теперь рассматривать два государства: государство *S*, изображённое выше, и государство *S*(*I*), все соответствующие признаки которого снабжены указательной римской цифрой *I* в круглых скобках. В этой части статьи мы рассмотрим **мирное** взаимодействие между государствами *S* и *S*(*I*), которое осуществляется **торгово-валютным** управлением $\tau[t_0,t]$, приводящим в итоге к **подчинению государства *S* государству *S*(*I*)**.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ДОСТОЯНИЯ И ПОТОКИ ПРИ МИРНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Составим математические модели оптимального итогового мирного подчинения государства *S* государству *S*(*I*) при условиях **согласованных** и **несогласованных действий** верховных систем этих государств.

Для этого в содержательную систему *C* государства *S* введём дополнительное содержательное достояние 1(*I*) системы *C*(*I*) государства *S*(*I*), а в содержательную систему *C*(*I*) государства *S*(*I*) введём содержательное достояние 1 системы *C* государства *S*.

Введём также дополнительные потоки $Z^{11(I)}_{CC}$, $Z^{1(I)1(I)}_{CC(I)}$, $Z^{11}_{C(I)C}$ и $Z^{1(I)1}_{C(I)C(I)}$ для систем *C* и *C*(*I*). Название и смысл этих потоков разъясняются далее.

Кроме того, в учётную систему *E* государства *S* и в учётную систему *E*(*I*) государства *S*(*I*) введём дополнительное учётное достояние с кодом *w*, называемое *мировой валютой*. Эта мировая валюта обеспечивает проведение обменных операций и сделок между государствами *S* и *S*(*I*).

Введём также дополнительные потоки $Y^{ww}_{E(I)E}$ и $Y^{ww}_{EE(I)}$ для систем *E* и *E*(*I*), название и смысл которых разъясняются далее.

НАЗВАНИЕ И СМЫСЛ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Поток $Z^{11(I)}_{CC}$ назовём *продажным в S для S*(*I*). Смысл его состоит в том, что содержательное достояние 1 системы *C* продаётся государством *S* государству *S*(*I*) и покупается государством *S*(*I*) у государства *S* за мировую валюту, после чего становится содержательным достоянием 1(*I*) системы *C*(*I*).

Поток $Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)}$ называется *экспортным из S в S*(*I*) и *импортным в S*(*I*) *из S*. Смысл его состоит в том, что приобретённое (купленное) государством *S*(*I*) содержательное достояние 1(*I*) доставляется в систему *C*(*I*).

Поток $Z_{C(I)C(I)}^{1(I)1}$ называется *продажным в S*(*I*) *для S*. Смысл его состоит в том, что содержательное достояние 1(*I*) системы *C*(*I*) продаётся государством *S*(*I*) государству *S* и покупается государством *S* у государства *S*(*I*) за мировую валюту, после чего становится содержательным достоянием 1 системы *C*.

Поток $Z_{C(I)C}^{11}$ называется *экспортным из S*(*I*) *в S* и *импортным в S из S*(*I*). Смысл его состоит в том, что приобретённое государством *S* содержательное достояние 1 доставляется в систему *C*.

Поток $Y_{E(I)E}^{ww}$ называется *экспортно-оплатным государством S(I) государству S*. Смысл его состоит в том, что за проданное государством *S* государству *S*(*I*) содержательное достояние 1 из учётной системы *E*(*I*) в учётную систему *E* передаётся мировая валюта *w*.

Поток $Y_{EE(I)}^{ww}$ называется *импортно-оплатным государством S государству S(I)*. Смысл его состоит в том, что за купленное государством *S* у государства *S*(*I*) содержательное достояние 1 из учётной системы *E* в учётную систему *E*(*I*) передаётся мировая валюта *w*.

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ДЕНЬГАМИ РАЗНЫХ ГОСУДАРСТВ И СВЯЗИ МЕЖДУ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПОТОКАМИ

Поскольку некоторые потоки оценены в деньгах 5 государства *S,* а некоторые оценены в деньгах 5(*I*) государства *S*(*I*), постольку связи между потоками, оценёнными в разных деньгах, будем выражать посредством перевода этих денег в фиксированную мировую валюту *w*.

Число $s(t)$ из соотношения $q(t)=s(t)q_w(t)$, где $q(t)$ − количество внутренних денег 5 государства *S* и $q_w(t)$ − количество валюты при обмене внутренних денег на валюту, называется *курсом обмена внутренних денег 5 государства S на фиксированную мировую валюту w в момент времени t*. Аналогично, число $s(I)(t)$ из соотношения $q(I)(t)=s(I)(t)q_w(t)$, где $q(I)(t)$ − количество внутренних денег 5(*I*) государства *S*(*I*) и $q_w(t)$ − количество валюты при обмене внутренних денег на валюту, называется *курсом обмена внутренних денег* 5(*I*) *государства S*(*I*) *на фиксированную мировую валюту w в момент времени t*.

Из этих определений вытекают следующие соотношения между потоками: $Z_{CC}^{11(I)}=sY_{E(I)E}^{ww}$, $Z_{C(I)C}^{11}=sY_{EE(I)}^{ww}$, $Z_{C(I)C(I)}^{1(I)1}=s(I)Y_{EE(I)}^{ww}$ и $Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)}=s(I)Y_{E(I)E}^{ww}$.

Будем считать, что переводные и отправленные потоки «равны» в мировой валюте, т.е. связаны соотношениями

$$(1/s)Z_{CC}^{11(I)}=(1/s(I))Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)} \text{ и } (1/s(I))Z_{C(I)C(I)}^{1(I)1}=(1/s)Z_{C(I)C}^{11}.$$

ИЗМЕНЁННЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ГОСУДАРСТВА *S*

С учётом дополнительных потоков уравнения для государства *S*, написанные выше, изменятся следующим образом:

$$1)\quad \begin{aligned}\dot{W}_C^1 &= L_{EC}^{55} - (p_1 B_{ED}^{55} + p_2 B_{EE}^{55} + p_3 B_{EF}^{55}\\ &+ p_4 B_{EG}^{55} + p_5 B_{EH}^{55} + p_6 B_{EP}^{55}) - e_0 W_C^1 + Z_{C(I)C}^{11} - Z_{CC}^{11(I)},\end{aligned}$$

где

$$L_{EC}^{55} = aW_C^1(K - W_C^1)/(c + dr +$$
$$(B_{EC_b}^{55} + B_{ED}^{55} + B_{EE}^{55} + B_{EF}^{55} + B_{EG}^{55} + B_{EH}^{55} + B_{EP}^{55})).$$

2) $\dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4$

3) $\dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5$

4) $\dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2$

5) $\dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2$

6) $\dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2$

7) $\dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3.$

8) $\dot{W}_E^w = Y_{E(I)E}^{ww} - Y_{EE(I)}^{ww} - e_7 W_E^w$

9) $\dot{W}_C^{1(I)} = (s(I)/s) Z_{CC}^{11(I)} - Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)} = 0.$

Здесь уравнения 1)-7) написаны в деньгах 5 государства *S*, уравнение 8) написано в мировой валюте *w*, а уравнение 9) написано в деньгах 5(*I*) государства *S*(*I*)

Используя указанные выше соотношения, окончательно получаем:

$$1)\quad \begin{aligned}\dot{W}_C^1 &= L_{EC}^{55} - (p_1 B_{ED}^{55} + p_2 B_{EE}^{55} + p_3 B_{EF}^{55}\\ &+ p_4 B_{EG}^{55} + p_5 B_{EH}^{55} + p_6 B_{EP}^{55}) - e_0 W_C^1 + sY_{EE(I)}^{ww} - sY_{E(I)E}^{ww},\end{aligned}$$

где

$$L_{EC}^{55} = aW_C^1(K - W_C^1)/(c + dr +$$
$$(B_{EC_b}^{55} + B_{ED}^{55} + B_{EE}^{55} + B_{EF}^{55} + B_{EG}^{55} + B_{EH}^{55} + B_{EP}^{55})).$$

2) $\dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4$

3) $\dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5$

4) $\dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2$

5) $\dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2$

6) $\dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2$

7) $\dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3.$

8) $\dot{W}_E^w = Y_{E(I)E}^{ww} - Y_{EE(I)}^{ww} - e_7 W_E^w$

Для этой системы рассматривается первичная совокупность $\sigma[t_0, t]$ всех *S-внутренних управлений* $r, B_{EC_b}^{55}, B_{ED}^{55}, B_{EE}^{55}, B_{EF}^{55}, B_{EG}^{55}, B_{EH}^{55}, B_{EP}^{55}, s$, заданных как функции от момента времени t' на промежутке времени $[t_0, t]$ (см. часть 1).

ИЗМЕНЁННЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ГОСУДАРСТВА *S*(*I*)

Подобным образом для государства *S*(*I*) получается следующая система уравнений:

$$\dot{W}^{1(I)}_{C(I)} = L^{5(I)5(I)}_{E(I)C(I)} - (p_1(I)B^{5(I)5(I)}_{E(I)D(I)} + p_2(I)B^{5(I)5(I)}_{E(I)E(I)}$$

1(*I*)) $$+ p_3(I)B^{5(I)5(I)}_{E(I)F(I)} + p_4(I)B^{5(I)5(I)}_{E(I)G(I)} + p_5(I)B^{5(I)5(I)}_{E(I)H(I)} +$$

$$p_6(I)B^{5(I)5(I)}_{E(I)P(I)}) - e_0(I)W^{1(I)}_{C(I)} + s(I)Y^{ww}_{E(I)E} - s(I)Y^{ww}_{EE(I)},$$

где

$$L^{5(I)5(I)}_{E(I)C(I)} = a(I)W^{1(I)}_{C(I)}(K(I) - W^{1(I)}_{C(I)})/(c(I) + d(I)r(I) +$$

$$(B^{5(I)5(I)}_{E(I)C_b(I)} + B^{5(I)5(I)}_{E(I)D(I)} + B^{5(I)5(I)}_{E(I)E(I)} + B^{5(I)5(I)}_{E(I)F(I)}$$

$$+ B^{5(I)5(I)}_{E(I)G(I)} + B^{5(I)5(I)}_{E(I)H(I)} + B^{5(I)5(I)}_{E(I)P(I)})).$$

2(*I*)) $$\dot{W}^{4(I)}_{D(I)} = B^{5(I)5(I)}_{E(I)D(I)} - e_1(I)W^{4(I)}_{D(I)}$$

3(*I*)) $$\dot{W}^{5(I)}_{E(I)} = B^{5(I)5(I)}_{E(I)E(I)} - e_2(I)W^{5(I)}_{E(I)}$$

4(*I*)) $$\dot{W}^{2(I)}_{F(I)} = B^{5(I)5(I)}_{E(I)F(I)} - e_3(I)W^{2(I)}_{F(I)}$$

5(*I*)) $$\dot{W}^{2(I)}_{G(I)} = B^{5(I)5(I)}_{E(I)G(I)} - e_4(I)W^{2(I)}_{G(I)}$$

6(*I*)) $$\dot{W}^{2(I)}_{H(I)} = B^{5(I)5(I)}_{E(I)H(I)} - e_5(I)W^{2(I)}_{H(I)}$$

7(*I*)) $$\dot{W}^{3(I)}_{P(I)} = B^{5(I)5(I)}_{E(I)P(I)} - e_6(I)W^{3(I)}_{P(I)}$$

8) $$\dot{W}^{w}_{E(I)} = Y^{ww}_{EE(I)} - Y^{ww}_{E(I)E} - e_7(I)W^{w}_{E(I)}.$$

Здесь уравнения 1)-7) написаны в деньгах 5(*I*) государства *S*(*I*), а уравнение 8) написано в мировой валюте *w*.

Для этой системы рассмотрим первичную совокупность $\sigma(I)[t_0,t]$ всех *S*(*I*)-*внутренних управлений* $r(I), B^{5(I)5(I)}_{E(I)C_b(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)D(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)E(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)F(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)G(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)H(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)P(I)}, s(I)$, заданных как функции от момента времени t' на промежутке времени $[t_0, t]$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИРНОГО СОГЛАСОВАННОГО ПОДЧИНИТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Рассмотрим сначала случай мирного взаимодействия двух государств, когда **есть согласие** на подчинение государству *S*(*I*) со стороны верховной системы государства *S*, и поэтому есть согласованное управление *S*(*I*)-подчинением,

В этом случае рассмотрим вторичную совокупность $\tau[t_0,t]$ всех *наружных управлений* $Y^{ww}_{EE(I)}, Y^{ww}_{E(I)E}$, состоящую из всех оплатных валютных потоков. Совокупное управление $(\sigma[t_0,t], \sigma(I)[t_0,t], \tau[t_0,t])$ обозначим через $u[t_0,t]$. Назовём его *мирным согласованным совокупным управлением в системах уравнений для государств S* и *S*(*I*).

Рассмотрим *совокупное достояние* $W_S(t,u[t_0,t])=(W_C^1+W_D^4+W_E^5+W_F^2+W_G^2+W_H^2+W_P^3)(t)$ *государства S в момент времени t при управлении* $u[t_0,t]$ *на промежутке времени* $[t_0,T]$. Точно так же рассмотрим *совокупное достояние* $W_{S(I)}(t,u[t_0,t])=(W_{C(I)}^{1(I)}+W_{D(I)}^{4(I)}+W_{E(I)}^{5(I)}+W_{F(I)}^{2(I)}+W_{G(I)}^{2(I)}+W_{H(I)}^{2(I)}+W_{P(I)}^{3(I)})(t)$ *государства S*(*I*) *в момент времени t при управлении* $u[t_0,t]$ *на промежутке времени* $[t_0,T]$.

Рассмотрим *начальное совокупное достояние* $W_S(t_0)=(W_C^1+W_D^4+W_E^5+W_F^2+W_G^2+W_H^2+W_P^3)(t_0)$ *государства S в момент времени* t_0 и *начальное совокупное достояние*

$W_{S(I)}(t_0)=(W_{C(I)}^{1(I)}+W_{D(I)}^{4(I)}+W_{E(I)}^{5(I)}+W_{F(I)}^{2(I)}+W_{G(I)}^{2(I)}+W_{H(I)}^{2(I)}+W_{P(I)}^{3(I)})(t_0)$ *государства S*(*I*) *в момент времени* t_0. Рассмотрим начальное число $\Psi(t_0)=W_{S(I)}(t_0)-W_S(t_0)$.

Рассмотрим *целевую функцию* $\Psi(t,u[t_0,t])=W_{S(I)}(t,u[t_0,t])-W_S(t,u[t_0,t])$ ***расхождения*** *совокупного достояния государства S*(*I*) *к моменту времени t при мирном управлении* $u[t_0,t]$ *относительно совокупного достояния государства S к моменту времени t*.

Взаимодействие государств *S* и *S*(*I*) при мирном согласованном управлении $u[t_0,T]$ в системах уравнений для государств *S* и *S*(*I*) назовём *мирным согласованным взаимодействием* и обозначим через $A(S,S(I),u[t_0,T])$. Мирное согласованное взаимодействие $A(S,S(I),u[t_0,T])$ назовём $(S(I),\alpha,\beta)$-***подчинительным*** (*для государства S с числовыми уровнями подчинения* α>1 и β>1), если выполнены два неравенства:

1) $W_{S(I)}(T,u[t_0,T])-W_S(T,u[t_0,T])\ge\alpha(W_{S(I)}(t_0)-W_S(t_0))$, т.е. $\Psi(T,u[t_0,T])\ge\alpha\Psi(t_0)$ (*итоговое расхождение*);

2) $W_{S(I)}(T,u[t_0,T])\ge\beta W_{S(I)}(t_0)$ (*итоговое обогащение*).

Мирное согласованное $(S(I),\alpha,\beta)$-подчинительное взаимодействие $A(S,S(I),u^*[t_0,T])$ называется ***оптимальным*** *на промежутке времени* $[t_0,T]$ *относительно выбранной целевой функции* $\Psi(t,u[t_0,t])$, если для любого другого мирного согласованного $(S(I),\alpha,\beta)$-подчинительного взаимодействия $A(S,S(I),u[t_0,T])$ выполнено неравенство $\Psi(T,u^*[t_0,T])\ge\Psi(T,u[t_0,T])$. Формально это можно записать в виде $\Psi(T,u[t_0,T])\to\max$ в вышеприведённых системах уравнений для государств *S* и *S*(*I*).

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МИРНОГО НЕСОГЛАСОВАННОГО ПОДЧИНИТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Рассмотрим теперь случай мирного взаимодействия двух государств, когда **нет согласия** на подчинение государству *S*(*I*) со стороны верховной системы государства *S*, и поэтому нет согласованного управления *S*(*I*)-подчинением, но *S*(*I*)-подчинение, тем не менее, происходит независимо от любого *S*-внутреннего управления $\sigma[t_0,t]$.

В этом случае рассмотрим одностороннее совокупное управление $(\sigma(I)[t_0,t],\tau[t_0,t])$, проводимое самостоятельно государством *S*(*I*) отдельно от *S*-внутреннего управления $\sigma[t_0,t]$. Это управление обозначим через $u[t_0,t]$. Назовём его *мирным несогласованным совокупным управлением в системе уравнений для государства S*(*I*).

Рассмотрим *совокупное достояние* $W_{S(I)}(t,u[t_0,t])=(W_{C(I)}^{1(I)}+W_{D(I)}^{4(I)}+W_{E(I)}^{5(I)}+W_{F(I)}^{2(I)}+W_{G(I)}^{2(I)}+W_{H(I)}^{2(I)}+W_{P(I)}^{3(I)})(t)$ *государства S*(*I*) *в момент времени t при управлении* $u[t_0,t]$ *на промежутке времени* $[t_0,T]$. Рассмотрим *начальное совокупное достояние* $W_S(t_0) = (W_C^1 + W_D^4 + W_E^5 + W_F^2 + W_G^2 + W_H^2 + W_P^3)(t_0)$ *государства S в момент времени* t_0 и *начальное совокупное достояние* $W_{S(I)}(t_0) = (W_{C(I)}^{1(I)} + W_{D(I)}^{4(I)} + W_{E(I)}^{5(I)} + W_{F(I)}^{2(I)} + W_{G(I)}^{2(I)} + W_{H(I)}^{2(I)} + W_{P(I)}^{3(I)})(t_0)$ *государства S*(*I*) *в момент времени* t_0. Рассмотрим начальное число $\Psi(t_0) = W_{S(I)}(t_0) - W_S(t_0)$.

Рассмотрим *целевую функцию* $\Psi(t, u[t_0, t]) = W_{S(I)}(t, u[t_0, t]) - W_S(t_0)$ ***расхождения*** *совокупного достояния государства S*(*I*) *к моменту времени t при мирном управлении* $u[t_0, t]$ *относительно начального совокупного достояния государства S в момент времени* t_0.

Взаимодействие государств *S* и *S*(*I*) при мирном несогласованном управлении $u[t_0, T]$ в системе уравнений для государства *S*(*I*) назовём *мирным несогласованным взаимодействием* и обозначим через $A(S, S(I), u[t_0, T])$. Мирное несогласованное взаимодействие $A(S, S(I), u[t_0, T])$ назовём $(S(I), \alpha, \beta)$ **-*подчинительным*** (*для государства S с с числовыми уровнями подчинения* α>1 и β>1), если выполнены два неравенства:

1) $W_{S(I)}(T, u[t_0, T]) - W_S(t_0) \geq \alpha(W_{S(I)}(t_0) - W_S(t_0))$, т.е. $\Psi(T, u[t_0, T]) \geq \alpha\Psi(t_0)$ (*итоговое расхождение*);

2) $W_{S(I)}(T, u[t_0, T]) \geq \beta W_{S(I)}(t_0)$ (*итоговое обогащение*).

Мирное несогласованное $(S(I), \alpha, \beta)$-подчинительное взаимодействие $A(S, S(I), u^*[t_0, T])$ называется ***оптимальным*** *на промежутке времени* $[t_0, T]$ *относительно выбранной целевой функции* $\Psi(t, u[t_0, t])$, если для любого другого мирного несогласованного $(S(I), \alpha, \beta)$-подчинительного взаимодействия $A(S, S(I), u[t_0, T])$ выполнено неравенство $\Psi(T, u^*[t_0, T]) \geq \Psi(T, u[t_0, T])$. Формально это можно записать в виде $\Psi(T, u[t_0, T]) \to \max$ в вышеприведённой системе уравнений для государства *S(I)*.

4. ОПТИМИЗАЦИОННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЕННОГО ПОДЧИНИТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

В этой части статьи мы рассмотрим **военное подчинение государства *S* государству *S*(*I*)**, ещё более жёсткое, чем рассмотренное выше мирное несогласованное *S*(*I*)-подчинение. Оно осуществляется не торгово-валютным, а **нападательным** управлением $\tau[t_0, t]$ со стороны государства *S*(*I*) независимо от любого *S*-внутреннего управления $\sigma[t_0, t]$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ДОСТОЯНИЯ И ПОТОКИ ПРИ ВОЕННОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Будем по-прежнему рассматривать два государства: государство *S*, изображённое в первой части, и государство *S*(*I*), все соответствующие признаки которого снабжены указательной римской цифрой *I* в круглых скобках.

Составим математическую модель оптимального итогового военного подчинения государства *S* государству *S*(*I*) при условии **нападения** государства *S*(*I*) на государство *S*.

Для этого в содержательную систему *C* государства *S* введём дополнительное содержательное достояние 1(*I*) системы *C*(*I*) государства *S*(*I*) и дополнительное обеспечительное достояние 4(I) системы *D*(*I*) государства *S*(*I*).

Введём также дополнительные потоки $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$, $Z^{11(I)}_{CC}$, $Z^{1(I)1(I)}_{CC(I)}$, $Z^{11}_{C\mapsto}$ и $Z^{4(I)4(I)}_{C\mapsto}$ для системы C, название и смысл которых разъясняются далее.

Кроме того в обеспечительную систему D государства S введём дополнительное обеспечительное достояние $4(I)$ системы $D(I)$ государства $S(I)$.

Введём также дополнительные потоки $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$, $Z^{44(I)}_{DD}$, $Z^{4(I)4(I)}_{DD(I)}$, $Z^{44}_{D\mapsto}$ и $Z^{4(I)4(I)}_{D\mapsto}$ для системы D, название и смысл которых разъясняются далее.

НАЗВАНИЕ И СМЫСЛ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПОТОКОВ

Поток $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$ называется *нападательным на систему C из системы $D(I)$* для разрушения и отнятия, указанных ниже.

Поток $Z^{11(I)}_{CC}$ называется *содержательно предотъёмным*. Смысл его состоит в том, что содержательное достояние 1 системы C государства S отнимается государством $S(I)$ посредством военной «силы» $4(I)$, приходящей в систему C в виде нападательного потока $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$, и становится содержательным достоянием $1(I)$ системы $C(I)$.

Поток $Z^{1(I)1(I)}_{CC(I)}$ называется *содержательно отъёмным*. Смысл его состоит в том, что **отнятое** у системы C содержательное достояние $1(I)$ доставляется в систему $C(I)$.

Поток $Z^{11}_{C\mapsto}$ называется *содержательно разрушительным*. Смысл его состоит в том, что содержательное достояние 1 системы C **разрушается** посредством военной «силы» $4(I)$, приходящей в систему C в виде нападательного потока $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$.

Поток $Z^{4(I)4(I)}_{C\mapsto}$ называется *издержным относительно системы C*. Смысл его состоит в том, что для разрушения некоторой части содержательного достояния 1 системы C и для отнятия некоторой другой части этого достояния 1 у системы C приходится «жертвовать» военной «силой» $4(I)$, приходящей из системы $D(I)$ в виде нападательного потока $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$.

Поток $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$ называется *нападательным на систему D из системы $D(I)$* для разрушения и отнятия, указанных ниже.

Поток $Z^{44(I)}_{DD}$ называется *обеспечительно предотъёмным*. Смысл его состоит в том, что обеспечительное достояние 4 системы D государства S отнимается государством $S(I)$ посредством военной «силы» $4(I)$, приходящей в систему D в виде нападательного потока $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$, и становится обеспечительным достоянием $4(I)$ системы $D(I)$.

Поток $Z^{4(I)4(I)}_{DD(I)}$ называется *обеспечительно отъёмным*. Смысл его состоит в том, что **отнятое** у системы D обеспечительное достояние $4(I)$ доставляется в систему $D(I)$.

Поток $Z^{44}_{D\mapsto}$ называется *обеспечительно разрушительным*. Смысл его состоит в том, что обеспечительное достояние 4 системы D **разрушается** посредством военной «силы» $4(I)$, приходящей в систему D в виде нападательного потока $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$.

Поток $Z_{D\mapsto}^{4(I)4(I)}$ называется *издержным относительно системы D*. Смысл его состоит в том, что для разрушения некоторой части обеспечительного достояния 4 системы D и для отнятия некоторой другой части этого достояния 4 у системы D приходится «жертвовать» военной «силой» 4(I), приходящей из системы D(I) в виде нападательного потока $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$.

СВЯЗИ МЕЖДУ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМИ ПОТОКАМИ

Введём четыре безразмерностные числовые положительные функции от текущего времени t, изменяющегося в промежутке $[t_0,T]$ от t_0 до T

Функцию $g^{(1)}$ назовём *показателем действенности (эффективности) разрушения содержательного достояния 1 системы C посредством военной «силы» 4(I), приходящей из системы D(I) в виде нападательного потока* $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$. Соотношение $(1/s)Z_{C\mapsto}^{11} = g^{(1)}(1/s(I))Z_{C\mapsto}^{4(I)4(I)}$ показывает связь между разрушительным потоком $Z_{C\mapsto}^{11}$ в системе C и издержным потоком $Z_{C\mapsto}^{4(I)4(I)}$ в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту w.

Функцию $h^{(1)}$ назовём *показателем действенности отнимания содержательного достояния 1 системы C посредством военной «силы» 4(I), приходящей из системы D(I) в виде нападательного потока* $Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)}$. Соотношение $(1/s)Z_{CC}^{11(I)} = h^{(1)}(1/s(I))Z_{C\mapsto}^{4(I)4(I)}$ показывает связь между предотъёмным потоком $Z_{CC}^{11(I)}$ в системе C и издержным потоком $Z_{C\mapsto}^{4(I)4(I)}$ в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту w.

Функцию $g^{(4)}$ назовём *показателем действенности разрушения обеспечительного достояния 4 системы D посредством военной «силы» 4(I), приходящей из системы D(I) в виде нападательного потока* $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$. Соотношение $(1/s)Z_{D\mapsto}^{44} = g^{(4)}(1/s(I))Z_{D\mapsto}^{4(I)4(I)}$ показывает связь между разрушительным потоком $Z_{D\mapsto}^{44}$ в системе D и издержным потоком $Z_{D\mapsto}^{4(I)4(I)}$ в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту w.

Функцию $h^{(4)}$ назовём *показателем действенности отнимания обеспечительного достояния 4 системы D посредством военной «силы» 4(I), приходящей из системы D(I) в виде нападательного потока* $Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$. Соотношение $(1/s)Z_{DD}^{44(I)} = h^{(4)}(1/s(I))Z_{D\mapsto}^{4(I)4(I)}$ показывает связь между предотъёмным потоком $Z_{DD}^{44(I)}$ в системе D и издержным потоком $Z_{D\mapsto}^{4(I)4(I)}$ в этой системе, выраженную через фиксированную мировую валюту w.

СОГЛАШЕНИЯ О НЕПРЕРЫВНОСТИ ОБЩИХ ПОТОКОВ

Будем считать, что переводные и отправленные потоки «равны» в мировой валюте, т.е. связаны соотношениями

$$(1/s)Z_{CC}^{11(I)} = (1/s(I))Z_{CC(I)}^{1(I)1(I)} \text{ и } (1/s)Z_{DD}^{44(I)} = (1/s(I))Z_{DD(I)}^{4(I)4(I)}.$$

Согласно сказанному ранее считаем, что издержный поток $Z^{4(I)4(I)}_{C\mapsto}$ равен нападательному потоку $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$ (оба из них выражены в деньгах 5(*I*)), т.е. $Z^{4(I)4(I)}_{C\mapsto} = Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$. Также согласно сказанному ранее считаем, что издержный поток $Z^{4(I)4(I)}_{D\mapsto}$ равен нападательному потоку $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$ (оба из них выражены в деньгах 5(*I*)), т.е. $Z^{4(I)4(I)}_{D\mapsto} = Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$.

Используя указанные соглашения, получаем следующие соотношения:

$Z^{1(I)1(I)}_{CC(I)} = (s(I)/s)Z^{11(I)}_{CC} = (s(I)/s)h^{(1)}(s/s(I))Z^{4(I)4(I)}_{C\mapsto} = h^{(1)}Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}$ и

$Z^{4(I)4(I)}_{DD(I)} = (s(I)/s)Z^{44(I)}_{DD} = (s(I)/s)h^{(4)}(s/s(I))Z^{4(I)4(I)}_{D\mapsto} = h^{(4)}Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}$.

ИЗМЕНЁННЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ГОСУДАРСТВА *S*

С учётом дополнительных потоков уравнения для государства *S*, написанные выше, изменятся следующим образом:

1) $$\dot W^1_C = L^{55}_{EC} - (p_1B^{55}_{ED} + p_2B^{55}_{EE} + p_3B^{55}_{EF} + p_4B^{55}_{EG} + p_5B^{55}_{EH} + p_6B^{55}_{EP}) - e_0W^1_C - Z^{11}_{C\mapsto} - Z^{11(I)}_{CC},$$

где

$$L^{55}_{EC} = aW^1_C(K - W^1_C)/(c + dr + (B^{55}_{EC_b} + B^{55}_{ED} + B^{55}_{EE} + B^{55}_{EF} + B^{55}_{EG} + B^{55}_{EH} + B^{55}_{EP})).$$

2) $\dot W^4_D = B^{55}_{ED} - e_1W^4_D - Z^{44}_{D\mapsto} - Z^{44(I)}_{DD}$

3) $\dot W^5_E = B^{55}_{EE} - e_2W^5_E$

4) $\dot W^2_F = B^{55}_{EF} - e_3W^2_F$

5) $\dot W^2_G = B^{55}_{EG} - e_4W^2_G$

6) $\dot W^2_H = B^{55}_{EH} - e_5W^2_H$

7) $\dot W^3_P = B^{55}_{EP} - e_6W^3_P$.

8) $\dot W^{1(I)}_C = (s(I)/s)Z^{11(I)}_{CC} - Z^{1(I)1(I)}_{CC(I)} = 0$

9) $\dot W^{4(I)}_C = Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C} - Z^{4(I)4(I)}_{C\mapsto} = 0$

10) $\dot W^{4(I)}_D = (s(I)/s)Z^{44(I)}_{DD} - Z^{4(I)4(I)}_{D\mapsto} - Z^{4(I)4(I)}_{DD(I)} + Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D} = 0$.

Используя указанные выше связи через числовые функции, соглашения о непрерывности и полученные выше соотношения, окончательно получаем:

1) $$\dot W^1_C = L^{55}_{EC} - (p_1B^{55}_{ED} + p_2B^{55}_{EE} + p_3B^{55}_{EF} + p_4B^{55}_{EG} + p_5B^{55}_{EH} + p_6B^{55}_{EP}) - e_0W^1_C - (g^{(1)} + h^{(1)})(s/s(I))Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C},$$

где

$$L^{55}_{EC} = aW^1_C(K - W^1_C)/(c + dr + (B^{55}_{EC_b} + B^{55}_{ED} + B^{55}_{EE} + B^{55}_{EF} + B^{55}_{EG} + B^{55}_{EH} + B^{55}_{EP})).$$

2) $\dot{W}_D^4 = B_{ED}^{55} - e_1 W_D^4 - (g^{(4)} + h^{(4)})(s/s(I))Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$

3) $\dot{W}_E^5 = B_{EE}^{55} - e_2 W_E^5$

4) $\dot{W}_F^2 = B_{EF}^{55} - e_3 W_F^2$

5) $\dot{W}_G^2 = B_{EG}^{55} - e_4 W_G^2$

6) $\dot{W}_H^2 = B_{EH}^{55} - e_5 W_H^2$

7) $\dot{W}_P^3 = B_{EP}^{55} - e_6 W_P^3$.

Отметим, что последние отрицательные слагаемые в уравнениях 1) и 2) получились из-за нападательного разрушения и отнимания.

Для этой системы рассматривается первичная совокупность $\sigma[t_0, t]$ всех *S-внутренних управлений* $r, B_{EC_b}^{55}, B_{ED}^{55}, B_{EE}^{55}, B_{EF}^{55}, B_{EG}^{55}, B_{EH}^{55}, B_{EP}^{55}$, заданных как функции от момента времени t' на промежутке времени $[t_0, t]$.

ИЗМЕНЁННЫЕ И ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ГОСУДАРСТВА *S*(*I*)

Подобным образом для государства *S*(*I*) получается следующая система уравнений:

1(*I*)) $$\dot{W}_{C(I)}^{1(I)} = L_{E(I)C(I)}^{5(I)5(I)} - (p_1(I)B_{E(I)D(I)}^{5(I)5(I)} + p_2(I)B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)} + p_3(I)B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)} + p_4(I)B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)} + p_5(I)B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)} + p_6(I)B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)}) - e_0(I)W_{C(I)}^{1(I)} + h^{(1)}Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)},$$

где

$$L_{E(I)C(I)}^{5(I)5(I)} = a(I)W_{C(I)}^{1(I)}(K(I) - W_{C(I)}^{1(I)})/(c(I) + d(I)r(I) + (B_{E(I)C_b(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)D(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)} + B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)})).$$

2(*I*)) $\dot{W}_{D(I)}^{4(I)} = B_{E(I)D(I)}^{5(I)5(I)} - e_1(I)W_{D(I)}^{4(I)} - Y_{D(I)C}^{4(I)4(I)} - Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)} + h^{(4)}Y_{D(I)D}^{4(I)4(I)}$

3(*I*)) $\dot{W}_{E(I)}^{5(I)} = B_{E(I)E(I)}^{5(I)5(I)} - e_2(I)W_{E(I)}^{5(I)}$

4(*I*)) $\dot{W}_{F(I)}^{2(I)} = B_{E(I)F(I)}^{5(I)5(I)} - e_3(I)W_{F(I)}^{2(I)}$

5(*I*)) $\dot{W}_{G(I)}^{2(I)} = B_{E(I)G(I)}^{5(I)5(I)} - e_4(I)W_{G(I)}^{2(I)}$

6(*I*)) $\dot{W}_{H(I)}^{2(I)} = B_{E(I)H(I)}^{5(I)5(I)} - e_5(I)W_{H(I)}^{2(I)}$

7(*I*)) $\dot{W}_{P(I)}^{3(I)} = B_{E(I)P(I)}^{5(I)5(I)} - e_6(I)W_{P(I)}^{3(I)}$.

Отметим, что последние положительные слагаемые в уравнениях 1) и 2) получились из-за прибавления отниманием.

Для этой системы рассмотрим первичную совокупность $\sigma(I)[t_0, t]$ всех *S*(*I*)-*внутренних управлений*

$r(I), B^{5(I)5(I)}_{E(I)C_b(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)D(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)E(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)F(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)G(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)H(I)}, B^{5(I)5(I)}_{E(I)P(I)}$, заданных как функции от момента времени t' на промежутке времени $[t_0,t]$.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЕННОГО ПОДЧИНИТЕЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ГОСУДАРСТВ

Для последней системы рассмотрим вторичную совокупность $\tau(I)[t_0,t]$ всех $S(I)$-*наружных управлений* $Y^{4(I)4(I)}_{D(I)C}, Y^{4(I)4(I)}_{D(I)D}, g^{(1)}, g^{(4)}, h^{(1)}, h^{(4)}$, состоящую из нападательных потоков, показателей разрушения и показателей отнимания. Совокупное одностороннее управление $(\sigma(I)[t_0,t], \tau(I)[t_0,t])$ обозначим через $u[t_0,t]$. Назовём его *военным* (*односторонним*) *совокупным управлением в системе уравнений для государства S*(*I*).

Рассмотрим *совокупное достояние* $W_{S(I)}(t,u[t_0,t]) = (W^{1(I)}_{C(I)} + W^{4(I)}_{D(I)} + W^{5(I)}_{E(I)} + W^{2(I)}_{F(I)} + W^{2(I)}_{G(I)} + W^{2(I)}_{H(I)} + W^{3(I)}_{P(I)})(t)$ *государства S*(*I*) *в момент времени t при управлении* $u[t_0,t]$ *на промежутке времени* $[t_0,T]$. Рассмотрим *начальное совокупное достояние* $W_S(t_0) = (W^1_C + W^4_D + W^5_E + W^2_F + W^2_G + W^2_H + W^3_P)(t_0)$ *государства S в момент времени t₀* и *начальное совокупное достояние* $W_{S(I)}(t_0) = (W^{1(I)}_{C(I)} + W^{4(I)}_{D(I)} + W^{5(I)}_{E(I)} + W^{2(I)}_{F(I)} + W^{2(I)}_{G(I)} + W^{2(I)}_{H(I)} + W^{3(I)}_{P(I)})(t_0)$ *государства S*(*I*) *в момент времени* t_0. Рассмотрим начальное число $\Psi(t_0) = W_{S(I)}(t_0) - W_S(t_0)$.

Рассмотрим *целевую функцию* $\Psi(t,u[t_0,t]) = W_{S(I)}(t,u[t_0,t]) - W_S(t_0)$ ***расхождения*** *совокупного достояния государства S*(*I*) *к моменту времени t при военном управлении* $u[t_0,t]$ *относительно начального совокупного достояния государства S в момент времени* t_0.

Взаимодействие государств *S* и *S*(*I*) при военном управлении $u[t_0,T]$ в системе уравнений для государства *S(I)* назовём *военным взаимодействием* и обозначим через $A(S,S(I),u[t_0,T])$. Военное взаимодействие $A(S,S(I),u[t_0,T])$ назовём $(S(I),\alpha,\beta)$-***подчинительным*** (*для государства S с числовыми уровнями подчинения* α>1 и β>1), если выполнены два неравенства:

1) $W_{S(I)}(T,u[t_0,T]) - W_S(t_0) \geq \alpha(W_{S(I)}(t_0) - W_S(t_0))$, т.е. $\Psi(T,u[t_0,T]) \geq \alpha\Psi(t_0)$ (*итоговое расхождение*);

2) $W_{S(I)}(T,u[t_0,T]) \geq \beta W_{S(I)}(t_0)$ (*итоговое обогащение*).

Военное $(S(I),\alpha,\beta)$-подчинительное взаимодействие $A(S,S(I),u^*[t_0,T])$ называется ***оптимальным*** *на промежутке времени* $[t_0,T]$ *относительно выбранной целевой функции* $\Psi(t,u[t_0,t])$, если для любого другого военного $(S(I),\alpha,\beta)$-подчинительного взаимодействия $A(S,S(I),u[t_0,T])$ выполнено неравенство $\Psi(T,u^*[t_0,T]) \geq \Psi(T,u[t_0,T])$. Формально это можно записать в виде $\Psi(T,u[t_0,T]) \to \max$ в вышеприведённой системе уравнений для государства *S(I)*.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложенные модели концептуально отражают следующие важные исторические примеры взаимодействий между государствами. Во время Второй Мировой войны США военным путём обеспечили подчинительное взаимодействие в свою пользу с такими государствами, как Япония, Германия, Италия и др. После войны в течение нескольких лет США уже мирным **согласованным** путём продолжали обеспечивать подчинительное взаимодействие с указанными государствами. В эти же сроки США мирным **несогласованным** путём обеспечили подчинительное взаимодействие в свою пользу с Британской Империей. После соглашения между Робертом Никсоном и Ден Сяопином в 1972 году в течение нескольких лет США мирным **согласованным** путём обеспечивали подчинительное взаимодействие с КНР в свою пользу. После указанных сроков уровни прямого торгово-валютного подчинения во всех упомянутых взаимодействиях постепенно **понижались**, а способы подчинения становились всё более скрытными.

В указанных во введении статьях автора на основе общей концептуальной модели государства решалась конкретно-числовая игровая задача на существование, нахождение и приближённое вычисление оптимизирующего управления в системе исходных уравнений для государства S, приведённой в первой части

То же самое нужно сделать и для изложенных выше общих концептуальных динамических оптимизационных математических моделей мирного и военного подчинительных взаимодействий двух государств.

После этого можно переходить к численному моделированию перечисленных выше наличных исторических взаимодействий между государствами и сверке модельных вычислений с историческими данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуссейнова А.С., Павловский Ю.Н., Устинов В.А. Опыт имитационного моделирования исторического процесса. − М.: Наука, 1984. − 157 с.
2. Захаров В.К., Кузенков О.А. Оптимальное управление в модели государства // Моделирование и анализ данных. 2011. № 1. С. 55-75.
3. Захаров В.К. Номология. Устроение и направление человеческой деятельности. − М.: МГППУ, 2011. − 216 с.
4. Захаров В.К., Капитанов Д.В., Кузенков О.А. Оптимальное управление в модели государства II // Моделирование и анализ данных. 2014. № 1. С. 4-31.
5. Захаров В.К., Кузенков О.А. Оптимальное управление в математической модели государства // Журнал Средневолжского математического общества. 2015. Т. 17, № 2. С. 34-38.
6. Захаров В.К. Номология. Воспроизведение и обновление человеческого бытия. − М.: «Onebook.ru», 2016. − 396 с.
7. Захаров В.К. Этот Новый Старый Мир. Будущее из прошлого. − М.: Издательский дом "Кислород", 2017. − 448 с.
8. Захаров В.К. Математические модели мирного и военного подчинительных взаимодействий двух государств // 26 Международная конференция «Математика. Компьютер. Образование» (28 января-02 февраля 2019г.). Тезисы. − Россия, г. Пущино: Пущинский центр биологических исследований РАН, 2019. С. 238.

Работа поступила 20.02.2019г.