

## О педагогическом мастерстве, психологических препятствиях в обучении и науке и образном мышлении

*Куланин Е.Д.\**

Московский государственный психолого-педагогический университет  
г. Москва, Российская Федерация  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>  
e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

В статье рассматриваются психолого-математические проблемы преподавания математики в высшей школе в контексте гуманитаризации математического образования. Сделана попытка выявить объективные причины, мешающие успешному усвоению предмета.

**Ключевые слова:** преподавание в высшей школе, педагогика, педагогическое мастерство, методика преподавания математики в высшей школе, артистизм в преподавании, психологические паузы, гуманитаризация математического образования, математические шутки, психологические препятствия.

### Для цитаты:

*Куланин Е.Д.* О педагогическом мастерстве, психологических препятствиях в обучении и науке и образном мышлении // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 87–106. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2021110407>

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В данной статье автор попытается поделиться своими соображениями по поводу преподавания вообще, и особенно по поводу преподавания в высшей школе. Насколько удачной окажется такая попытка, судить читателю.

С самого начала заметим, что если принять число работ, посвященных дошкольной педагогике за площадь основания треугольной пирамиды, а число работ, посвященных психологии научного творчества – за её вершину (строго говоря, площадь вершины равна нулю, но мы можем считать, что относительная доля таких работ стремится к нулю), то количества остальных педагогических работ будут пропорциональны площадям сечений этой пирамиды, параллельных основанию.

\**Куланин Евгений Дмитриевич*, кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)



Короче говоря, чем выше уровень образования, тем меньше число посвященных этому уровню педагогических работ. Примерно так же распределяются по уровням образования и диссертации в области педагогики – от массы диссертаций по дошкольной и школьной педагогике до единичных диссертаций по педагогике высшей школы. Из книг, посвященных преподаванию математики и механики в высшей школе (авторы являются математиками, поэтому в основном будет рассматриваться обучение математике) можно упомянуть книги М.В. Потоцкого «Преподавание высшей математики в педагогическом институте» [1], В.П. Лишевского «Педагогическое мастерство ученого» [2] и А.А. Космодемьянского «Теоретическая механика и современная техника» [3]. М.В. Потоцкий справедливо указывает, «что творческая работа в науке и преподавание науки – это совершенно различные области труда ученого, а методы преподавания далеко не определяются содержанием преподаваемой науки. Поэтому даже самая высокая квалификация ученого в его области сама по себе не может гарантировать высокого качества методики его преподавания» [1, с. 39].

## 2. ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫДАЮЩИХСЯ МАТЕМАТИКОВ И ПЕДАГОГОВ

В качестве иллюстрации последнего тезиса позволим себе полностью, не вырывая из контекста, привести диалог Василия Борисовича Демидовича<sup>1</sup> (Д) и Игоря Ростиславовича Шафаревича<sup>2</sup> (Ш) из сборника «Мехматяне вспоминают: 2» [7, с. 15–16].

Д. Вот такой ещё вопрос. Я поступил на Мехмат МГУ в 1960-м году, и знаю, что в 1950-е и 1960-е годы на факультете было два больших семинара – колмогоровский и гельфандовский. Вам приходилось в них участвовать? Или это было в стороне от Ваших интересов?

Ш. Помню, что я ходил на лекции Колмогорова. Он рассказывал то, что сейчас называется КАМ-теорией.

Д. Да-да, теорией Колмогорова-Арнольда-Мозера.

Ш. Идеи у него были, но он сам говорил: «Я недостаточно сильный аналитик, чтобы все это сделать». Я ходил на его лекции. Они были очень интересные, но малопонятные. И на доклады его я ходил – тоже было абсолютно ничего не понятно...

Д. Я знаю, что Андрея Николаевича очень трудно было понимать.

Ш. И вы это помните, да? Вот я помню, что тогда появились алгоритмические задачи, про которые можно было ставить проблему об их разрешимости...

Д. Потом этим стал заниматься Юрий Владимирович Матиясевич, так?

<sup>1</sup> Василий Борисович Демидович (род. 30 августа 1943 года, Москва) – доцент, заместитель заведующего кафедрой общих проблем управления механико-математического факультета МГУ, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института системных исследований РАН.

<sup>2</sup> Игорь Ростиславович Шафаревич (1923–2017) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН (1991; член-корреспондент АН СССР с 1958). Лауреат Ленинской премии (1959), в 2017 г. награжден золотой медалью имени Леонарда Эйлера (посмертно).



Ш. Потом, да, многие стали этим заниматься. И прежде всего, Андрей Андреевич Марков.

Д. Да-да, конечно.

Ш. Колмогоров же первый решил рассказать математикам, что это такое, на заседании Московского математического общества. Я сразу побежал на этот его доклад, и помню, что было всё абсолютно не понятно. Какой-то он придумал педагогический приём – у него ведь всегда доклады основывались на том, что он придумывал какие-то свои приёмы, чтобы лучше донести их до аудитории. Так вот, в том докладе он что-то сравнивал с бумагами, что-то – с папками, что-то – со шкафами и ящиками.

Понять, что имеется в виду, было совершенно невозможно. Помню, что рядом со мной сидел Гельфанд и написал мне, что когда-то он купил ручку и, решив её опробовать, стал писать фразы внешне бессмысленные, вроде «кривизна интеграла», а потом долго не мог понять, что же это значило – теперь он находится точно в таком же состоянии.

Д. А расскажите про Израила Моисеевича Гельфанда и про общение с ним.

Ш. В моей жизни первый специальный курс, который я слушал, был гельфандовский спецкурс. У меня такое подозрение, что это был его первый спецкурс, который он читал.

на Мехмате МГУ. Он тогда ещё не защитил свою докторскую диссертацию.

Д. Это было ещё в 40-е годы?

Ш. Ой, знаете, точно не вспомню... По-моему, конец сороковых...

Д. Конец сороковых... понятно, понятно... Гельфанда я слушал один раз, и даже, кажется, что-то понял. Колмогорова я тоже, как-то, слушал, но практически ничего не понял...

Ш. На Мехмате МГУ училась дочка Бориса Николаевича Делоне, Аня, которую я очень хорошо знал. Так она была просто в ярости. Лучшим студентам даже нравилось, что такой великий математик – Колмогоров – что-то непонятное говорит, а её это ужасно раздражало, что он пишет, потом говорит «что это за бред я написал», стирает, опять пишет...

Д. Ну, с великими математиками это случается. Вот, например, я как-то слушал, как читал свой доклад Андрей Николаевич Тихонов: во-первых, тихо, во-вторых, отвернувшись от аудитории, что-то там писал на доске, в третьих, быстро стирал написанное и только тогда поворачивался к аудитории, так что никто не мог понять, что он там писал, а потом стирал.

Ш. Из таких «непонятных» математиков я помню покойного Боголюбова Николая Николаевича. К ним же я отношу и ныне живущего Виктора Павловича Маслова<sup>3</sup>).

<sup>3</sup> Виктор Павлович Маслов (род. 15 июня 1930 г.) – российский физик и математик, специалист в области математической физики, академик РАН (с 1991, АН СССР – с 1984 г.), доктор физико-математических наук, профессор. Незадолго до написания этой статьи ему исполнилось 90 лет. Кроме научных достижений известен тем, что был женат на дочери Генерального секретаря коммунистической партии Вьетнама Ле Зуана. Об этом см. его книгу «Безоружная любовь» [8], изданную под псевдонимом О.П. Мартынов.



Абсолютно было не понять его: говорит он явно неверную фразу, пока поймешь, что она неверная и построишь противоречащий пример, он уже что-то совсем другое говорит, и ты за ним совершенно не успеваешь.

Д. Говорят, что Виктора Павловича Маслова умеет доходчиво «расшифровывать» Владимир Игоревич Арнольд ...

Заметим, что первому из авторов довелось слушать лекции по теории вероятностей А.Н. Колмогорова для студентов 3-го курса мех-мата МГУ в 1975–1976 учебном году и у него не осталось ощущения их абсолютной непонятности. Возможно, что не все студенты понимали речь Андрея Николаевича, так как уже в те времена его дикция оставляла желать лучшего.

К сожалению, впоследствии его речь только ухудшилась из-за последствий микроинсульта, перенесенного им после полученной травмы.

Составитель сборника «Мехматяне вспоминают: 2» Василий Борисович Демидович является сыном Бориса Павловича Демидовича<sup>4</sup>, автора знаменитого задачника по матанализу. К сожалению, гораздо меньше известна другая его книга «Лекции по математической теории устойчивости» [9], написанная исключительно доступно и понятно. Недаром, в рецензии Ю. С Богданова, опубликованной в журнале «Дифференциальные уравнения» [10], отмечалось, что «книга Б.П. Демидовича написана ясным математическим языком и является отличным дополнением университетского курса теории обыкновенных дифференциальных уравнений». Благодаря ясности изложения эта книга впоследствии переиздавалась несколько раз [11], [12]. Скончался Б.П. Демидович 23 апреля 1977 г. скоропостижно (диагноз: острая сердечно-сосудистая недостаточность). Случилось это в субботу, дома. А за день до этого, в четверг, он, как обычно, прочел свою очередную лекцию ... [13]. Далее приводим воспоминания автора данной статьи, прослушавшего спецкурс по математической теории устойчивости, читавшийся также весьма понятно Борисом Павловичем в основном по своей книге [9]:

«21 апреля 1977г. на последней лекции спецкурса, экзамен по которому, если мне не изменяет память, был назначен на следующий четверг 28 апреля, Борис Павлович выглядел сильно утомлённым. Поэтому у меня промелькнула незванная мысль, никогда раньше не приходившая в голову: а вдруг? Каково же было моё удивление, когда в понедельник 25 апреля я увидел на мех-мате портрет Бориса Павловича в траурной рамке. Вместо Бориса Павловича экзамен по спецкурсу пришлось принимать Владимиру Михайловичу Миллионщикову<sup>5</sup>».

<sup>4</sup> Борис Павлович Демидович (2 марта 1906–23 апреля 1977) – советский математик и педагог, специалист в области теории обыкновенных дифференциальных уравнений, функционального анализа, математической физики. Автор одного из наиболее известных в математической среде бывшего СССР сборников задач по математическому анализу. Ученик А.Н. Колмогорова и В.В. Немыцкого.

<sup>5</sup> Миллионщиков Владимир Михайлович (22 октября 1939, Москва – 19 марта 2009, там же) – российский математик, специалист в области теории дифференциальных уравнений, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный профессор МГУ (2006). Сын академика АН СССР М.Д. Миллионщикова. Укажем на научную преемственность: М.Д. Миллионщиков – также ученик (как и Б.П. Демидович) А.Н. Колмогорова (и Б.Н. Юрьева).



Такой великий ученый как Николай Егорович Жуковский (1847–1921) также преподавал далеко не лучшим образом. Он никогда не готовился и «врал» на лекциях нещадно [2, с. 34].

Автор книги «Преподавание высшей математики в педагогическом институте» М.В. Потоцкий считает, что раздел II («Из опыта преподавания механики в высшей школе») книги А.А. Космодемьянского «Теоретическая механика и современная техника» [3, с. 79–152] должен изучить каждый преподаватель вуза [1, с. 208].

В книге В.П. Лишевского «Педагогическое мастерство ученого» [2] раскрывается педагогическая система выдающегося лектора-виртуоза Андрея Петровича Минакова (1893–1954), преподававшего теоретическую механику в Московском текстильном институте, а также на мех-мате МГУ<sup>6</sup>. В книге А.А. Космодемьянского «Теоретическая механика и современная техника» [3] также есть глава, в которой рассматриваются особенности преподавания А.П. Минакова<sup>7</sup>.

Кто сказал, что преподавание математики и механики должно быть формальным и скучным? Нет уж давайте вслед за древнеримским сатириком Ювеналом позволим ученым мужам «допускать обороты любые». И А.П. Минаков допускал ненаучные обороты. В частности, рассказывая об относительности движения, Андрей Петрович обязательно цитировал стихотворения А.С. Пушкина и М.В. Ломоносова.

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.  
Другой смолчал и стал пред ним ходить.  
Сильнее бы не мог он возразить;  
Хвалили все ответ замысловатый.  
Но, господа, забавный случай сей  
Другой пример на память мне приводит:  
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,  
Однако ж прав упрямый Галилей.

*А.С. Пушкин.*

<sup>6</sup> Андрею Петровичу Минакову выпала честь читать первую лекцию на механико-математическом факультете в новом здании университета на Ленинских (теперь Воробьевых) горах 1 сентября 1953 г.

<sup>7</sup> Интересно отметить, что матерью А.П. Минакова была Любовь Алексеевна Абрикосова (1866–1949), дочь одного из основателей кондитерской империи Абрикосовых (ныне концерн «Бабаевский») Алексея Ивановича Абрикосова (1824–1904). Ее родная сестра Глафира (Эстель) Алексеевна (1860–1940), т.е. тётя А.П. Минакова, была гражданской женой Нобелевского лауреата по физиологии и медицине Шарля Рише (1850–1935) и жила в Париже. Поэтому Андрей Петрович вместе с братом Сергеем некоторое время учился в Париже. Его двоюродный брат Дмитрий Иванович Абрикосов (1876–1951) написал интереснейшие воспоминания «Судьба русского дипломата» [5]. Родной племянник Дмитрия Ивановича Абрикосова и двоюродный племянник Андрея Петровича Минакова Алексей Алексеевич Абрикосов (1928–2017) стал Нобелевским лауреатом по физике. Как причудливо тасует колода! – сказал бы Воланд из бессмертного романа Михаила Афанасьевича Булгакова «Мастер и Маргарита».



Случились вместе два Астронома в пиру  
И спорили весьма между собой в жару.  
Один твердил: земля, вертясь, круг Солнца ходит;  
Другой, что Солнце все с собой планеты водит:  
Один Коперник был, другой слыл Птоломей.  
Тут повар спор решил усмешкою своей.  
Хозяин спрашивал: «Ты звезд теченье знаешь?  
Скажи, как ты о сем сомненье рассуждаешь?»  
Он дал такой ответ: «Что в том Коперник прав,  
Я правду докажу, на Солнце не бывав.  
Кто видел простака из поваров такого,  
Который бы вертел очаг кругом жаркова?»

*М.В. Ломоносов.*

Известный российский математик А.Д. Мышкис (1920–2009) в своих интересных воспоминаниях [6] рассказывает о своем университетском учителе А.П. Минакове:

«Был еще курс теоретической механики, который читал А.П. Минаков. Это был великий лектор, и его лекции по форме и содержанию походили на выступления артиста. А.Ю. Ишлинский о нём сказал: «Среди нас жил гений!». Я слышал, что К.С. Станиславский предлагал Минакову стать профессиональным артистом. Когда я был преподавателем ВВИА, там одно время преподавал и Минаков. В частности, он объявил семестровый курс для преподавателей об искусстве чтения лекций. Была указана тема каждой лекции; меня особенно поразило название одной лекции этого курса: «Как войти в аудиторию». Жалею, что я не прослушал этот курс» [6, с. 24].

А вот отрывок из воспоминаний Михаила Белецкого:

«Строго говоря, теоретическая механика, преподававшаяся на 2-м курсе, не была для нас совершенно чуждым предметом. Ведь факультет назывался механико-математическим, предстояло разделение нас на математиков и механиков, и для последних этот предмет был профилирующим. Но лучшие студенты, к которым в то время принадлежал и я, твёрдо знали, что их удел – не какая-то механика, а математика, царица наук.»

Механику же я вспомнил по единственной причине – её нам читал Андрей Петрович Минаков. *На одной из лекций он сказал: «Пройдёт время, и вы будете вспоминать: читал нам Андрей Петрович, очень занятно читал, а вот что читал – не припомню». Это предсказание исполнилось даже в большей степени, чем можно было рассчитывать. Потому что я забыл не только содержание его лекций, что совершенно естественно, но и главное в них – подробности спектакля.*<sup>8</sup>

А их, действительно, можно было назвать спектаклями. Сама внешность Андрея Петровича была артистической – пожилой актёр в роли старого профессора. Он играл тоном, мимикой, сыпал шутками, рассказывал байки.

<sup>8</sup> Курсив наш (авт.).



Вот вспомнилось начало лекции: «Запишите тему: О праве вектора называться вектором». И при этом курс был хорошо построен, было понятно, что свой предмет он знает великолепно. За всё это он пользовался огромной симпатией студентов. А кроме того, было известно его добродушие – на экзамене, так же играя, ставил только пятёрки и четвёрки» [13].

Автор, будучи студентом, прослушал замечательный курс лекций по математическому анализу Сергея Борисовича Стечкина<sup>9</sup>), но запомнил только его изречение: «Научить дифференцировать можно даже обезьяну» (конечно, знания по матанализу остались, но источник их поступления забылся).

Несомненно, А.П. Минаков понимал, что невозможно удержать внимание студентов, монотонно выписывая длинные цепочки математических формул. Поэтому он делал психологические паузы, рассказывая «занимательные истории, хотя бы косвенно относящиеся к предмету. Вот пример такой психологической паузы на лекции, посвященной механической работе [2, с. 30]. Однажды ночью был ограблен государственный банк. Постовой милиционер заметил убежавшего грабителя, но не мог его задержать. При осмотре места преступления он обнаружил веревку, свисавшую из окна третьего этажа. Волоконца веревки были опалены, поэтому следователь,

прибывший на место преступления, понял, что грабитель спустился по веревке настолько быстро, что обжег руки. Когда вскоре после этого происшествия в одну из больниц обратился пациент с сильными ожогами обеих рук в виде характерных полос, то его арестовали и обвинили в ограблении банка. Естественно подозреваемый, работавший электросварщиком, всё отрицал и объяснял причину своих ожогов тем, что на работе случайно схватился за раскалённую проволоку. Однако проведенные замеры позволили вычислить с одной стороны количество тепла, причинившего ожоги, а с другой - количество тепла, выделившегося при спуске грабителя с третьего этажа. Эти два числа совпали, после чего электросварщик сознался в совершении преступления.

Э.Э. Шноль вспоминает, как делал паузу другой выдающийся педагог – А.Я. Хинчин<sup>10</sup>: «А.Я. Хинчин читал у нас анализ. Однажды на какой-то лекции он доказал, что операция неопределённого интегрирования есть обратная операции дифференцирования. И сказал: «Мы с вами подошли к такому важному моменту, что больше я вам ничего сегодня рассказывать не буду. После такой теоремы я ничего рассказывать не могу». И отпустил нас. А всего это заняло у него минут 20. Прошло больше 60 лет, но я и А.М. Молчанов это помним. Открытие замечательное, и Хинчин, по-

<sup>9</sup> Сергѐй Бори́сович Сте́чкин (1920–1995) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук (1958), профессор МГУ, основатель научной школы в теории функций, сын академика Б.С. Стечкина (1891–1969), двоюродный брат известного конструктора стрелкового оружия И.Я. Стечкина (1922–2001), внучатый племянник уже упоминавшегося выше основоположника аэродинамики Николая Егоровича Жуковского (1847–1921).

<sup>10</sup> Алекса́ндр Я́ковлевич Хинчин (1894–1959) – советский математик, профессор МГУ, один из наиболее значимых учёных в советской школе теории вероятностей. Член-корреспондент АН СССР (1939), действительный член АПН РСФСР (1944). Лауреат Сталинской премии второй степени за работы по теории вероятностей.



сле такого результата – главного в дифференциальном и интегральном исчислении – не счёл возможным что бы то ни было ещё рассказывать» [14].

А вот воспоминания о Дмитрие Евгеньевиче Меньшове, запомнившемся Белецкому и Мышкису не своим педагогическим мастерством, а совершенно необычной внешностью.

Сначала даем слово Михаилу Белецкому:

«Заслуживает упоминания разве что внешность Дмитрия Евгеньевича Меньшова, читавшего нам ТФКП, потому что она бросалась в глаза сразу же – даже на фоне других университетских профессоров. В этом плане его можно было бы считать математиком в квадрате – он настолько отличался от обычного профессора математики, того же Александрова, насколько последний отличался от рядового гражданина. Высокий, с маленькой головой и всколоченной бородой, несколько донкихотского вида, но не столь романтический и более оторвавшийся от действительности. В общем, поглядев на этого человека, трудно было поверить, что он не обитатель сумасшедшего дома. Представить какой-нибудь контакт с ним было трудновато, и я не помню, чтобы слышал о таких контактах от своих коллег. (Пусть уважаемый профессор простит меня с того света за столь непочтительные строки.)» [13, подзаголовок «На Ленинских горах»].

А это впечатления А.Д. Мышкиса:

«Попутно хочу отметить, что профессор (позже – член-корр) Дмитрий Евгеньевич Меньшов был одной из самых колоритных фигур на мех-мате. Крупнейший специалист в области общих ортогональных и тригонометрических рядов, он сразу бросался в глаза из-за своего высокого роста и громкого низкого голоса. О его рассеянности ходили анекдоты: как он пришел на лекцию, но без ботинок; как он во время лекции пытался засунуть в карман тряпку, которой стирают с доски, и т.п.» [6, с.33].

Автор тоже помнит колоритную фигуру Дмитрия Евгеньевича в галошах, но вроде бы всё-таки в ботинках.

### 3. О ГУМАНИТАРИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В свое время автор вместе с М.Е. Степановым работали в НИИ школ МП РСФСР, впоследствии неоднократно переименовывавшемся (одно из последних названий – Институт Общего Образования Министерства Образования РФ). Плодом их сотрудничества явился учебник по геометрии для 9-го класса [15], написанный в соответствии с поощряемой в последнее время линией на гуманитаризацию математического образования (особого внимания в этой связи заслуживает приложение, помещённое в конце этой книги). Также можно указать на тщательный подбор эпитафий в учебниках [18], [19] и [20]. Кроме того, каждая глава в учебнике [19] завершается разделом «Пора отдохнуть», содержащем математические шутки, подобранные одним из авторов учебника кандидатом физико-математических наук, членом Союза писателей России С.Н. Федина из его же сборника «Математики тоже шутят» [22]. Приведем одну из таких шуток:



На уроке геометрии учитель спрашивает ученика:

- Можешь ли ты дать определение точки?
- Запросто. Точка – это прямая линия, если смотреть ей прямо в торец. [19, с. 129], [22, с. 92].

Несмотря на явную абсурдность этого определения, даже в нем можно найти рациональное зерно. Приведем пример. Выберем режимы «гибрид» и «линейка» в Яндекс-картах и поставим первую точку у Крестовоздвиженского храма на Алтуфьевском шоссе (храм Воздвижения Креста Господня в Алтуфьево, Алтуфьевское шоссе 147), а вторую – на ближнюю к Монтажной улице из двух более высоких труб ТЭЦ (ТЭЦ-23, Монтажная, 1/4, ст. 5). Тогда проведенная прямая пройдет параллельно улице Лескова, практически сливаясь с ней, на участке от церкви Живоносного Источника до улицы Широкой, т.е. если смотреть на этот прямолинейный участок улицы Лескова с колокольни Крестовоздвиженского храма, то он будет виден «прямо в торец» и, таким образом, самой улицы не будет видно.

Кстати, согласно данным Яндекс-карт расстояние между указанными двумя объектами (храмом и ТЭЦ) равняется 15 км 100м.

Приведем также фрагмент предисловия книги Е.Д. Куланина и Н.Е. Шиховой «Геометрический фейерверк»:

«Великий французский математик Анри Пуанкаре сказал, что «жизнь есть лишь беглый эпизод между двумя вечностями смерти, и в этом эпизоде прошедшая и будущая длительность сознательной мысли – не более как мгновение. Мысль – только вспышка света посреди долгой ночи. Но эта вспышка – всё». Мы задумали книгу как серию мысленных вспышек, фейерверк геометрических понятий, утверждений, рисунков и задач, образующих единое целое» [25, с. 3]. Эта книга написана так, чтобы вызвать у учащихся желание открыть её и прочитать до конца, не выпуская из рук. Открывается она легендой о Лилавати – дочери индийского математика и астронома Бхаскары (1114–1185), а заканчивается главой о некоторых кубических прямых, связанных с треугольником. Более подробно об этой книге см. статьи [26–28].

В рамках темы гуманитаризации математического образования никак нельзя обойти интервью с выдающимся российским математиком Владимиром Игоревичем Арнольдом<sup>11</sup>:

- **Математика – важная и очень древняя часть человеческой культуры. Каково ваше мнение о ее месте среди других культурных ценностей?**

<sup>11</sup> Влади́мир И́горевич Арно́льд (1937–2010) – советский и российский математик, автор работ в области топологии, теории дифференциальных уравнений, теории особенностей гладких отображений и теоретической механики. Один из крупнейших математиков XX века. Академик АН СССР (РАН, с 1990, член-корреспондент с 1984), иностранный член Национальной АН США (1983), Французской АН (1984), Лондонского королевского общества (1988), (1988), Американской академии искусств и наук (1987), Американского философского общества (1990), Европейской академии (1991), доктор физико-математических наук (1963), главный научный сотрудник Математического института имени В.А. Стеклова РАН, профессор МГУ и Университета Париж-Дофин. Лауреат многих наград, Ленинской премии (1965), премии Краффорда (1982), премии Вольфа (2001), Государственной премии РФ (2007), премии Шао (2008).



- Слово «Математика» означает наука об истине. Мне кажется, современная наука (т.е. теоретическая физика вместе с математикой) является новой религией – культом истины – основанной Ньютоном триста лет назад.
- **Когда вы доказываете теорему, вы ее «создаете» или «открываете»?**
- Я, безусловно, испытываю ощущение, что открываю нечто, существовавшее и без меня.

Словами А.К. Толстого:

Тщетно, художник, ты мнишь, что творений своих ты создатель!  
Вечно носились они над землею, незримые оку ...  
Много в пространстве невидимых форм и неслышимых звуков,  
Много чудесных в нем есть сочетаний и слова и света...<sup>12</sup>

Затрагивая взаимосвязи математики и физики, можно упомянуть, что автор некогда написал статью на эту тему [16]. Поэтому уместно будет привести здесь стихотворение американского поэта Робинсона Джефферса «Открытая рана» [17]:

У физиков и математиков –  
Своя мифология; они идут мимо истины,

<sup>12</sup> Для любознательного читателя приведем это программное стихотворение А.К. Толстого полностью.

Тщетно, художник, ты мнишь, что творений своих ты создатель!  
Вечно носились они над землею, незримые оку.  
Нет, то не Фидий воздвиг олимпийского славного Зевса!  
Фидий ли выдумал это чело, эту львиную гриву,  
Ласковый, царственный взор из-под мрака бровей громоносных?  
Нет, то не Гете великого Фауста создал, который,  
В древнегерманской одежде, но в правде глубокой, вселенской,  
С образом сходен предвечным своим от слова до слова!  
Или Бетховен, когда находил он свой марш похоронный,  
Брал из себя этот ряд раздирающих сердце аккордов,  
Плач неутешной души над погибшей великою мыслью,  
Рушенья светлых миров в безнадежную бездну хаоса?  
Нет, эти звуки рыдали всегда в беспредельном пространстве,  
Он же, глухой для земли, неземные подслушал рыдания.  
Много в пространстве невидимых форм и неслышимых звуков,  
Много чудесных в нем есть сочетаний и слова и света,  
Но передаст их лишь тот, кто умеет и видеть и слышать,  
Кто, уловив лишь рисунка черту, лишь созвучье, лишь слово,  
Целое с ним вовлекает создание в наш мир удивленный.  
О, окружи себя мраком, поэт, окружися молчаньем,  
Будь одинок и слеп, как Гомер, и глух, как Бетховен,  
Слух же душевный сильнее напрягай и душевное зренье,  
И, как над пламенем грамоты тайной бесцветные строки  
Вдруг выступают, так выступают вдруг пред тобою картины,  
Выйдут из мрака – все ярче цвета, осязательней формы,  
Стройные слов сочетания в ясном сплетутся значенье –  
Ты ж в этот миг и внимай, и гляди, притаивши дыханье,  
И, созидая потом, мимолетное помни виденье!



Не касаясь её, их уравнения ложны,  
Но всё же работают. А когда обнаруживается ошибка,  
Они сочиняют новые уравнения; оставляют теорию волн  
Во вселенском эфире и изобретают изогнутое пространство.  
Всё же их уравнения уничтожили Хиросиму.  
Они сработали.  
У поэта тоже  
Своя мифология. Он говорит, луна что родилась Из Тихого океана.  
Он говорит, что Трои сожгли из-за дивной  
Кочующей женщины чьё лицо послало в поход тысячу кораблей.  
Это вздор, это может быть правдой, но церковь и государство  
Стоят на более диких неправдоподобных мифах,  
Вроде того, что люди рождаются равными и свободными: только подумайте!  
И что бродячий еврейский поэт Иисус – Бог всей вселенной. Только подумайте!

#### **4. О ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЧИНАХ, ПРЕПЯТСТВУЮЩИХ УСВОЕНИЮ МАТЕМАТИКИ, ИЛИ О ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕПЯТСТВИЯХ**

Но, во-первых, далеко не все преподаватели могут сравняться по мастерству с А.П. Минаковым или А.Я. Хинчиным. А во-вторых, сколько бы мы не «растекались мыслью по древу» и не пытались заинтересовать или увлечь аудиторию, всегда найдутся студенты, равнодушные ко всем этим ухищрениям, которых, грубо говоря, ничем не проймёшь. Почему так происходит? Можно, конечно, сетовать на несовершенство школьной подготовки, ЕГЭ, немотивированность студентов, поступивших в «не свой» ВУЗ и т.д., но видимо существуют какие-то более глубокие причины, которые мы назовем психологическими препятствиями. Попытаемся вкратце обрисовать проблему. Как известно для того, чтобы прийти к понятию абстрактного числа, человечеству понадобилась не одна тысяча лет. Сначала для счета, например деревьев, существовали одни числительные, а для счета, например, камней – другие. Следы этого сохранились в различных языках, в том числе в японском. Более того, у нивхов для длинных деревьев существуют одни числительные (формы числительных), а для коротких – другие (более подробно об этом см. [28], [29], [51]). Каждый новорожденный человеческий индивидуум

---

Целое с ним вовлекает создание в наш мир удивленный.  
О, окружи себя мраком, поэт, окружися молчаньем,  
Будь одинок и слеп, как Гомер, и глух, как Бетховен,  
Слух же душевный сильнее напрягай и душевное зренье,  
И, как над пламенем грамоты тайной бесцветные строки  
Вдруг выступают, так выступят вдруг пред тобою картины,  
Выйдут из мрака - все ярче цвета, осязательней формы,  
Стройные слов сочетания в ясном сплетутся значенье -  
Ты ж в этот миг и внимай, и гляди, притаивши дыханье,  
И, созидая потом, мимолетное помни виденье!



лишен возможности повторять печальный опыт своих предков в силу ограниченности своей жизни, поэтому ему приходится обучаться все премудростям в сжатые сроки. В первую очередь должно сформироваться чувство самосохранения, наиболее важное чувство для выживания каждого конкретного человека и вида в целом. О том, что в самом раннем возрасте оно отсутствует, свидетельствуют многочисленные (увы!) несчастные случаи, происходящие с детьми из-за недосмотра родителей. Нередко бывает, что маленькие дети выпадают из окон, так как у них еще не сформировалось чувство боязни высоты. Хорошо известно, что в прошлом детская смертность была гораздо выше не только из-за различных болезней, но из-за несчастных случаев, так как дети низших слоёв населения по большей части были предоставлены сами себе. Поэтому дети, у которых не успело сформироваться чувство самосохранения, как правило не выживали. Подросшие дети шли учиться в школы, где также приходилось подчиняться различным правилам и запретам. Таким образом, обучение, ориентированное на средний уровень, приводит к подавлению творческой инициативы. Известно, например, что Ньютона в школе считали тупицей, а Эйнштейн также не мог похвастаться школьными успехами. С другой стороны, для того, чтобы сломать устаревшие представления в науке, требуются не только смелость и гибкость мысли, но и определённое гражданское мужество. Здесь уместно вспомнить, каким нападкам со стороны не только математиков, но и общества подвергались творцы неевклидовой геометрии Н.И. Лобачевский и Янош Боляя. Оба они преждевременно ушли из жизни, так и не дождавшись признания своих открытий. Именно поэтому великий немецкий математик Гаусс, начавший заниматься теорией параллельных раньше Лобачевского и Боляя, и пришедший к аналогичным выводам, так и не решился опубликовать результаты своих исследований.

Он объяснял это боязнью «крика беотийцев<sup>13</sup>». Вот отрывок из его письма к известному (функции Бесселя) немецкому математику и астроному Бесселю:

<sup>13</sup> Беотийцы – жители древнегреческой области Беотия, славящиеся своей тупостью. Про крик беотийцев писал также основатель теории множеств Георг Кантор: «Крик беотийцев. Почему Гаусс так опасался криков беотийцев? Математики составляют сообщество подобно ордену. Хотя законы не писаны, но профессиональный канон известен ещё с античности, не предполагая отступничества, этот пифагорейский принцип был силен до наших дней. Предмет, из которого появляются результаты, должен быть прочным. Этого придерживался Гаусс. Он создавал свои работы из чисел, недоступных профанам, которым ничего не оставалось. Как не преклоняться перед ним. Другой его любовью была геометрия, связанная с геодезией и физикой. Он сказал там первое и последнее слово. Он занимался вещами высшей важности, что обеспечило ему первенство в математике. Многие его результаты остались в мелких заметках. Он пользовался узлами, но исследование теории оставил Листингу. Он считал тратой времени писать монографии как Коши с его тщательной кодификацией понятий производной, интеграла, непрерывности. Но оборотной стороной его почёта было одиночество. Будучи открывателем «Превосходной теоремы» (Theoremaegregium), он как никто другой в то время продвинулся в решении проблемы постулата параллельных Евклида. Но он не решался обсуждать эту проблему с беотийцами, которые знали этот вопрос в упрощённо-вульгарной форме. Может быть, он имел в виду Ньютона, чья грандиозная идея о восстановлении изменяющейся величины по её интенсивности изменения была сокращена для профанов в  $dy/dx$ , на века лишив математику красоты. Беотийцы – как их много вокруг меня – примут мои множества в простейшей форме. Позже, освоив мою идею, они станут меня исправлять. Не ошибся ли я, показав мою идею сразу после её создания?» [43].



«Вероятно, я еще не скоро смогу обработать свои пространственные исследования по этому вопросу, чтобы их можно было опубликовать. Возможно даже, что я не решусь на это, ибо боюсь крика беотийцев, который поднимется, когда я выскажу свои воззрения».

Эти опасения подтверждаются также следующим отрывком из письма Гаусса своему ученику Герлингу от 25 августа 1818 г.:

«... Я радуюсь, что Вы имеете мужество высказаться так, как если бы Вы признавали ложность нашей теории параллельных, а вместе с тем и всей нашей геометрии. Но осы, гнездо которых Вы потревожите, полетят Вам на голову ...». [44]. Выдающийся советский и российский геометр А.Д. Александров (о нем см. [45]) написал по этому поводу интересную статью «Тупость и гений» [46]. Однако ломка старой научной парадигмы предполагает введение новой парадигмы, так как нежелание считаться с объективными ограничениями граничит с безумием. Тут мы вплотную подошли к теме «Безумие и гений». Безумие нередко может служить расплатой за гениальность. Так, основатель теории множеств Георг Кантор закончил свои дни в психиатрической больнице города Галле. Один из творцов неевклидовой геометрии Янош Больяи испытывал в конце жизни глубокую депрессию, спровоцированную непризнанием его математических работ.

Другой предшественник неевклидовой геометрии Франц Адольф Тауринус напечатал в 1826г. в Кельне небольшую брошюру по теории параллельных. Из-за непризнания его идей Тауринус впал в меланхолию и в болезненном припадке сжег все оставшиеся у него экземпляры этой брошюры. После этого он полностью прекратил свои исследования по теории параллельных.

Отметим также, что знаменитый французский математик Жак Адамар (1865–1963), доказавший асимптотический закон распределения простых чисел и написавший интересную книгу о психологии математического творчества [47], в течении нескольких лет переписывался и даже встречался в психиатрической лечебнице с математиком Андре Блохом (1893–1948), помещенном туда за убийство брата, дяди и тети. Он совершил эти убийства в 1917 г., вернувшись в Париж после контузии на фронте, чтобы исполнить свой «евгенический долг: пресечь ветвь своей семьи, которую он считал дефективной» (цит. по [48]).

В психиатрической клинике Сен-Морис Блох оставался до конца жизни – всего 31 год. Все это время он писал статьи по теории функций комплексного переменного, теории чисел, геометрии, теории алгебраических уравнений, кинематике и преподаванию математики. Парижская академия наук наградила Блоха премией Беккереля незадолго до его смерти. Многие математики, с которыми переписывался Блох, не знали о его состоянии, так как он указывал адрес без указания на то, что это психиатрическая клиника, а от личных встреч уклонялся под предлогом плохого самочувствия.

Адамар представил некоторые статьи Блоха в журнал Парижской академии наук “Comptes Rendus”, а его паратактические окружности Адамар даже включил в свои знаменитые «Лекции по элементарной геометрии». Американский математик Морделл так описывает свой разговор с Адамаром по этому поводу:



Он рассказал мне, что в бытность свою редактором математического журнала получал весьма хорошие статьи от некоего незнакомца и как-то пригласил того на обед. Корреспондент Адамара писал, что в силу обстоятельств, над которыми он не властен, он не может, принять приглашения, но в ответ пригласил Адамара навестить его. Адамар так и сделал и, к своему большому удивлению, обнаружил, что автор понравившихся ему статей заключен в психиатрической клинике тюремного типа. Очевидно, он был вполне в здравом уме, если не считать убийства родственников. Его имя было А. Блох, и он был очень хорошим математиком» (цит. по [48]).

Позволим себе в этой связи процитировать отрывок из письма известного писателя Даниила Хармса<sup>14</sup> к К. Пугачевой от 16 октября 1933 г.:

«Мне всегда подозрительно все благополучное. Сегодня был у меня Заболоцкий. Он давно увлекается архитектурой и вот написал поэму, где много высказал мыслей об архитектуре и человеческой жизни. Я знаю, что этим будут восторгаться много людей. Но я также знаю, что эта поэма плоха. Только в некоторых своих частях она, почти случайно хороша. Это две категории.

Первая категория понятна и проста. Тут все так ясно, что нужно делать. Понятно, куда стремиться, чего достигать и как это осуществить. Тут виден путь. Об этом можно рассуждать; и когда-нибудь литературный критик напишет целый том по этому поводу, а комментатор – шесть томов о том, что это значит. Тут все обстоит вполне благополучно.

О второй категории никто не скажет ни слова, хотя именно она делает хорошей всю эту архитектуру и мысль о человеческой жизни. Она непонятна, непостижима и в то же время прекрасна, вторая категория! Но ее нельзя достигнуть, к ней даже нелепо стремиться, к ней нет дорог. Именно эта вторая категория заставляет человека вдруг бросить все и заняться математикой, а потом, бросив математику, вдруг увлечься арабской музыкой, а потом жениться, а потом жениться, а потом, зарезав жену и сына, лежать на животе и рассматривать цветок.

Это та самая неблагоприятная категория, которая делает гения. (Кстати, это я говорю уже не о Заболоцком, он еще жену свою не убил и даже не увлекался математикой.)» (цит. по [49]).

Ясно, что под второй категорией Хармс подразумевал природу гениальности. Здесь уместно заметить, что великий Ньютон занимался также алхимией и библейской хронологией<sup>15</sup>, а уже упоминавшийся выше гениальный немецкий математик Кантор значительную часть своей жизни посвятил решению так называемой проблемы личности Шекспира-Бэкона и занятиям богословием ([50]).

<sup>14</sup> Хармс (Ювачёв) Даниил Иванович (1905-1942) – русский, советский писатель, поэт и драматург, основатель объединения ОБЭРИУ.

<sup>15</sup> В настоящее время это направление весьма успешно продолжили творцы Новой хронологии А.Т. Фоменко и Носовский. Не так давно в Ярославле даже открылся Мультимедийный музей Новой хронологии с весьма недешевыми входными билетами.



В этой связи можно также упомянуть немецкого математика Карла Фейербаха<sup>16</sup>), угрожавшего ножом<sup>17</sup> своим ученикам в Эрлангенской гимназии, великого немецкого математика Давида Гильберта (1862–1943), сын которого страдал психическим расстройством [52], и наконец, современного математика Григория Перельмана, решившего знаменитую проблему Пуанкаре, но шокировавшего математический мир отказом принять назначенную за её решение премию института Клэя размером в один миллион долларов и совершившего множество других «экстравагантных» поступков [54].

Естественно, что авторы далеки от мысли о безумии большинства или даже значительной части математиков, но возможно, что риск такого заболевания у представителей этой профессии выше среднестатистического. Это наблюдение относится не только к математикам, но и к представителям некоторых других профессий, например, актерской. Специфика этой профессии, требующая глубокого вживания в роль, нередко приводит актеров к нервным срывам и депрессии, зачастую усугубляющейся алкогольной и наркотической зависимостью. Об этом рассказывает фильм «Безумная роль» из серии «Хроники московского быта»[55].

В заключение заметим, что автор нисколько не претендует на решение всех научно-методических проблем, но все же надеется внести посильную лепту в это дело, продолжив серию своих научно-методических публикаций [36] – [42].

### *Литература*

1. *Потоцкий М.В.* Преподавание высшей математики в педагогическом институте. – М.: Просвещение, 1975.
2. *Лишевский В.П.* Педагогическое мастерство ученого. – М.: Наука, 1975.
3. *Космодемьянский А.А.* Теоретическая механика и современная техника. – М.: Просвещение, 1969.
4. *Децим Ю.Ю.* Сатиры. Книга II. Сатира шестая (перевод Д.С. Недовича) / Римская сатира. – М.: Государственное Издательство Художественной Литературы, 1957, с. 61.
5. *Абрикосов Д.И.* Судьба русского дипломата / Пер. с англ. Н.Ю. Абрикосовой, Е.Ю. Дорман; Предисл., науч. ред. и коммент. М.Ю. Сорокиной; Вступ. ст. д. Макдоналда. – М.: Русский путь, 2008.
6. *Мышкис А.Д.* Советские математики: Мои воспоминания. – М.: ЛКИ, 2007.
7. Мехматяне вспоминают: 2. Выпуск подготовлен В.Б. Демидовичем. – М.: МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, 2009.
8. *Мартынов О.П.* Безоружная любовь / О. Мартынов. – М.: Моск. рабочий, 1989.
9. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967.
10. *Yu. S. Bogdanov*, Рецензия. Б.П. Демидович Лекции по математической теории устойчивости, Differ. Uravn., 1969, Volume 5, Number 6, 1138.

<sup>16</sup> Карл Фейербах (1800–1834) – брат философа Людвиг Фейербаха (1804–1872), считавшегося предшественником марксизма из-за материалистической направленности его философии и поэтом широко известного в советское время, и дядя одного из наиболее значительных немецких исторических живописцев XIX века Ансельма Фейербаха (1829–1880).

<sup>17</sup> Вообще многие представители семейства Фейербах отличались своей психической неуравновешенностью. На эту тему даже была написана книга с красноречивым названием: «Гений и болезнь: психопатологическое исследование семьи Фейербах» [52].



10. Лекции по математической теории устойчивости: учеб. пособие – 2-е изд. – М.: Изд-во МГУ: ЧеРо, 1998.
11. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Лань, 2008.
12. URL: <https://greednews.ru/demidovich-sbornik-zadach-po-matematicheskomu-analizu-skachat>
13. URL: [http://www.poesis.ru/almanah/almanah2/Beletskij/firm\\_3.htm](http://www.poesis.ru/almanah/almanah2/Beletskij/firm_3.htm)
14. Э.Э. Шноль. Мои студенческие годы / Полином № 1, 2010, научно-методический журнал, С. 18.
15. Куланин Е.Д., Степанов М.Е. Геометрия. Учебное пособие для 9 класса. – М.: Инос, 2001.
16. Куланин Е.Д. О взаимосвязи физики и математики. «Физика в школе». 2003. № 3, С. 76–79.
17. Робинсон Джефферс. Глубокая рана. / Американская поэзия в русских переводах. – М.: Радуга, 1983, с.259.
18. Куланин Е.Д., Федин С.Н., Федяев О.И. Геометрия. 10–11 класс. Пособие для учащихся физико-математического профиля. – М.: Рольф, Айрис-пресс, 1997.
19. Гусев В.А., Куланин Е.Д., Мякишев А.Г. Федин С.Н. Геометрия. Профильный уровень: учебник для 10 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.
20. Гусев В.А., Куланин Е.Д., Федяев О.И. Геометрия. Профильный уровень : учебник для 11 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.
21. Интервью с В.И. Арнольдом. Квант. 1990. № 7. С. 4–5 URL: [http://kvant.mccme.ru/1990/07/intervyu\\_s\\_viaroldom.htm](http://kvant.mccme.ru/1990/07/intervyu_s_viaroldom.htm)
22. Математики тоже шутят / Авт.-сост. С.Н.Федин. Изд. 3-е, испр. и доп. – М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
23. Новая антология палиндрома / Авт.-сост. Б.С.Горобец, С.Н.Федин. – М: ЛКИ, 2008.
24. Куланин Е.Д., Шихова Н.А. Геометрический фейерверк. Творческие задания на уроках математики.- М:Илекса. 2016.
25. Куланин Е.Д., Шихова Н.А. Геометрический фейерверк. Математика в школе, № 5, 2016, С. 47–59.
26. Куланин Е.Д., Шихова Н.А. Прямые Эйлера и точки Фейербаха. Математическое образование. 2012. № 2. С. 24–40.
27. Куланин Е.Д., Шихова Н.А. Окружности Эйлера вписанного и внеписанных треугольников. Математическое образование. 2016. № 3(79). С.38–48.
28. Куланин Е.Д. О происхождении термина «арифметика». Математика в школе. 2011. № 9. С. 55–57.
29. Куланин Е.Д. О происхождении термина «арифметика». Математическое образование. 2011. № 3–4. С. 52–54.
30. Степанов М.Е. Некоторые вопросы методики преподавания высшей математики. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. – Вып. 1, 2017.
31. Степанов М.Е. Образ силового поля как эвристическая модель в математике. Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – Вып. 3., 2007.
32. Степанов М.Е. Эрлангенская программа Клейна и геометрия треугольника. Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – 2015. № 1. С. 100–135.
33. Степанов М.Е. Эрлангенская программа Клейна и геометрия треугольника (часть вторая). Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – 2016. № 1. С. 60–115.
34. Степанов М.Е. Эрлангенская программа Клейна и геометрия треугольника Моделирование и анализ данных. Математическое образование. 2017. № 3(83). С. 28–42.



35. Степанов М.Е. Компьютерные технологии как средство приобщения учащегося к математической реальности. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. – Вып. 1, 2018.
36. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. О двух геометрических задачах на экстремум. Математика в школе. 2019. № 4. С. 35–40.
37. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. Еще раз о задаче Мавло. Математика в школе. 2020. № 2. С. 76–79.
38. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики. Моделирование и анализ данных. 2019. № 4. С. 127–144.
39. Куланин Е.Д., Нгуен Ву Куанг, Степанов М.Е. Осязаемая предметность с компьютерной поддержкой. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. 2019. № 4. С. 145–156.
40. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Роль образного мышления в научном мышлении. Моделирование и анализ данных. 2020. Т.10. № 2 С. 110–128.
41. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. О различных подходах к решению экстремальных задач. Моделирование и анализ данных. 2020. Т.11. № 1. С.40–60.
42. Лунгу К.Н., Норин В.П., Письменный Д.Т., Шевченко Ю.А., Куланин Е.Д. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами. Москва, 2013. Том 2 (8-е издание).
43. Медушевский Е. Георг Кантор о Дедекинде, Кронекере и о самом себе. Предисловие и перевод с польского Г.И. Синкевич. – Русский мир. –2013 г. – No8. – С. 271–299. URL: [https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz\\_v\\_licah/publish/sinkevich\\_gi/41.pdf](https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz_v_licah/publish/sinkevich_gi/41.pdf)
44. Гаусс К.Ф. Отрывки из писем и черновиков, относящиеся к неевклидовой геометрии. // Основания геометрии (сб.). – М.: ГИТТЛ, 1956.
45. Куланин Е.Д. Выдающийся ученый и человек (к 100-летию со дня рождения А.Д. Александрова), Математика в школе, № 8, 2012, с. 68–72.
46. Александров А.Д. Тупость и гений // Квант. – 1982. – № 11. – С. 12–17. Тупость и гений (окончание) // Квант. – 1982. – № 12. – С. 7–12,15.
47. Адамар Ж. Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М.: Советское радио, 1970.
48. Мазья В.Г., Шапошникова Т.О. Жак Адамар – легенда математики. – М.: МЦНМО, 2008.
49. Заболоцкий Н.А. Огонь, мерцающий в сосуде. – М.: Педагогика-Пресс, 1995, С. 224–225.
50. Пуркерт В., Ильгаудс Х.И. Георг Кантор. – Харьков: Издательство «Основа» при Харьковском государственном университете, 1991, с. 52–56.
51. Меннингер К. История цифр. Числа, символы, слова / Пер. с англ. Е.В. Ломановой – М., ЗАО Центрполиграф, 2011, С. 43–46.
52. Spoerri Theodor. Genie und Krankheit: Eine psychopathologische Untersuchung der Familie Feuerbach. – Basel: S.Karger, 1952.
53. Рид Констанс. Гильберт. – М.: Наука, 1977, С. 182–183.
54. Гессен Машиа. Совершенная строгость. Григорий Перельман: гений и задача тысячелетия. – АСТ, Corpus, 2011.
55. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=PPhKTH8NISE>



## About Pedagogical Skills, Psychological Obstacles in Learning and Science and Imaginative Thinking

**Yevgeny D. Kulanin\***

Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>

e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)

The article deals with the psychological and mathematical problems of teaching mathematics in higher education in the context of the humanitarization of mathematical education. An attempt is made to identify objective reasons that hinder the successful assimilation of the subject.

**Keywords:** teaching in higher school, pedagogy, pedagogical skills, methods of teaching mathematics in higher school, artistry in teaching, psychological pauses, humanitarization of mathematical education, mathematical jokes, psychological obstacles.

### For citation:

Kulanin Y.D. About Pedagogical Skills, Psychological Obstacles in Learning and Science and Imaginative Thinking. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 87–106. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2021110407> (In Russ., abstr. in Engl.).

### References

1. Potocki M.V. Teaching higher mathematics at the Pedagogical Institute. – M.: Enlightenment, 1975.
2. Lishevsky V.P. Pedagogical skill of a scientist. – M.: Nauka, 1975.
3. Kosmodemyanskiya.A. Theoretical mechanics and modern technology. – M.: Enlightenment, 1969.
4. Decimus Junius Juvenile. Satires. Book II. The Sixth Satire (translated by D.S. Nedovich) / Roman Satire. – Moscow: State Publishing House of Fiction, 1957, p. 61. Russian Russian diplomat's Fate
5. N.Y.Abrikosova, E.Y.Dorman; Preface, scientific ed. and commentary by M.Y. Sorokina; Introduction by D.D.MacDonald. – M.: Russian Way, 2008.
6. Myshkis A.D. Soviet Mathematicians: My Memories. – M.: LKI, 2007.
7. Mehmatians remember: 2. The issue was prepared by V.B.Demidovich. – M.: Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, 2009.
8. Martynov Oleg Pavlovich. Unarmed love / O. Martynov. – M.: Moscow. worker, 1989.
9. Demidovich B.P. Lectures on the mathematical theory of stability. – M.: Nauka, 1967.
10. Yu. S. Bogdanov, Review. B.P. Demidovich Lectures on mathematical theory of stability, Diff. Uravn., 1969, Volume 5, Number 6, 1138.
10. Lectures on the mathematical theory of stability: textbook. manual – 2nd ed. – Moscow: Publishing House of Moscow State University: Chero, 1998.

\***Yevgeny D. Kulanin**, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: [lucas03@mail.ru](mailto:lucas03@mail.ru)



11. Demidovich B.P. Lectures on the mathematical theory of stability. – Moscow: Lan, 2008.
12. URL: <https://greednews.su/demidovich-sbornik-zadach-po-matematicheskomu-analizu-skachat>
13. URL: [http://www.poesis.ru/almanah/almanah2/Beletskij/firm\\_3.htm](http://www.poesis.ru/almanah/almanah2/Beletskij/firm_3.htm)
14. E.E. Shnol. My student years / Polynomial No. 1, 2010, scientific and methodological journal, p. 18.
15. Kulanin E.D., Stepanov M.E. Geometry. Textbook for the 9th grade. – M.: iNOS, 2001.
16. Kulanin E.D. On the relationship between physics and mathematics. “Physics at school”. 2003. No. 3, pp. 76–79.
17. Robinson Jeffers. A deep wound. / American poetry in Russian translations. – Moscow: Raduga, 1983, p. 259.
18. Kulanin E.D., Fedin S.N., Fedyayev O.I. Geometry. Grade 10–11. Manual for students of physics and mathematics profile. – M.: Rolf, Iris-press, 1997.
19. Gusev V.A., Kulanin E.D., Myakishev A.G. Fedin S.N. Geometry. Profile level : textbook for 10th grade. M.: BINOM. Laboratory of Knowledge, 2010.
20. Gusev V.A., Kulanin E.D., Fedyayev O.I. Geometry. Profile level : textbook for 11th grade. M.: BINOM. Laboratory of Knowledge, 2012.
21. Interview with V.I. Arnold. Kvant. 1990. No. 7. pp. 4–5. [http://kvant.mccme.ru/1990/07/intervyu\\_u\\_s\\_viarnoldom.htm](http://kvant.mccme.ru/1990/07/intervyu_u_s_viarnoldom.htm)
22. Mathematicians are also joking / Author-comp. S.N.Fedin. Ed. 3rd, ispr. and add. – M: Book House “LIBROCOM”, 2010.
23. New anthology of palindrome / Author-comp. B.S.gOrobets, S.N.Fedin.- Moscow: LKI, 2008.
24. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Geometric fireworks. Creative tasks in math lessons. – M: Ilex. 2016.
25. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Geometric fireworks. Mathematics at School, No. 5, 2016, pp. 47–59.
26. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Euler lines and Feuerbach points. Mathematical education. 2012. No. 2. pp. 24–40.
27. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Euler circles of inscribed and non-inscribed triangles. Mathematical education. 2016. No. 3(79). pp. 38–48.
28. Kulanin E.D. About the origin of the term “arithmetic”. Math at school. 2011. No.9. pp. 55–57.
29. Kulanin E.D. About the origin of the term “arithmetic”. Mathematical education. 2011. No. 3–4. pp. 52–54.
30. Stepanov M.E. Some questions of the methodology of teaching higher mathematics. Modeling and data analysis. Scientific journal. – Issue 1, 2017.
31. Stepanov M.E. The image of a force field as a heuristic model in mathematics. Modeling and data analysis. Proceedings of the Faculty of Information Technologies of MGPPU. – Issue 3., 2007.
32. Stepanov M.E. Klein’s Erlangen program and triangle geometry. Modeling and data analysis. Proceedings of the Faculty of Information Technologies of MGPPU. – 2015. No. 1. pp. 100–135.
33. Stepanov M.E. Klein’s Erlangen program and triangle geometry (Part two). Modeling and data analysis. Proceedings of the Faculty of Information Technologies of MGPPU. – 2016. No. 1. pp. 60–115.
34. Stepanov M.E. Klein’s Erlangen program and Triangle geometry Modeling and Data analysis. Mathematical education. 2017. No. 3(83). pp. 28–42.
35. Stepanov M.E. Computer technologies as a means of introducing a student to mathematical reality. Modeling and data analysis. Scientific journal. – Issue 1, 2018.
36. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. ON two geometric problems on the extremum. Math at school. 2019. No. 4. pp. 35–40.
37. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. Once again about the Mavlo problem. Math at school. 2020. No. 2. pp. 76–79.



38. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. Propaedeutics of solving extreme problems in the school course of mathematics. *Modeling and data analysis*. 2019. No. 4. pp. 127–144.
39. Kulanin E.D., Nguyen Wu Quang, Stepanov M.E. Tangible objectivity with computer support. *Modeling and data analysis. Scientific journal*. 2019. No. 4. pp. 145–156.
40. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. The role of imaginative thinking inscientific thinking. *Modeling and data analysis*. 2020. Vol. 10. No.2. pp. 110–128.
41. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. On various approaches to solving extreme problems. *Modeling and data analysis*. 2020. Vol.11. No. 1. P. 40–60.
42. Lungu K.N., Norin V.P., Written D.T., Shevchenko Yu.A., Kulanin E.D. *Collection of problems in higher mathematics with control papers*. Moscow, 2013. Volume 2 (8th edition).
43. Medushevsky E. Georg Kantor about Dedekind, Kronecker and about himself. Preface and translation from Polish by G.I. Sinkevich. – *Russian World*. – 2013 – No8. – PP. 271–299. URL: [https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz\\_v\\_licah/publish/sinkevich\\_gi/41.pdf](https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz_v_licah/publish/sinkevich_gi/41.pdf)
44. Gauss K.F. Excerpts from letters and drafts related to non-Euclidean geometry. // *Foundations of geometry (Saturday)*. – М.: gittl, 1956.
45. Kulanin E.D. Distinguished scientist and the man (to the 100 anniversary from the birthday A.D. Alexandrov), *Mathematics in school*, No. 8, 2012, pp. 68–72.
46. Aleksandrov A.D. Stupidity and genius // *quantum*. – 1982. – No. 11. – P. 12–17. Stupidity and genius (ending) // *Kvant*. – 1982. – No. 12. – pp. 7–12, 15.
47. Hadamard J. *A study of the psychology of the invention process in the field of mathematics*. – М.: Soviet Radio, 1970.
48. Mazya V.G., Shaposhnikova T.O. Jacques Hadamard – a legend of mathematics. – М.: ICNMO, 2008.
49. Zabolotsky N.A. *Fire flickering in a vessel*. – М.: Pedagogika-Press, 1995, pp. 224–225.
50. V.Purkert, Ilgauds H.I. Georg Kantor. – Kharkiv: Publishing House “Osnova” at Kharkiv State University, 1991, pp. 52–56.
51. Menninger K. *The history of numbers. Numbers, symbols, words/Translated from English by E.V. Lomanova – М, ZAO Tsentropoligraf, 2011, pp. 43–46.*
52. Spoerri Theodor. *Genie und Krankheit: Eine psychopathologische Untersuchung der Familie Feuerbach*. – Basel: S.Karger, 1952.
53. Reed Constance. *Gilbert*. – М.: Nauka, 1977, pp. 182–183.
54. Hessen Masha. *Perfect rigor. Grigory Perelman: Genius and the Millennium Challenge*. – AST, Corpus, 2011.
55. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=PPhkTH8NISE>