4

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

MODELLING AND DATA ANALYSIS

SCIENTIFIC JOURNAL

2021

ISSN: 2219-3758
ISSN: 2311-9454 (ONLINE)

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

2021 • Том. 11 • № 4

MODELLING AND DATA ANALYSIS

SCIENTIFIC JOURNAL

2021 • Vol. 11 • № 4

Московский государственный
психолого-педагогический университет
Moscow State University
of Psychology & Education

Издаётся с 2011 года

Учредитель
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный психолого-педагогический университет»

Адрес редколлегии:
г. Москва, ул. Сретенка, 29, факультет информационных технологий
Тел.: +7 (499) 167-66-74
E-mail: mad.mgppu@gmail.com

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати.
Свидетельство о регистрации средств массовой информации
ПИ № ФС77-52058 от 7 декабря 2012 года

ISSN: 2219-3758
ISSN: 2311-9454 (online)

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

DATA ANALYSIS

CONTROL THEORY

SOFTWARE

TEACHING METHODOLOGY

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 5–20
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110401
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 5–20
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110401
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇**АНАЛИЗ ДАННЫХ**◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇◇

УДК 316.6

The Concept of an Adaptive Trainer and Assessing Its Effectiveness in a Mathematical Application

Lev S. Kuravsky*
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3375-8446
e-mail: l.s.kuravsky@gmail.com

Denis A. Pominov**
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1321-3713
e-mail: pominovda@mgppu.ru

Grigory A. Yuryev***
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/ 0000-0002-2960-6562
e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

Nataliya E. Yuryeva****
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1419-876X
e-mail: yurieva.ne@gmail.com

Mariya A. Safronova*****
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3597-6375
e-mail: mariasaf@gmail.com

Yevgeny D. Kulanin******
Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012
e-mail: lucas03@mail.ru

Svetlana N. Antipova *****
Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6642-7953
e-mail: antipovasn@mgppu.ru

Presented is a mathematical model of the self-learning adaptive trainer intended for adaptive learning and providing task selection. The approach in question is an alternative to the adaptive technologies based on the Item Response Theory. Possibility to take into account temporal dynamics of solution ability as well as smaller number of tasks that must be performed by a subject to provide the given results are among the features of the methods in use. To assess the effectiveness of the adaptive trainer concept under consideration, its web-implementation intended for training school students to solve mathematical tasks covered by the school curriculum was employed. The analysis performed revealed both high efficiency of the adaptive trainer (the mean test rating has increased 1.54 times owing to its use) and proven statistically significant influences of the adaptive training factor on the observed mathematical test results.

Keywords: adaptive learning, Markovian random processes, adaptive trainer, self-learning systems.

Acknowledgement. The work was financially supported by the Ministry of Education of the Russian Federation within the framework of State Assignment "Development and practical implementation of an adaptive training model based on the identifiable Markovian processes" dated 10 December 2021, No. 073–00041–21–10.

For citation:
Kuravsky L.S., Pominov D.A., Yuryev G.A., Yuryeva N.E., Safronova M.A., Kulanin Y.D., Antipova S.N. The Concept of an Adaptive Trainer and Assessing Its Effectiveness in a Mathematical Application. *Modelirovanie i anali dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 5–20. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110401 (In Engl., abstr. in Russ.).

Lev S. Kuravsky, Doctor of Engineering, professor, Dean of the Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3375-8446, e-mail: l.s.kuravsky@gmail.com

****Denis A. Pominov,*** Research Scholar, Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1321-3713, e-mail: pominovda@mgppu.ru

*****Grigory A. Yuryev,*** PhD in Physics and Matematics, Associate Professor, Head of Scientific Laboratory, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/ 0000-0002-2960-6562, e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

******Nataliya E. Yuryeva,*** PhD in Engineering, Research Fellow, Information Technology Center for Psychological-Ecological Studies of the Faculty Newsletter-Technologies, Research Associate, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1419-876X, e-mail: yurieva.ne@gmail.com

*******Maria A. Safronova,*** PhD in Psychology, Dean of the Faculty of Psychology of Education, Moscow State University of Psychology and Education; Ph.D. in Psychology, Research fellow of the laboratory of Theoretical and experimental issues in cultural-historical psychology, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3597-6375, e-mail: mariasaf@gmail.com

********Yevgeny D. Kulanin,*** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012, e-mail: lucas03@mail.ru

*********Svetlana N. Antipova,*** Deputy Dean for Extra-Curricular Work of the Faculty of Information Technology, Moscow State University of Psychology and Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6642-7953, e-mail: antipovasn@mgppu.ru

1. INTRODUCTION

In recent years, the popularity of e-learning that covers, in broad sense, practically all forms and ways of transmitting knowledge, abilities and skills through information and communication technologies has been increased. The approach in question has well-known advantages and disadvantages, the most significant of which is the lack of *effective adaptation of the educational process to individual characteristics and capabilities of its participants*. The problems associated with the adaptation of this kind are difficult to solve and the most topical during informal skill training, including solution of mathematical, technical, algorithmic, inventive and other problems of similar nature.

In the case of traditional teaching, these problems are usually overcome by means of interaction with a qualified teacher who taking into account known characteristics of his students, creates individual learning trajectories for them and supervises the educational process at all of its stages. Such a work, as a rule, is not amenable to automation being some type of art. It should be noted that construction of these individual trajectories requires certain forms of diagnostic solutions which clarify students' features and capabilities [19].

The problem of automating adaptive informal skill training has no satisfactory solution by now. Existing facilities of e-learning management [2, 3, 13], including learning management and content management systems, bypass this problem and solve more compliant tasks. Primarily, this situation results from both difficulties of formalization and absence of suitable mathematical tools.

Proposed in this work is the approach to solve this problem, which is based on the *adaptive testing* concept developed by the authors earlier. This concept employs trained structures represented by Markovian processes [4–12]. The approach in question is an alternative to adaptive technologies based on *the Item Response Theory (IRT)*, with the G. Rasch model being in use [1, 14–15]. This model assumes that the probability of a correct response is determined by the difference between evaluations of subject relevant ability and task difficulty. Applications of these technologies result in the following problems:

– "Static" estimates: ignoring the fact that testing results, in general, may be changed significantly over time due to subject fatigue and other factors
– Inability to take into account the time spent on performing tasks to calculate evaluations
– Performing sufficiently large number of tasks to get evaluations of reasonable accuracy
– Assessments of result reliability, which are rather complicated for practical use.

The issues presented made it topical to develop new technologies in the given field. As an approach to overcome this problem, the following is a concept of adaptive trainer based on a probabilistic model for learning informal skills, which are necessary for solving mathematical and other problems of sufficiently high complexity, with mastery in both standard techniques of constructing arguments and creative thinking being in demand. Features of the diagnostic techniques being in use to select the tasks presented are:

– Detecting and using temporal dynamics of variable subject ability to cope with the test tasks when constructing the calculated estimates
– Possibility to take into account the time spent for performing tasks when constructing the calculated estimates

– In comparison with other approaches, fewer number of presented tasks to speed up the testing process
– Advanced technique for identification of model parameters.

The given capabilities ensure advantages of the approach presented here over similar ones. It should be noted that this approach is most effective when it is necessary to organize and arrange the skills, abilities and knowledges, which are already gained (in particular, during the preparation for exams). It is less effective for the introduction to material under study.

2. THE CONCEPT OF ADAPTIVE TRAINING

When training is under way, task selection is performed with the aid of parametric mathematical models represented by *Markovian discrete-state continuous-time random processes*. Models for describing dynamics of state-to-state transitions are depicted as oriented graphs where nodes correspond to states and arcs correspond to the transitions to which the properties of Poisson flows of events are applied. In these flows, the number of events X, which fall in any time interval of length τ beginning at the time point t, is distributed according to *the Poisson Law*:

$$P_{t,\tau}\left(X=m\right)=\frac{a\left(t,\tau\right)^{m}}{m!}e^{-a\left(t,\tau\right)},$$

where $P_{t,\tau}(X=m)$ is probability of m events during the given interval, $a(t,\tau)$ is the mean of events falling in the given interval. Only stationary flows are considered here, in which $a(t,\tau)=\eta\tau$ where $\eta=const$ is transition flow rate. The accepted assumptions concerning properties of event flows are usual for applied problems as these flows (or flows which are similar to them) are often occur in practice owing to the relevant limit theorems.

Used for training results interpretation are Markovian processes with discrete states, for which both initial distributions of probabilities and observed frequencies of being in process states $F_{i,d}\left\{\mathrm{F_i}\right\}_{\mathrm{i}=0,\ldots,\mathrm{n}-1}$ at time points $\left\{t_d\right\}_{d=0,\ldots,D-1}$ are known, where i is state index, D is the number of time points at which frequencies $F_{i,d}$ are available, $0\le t_d \le T$, T is the terminal time point. Transition flow rates between the model states are fully or partially unknown (free) parameters. As time functions, probabilities of being in the process states are defined by the following set of Kolmogorov ordinary differential equations in matrix form:

$$\frac{d\mathbf{p}\left(t\right)}{dt}=\mathbf{M}(\boldsymbol{\lambda})\mathbf{p}(\mathbf{t}),$$

where $0\le t\le T$, $\mathbf{p}\left(t\right)$ represents probabilities of being in the process states, $\mathbf{M}(\boldsymbol{\lambda})$ is matrix of the transition flow rates between states, $\boldsymbol{\lambda}$ is the ordered set of these transition flow rates. Continuous-time Markovian processes with the free parameters identified by observation data are referred to hereinafter as *Markovian networks*.

To describe how the probabilities of being in the given states are changed over time Markovian networks organized according to the scheme presented in Figure 1 are applied. This scheme is a finite chain with $2n+2$ states in which transitions from state x_k ($k\neq 0$, $k\neq n$) is possible to the next state x_{k+1} or state x_{k*} solely. Available from states x_0 and x_n are only states x_1, x_{0*} and x_{n*}, respectively. Being in state x_{k*} $(k=0,...,n)$ one can go to state x_k only. For networks of the given type $\mathbf{p}(t)=\left(p_0(t),\ \cdots,\ p_n(t), p_{0*}(t),\ \cdots,\ p_{n*}(t)\right)^T$, $\lambda=\left(\lambda_0^+,\ldots,\lambda_{n-1}^+,\mu_0^+,\ldots,\mu_n^+,\mu_0^-,\ldots,\mu_n^-\right)^T$, matrix $\mathbf{M}$ has order $2n+2$.

States x_k and x_{k*} correspond to the k^{th} *substantial level* of knowledges, abilities or skills. Its own set of tasks with relevant content is defined for every k. The righter the state, the greater an allowable set of corresponding knowledges, abilities or skills. States with a larger number may (but not need) include the tasks presupposing knowledges, abilities or skills for states with a smaller number. In general case, the complete set of knowledges, abilities or skills corresponds to the rightmost state.

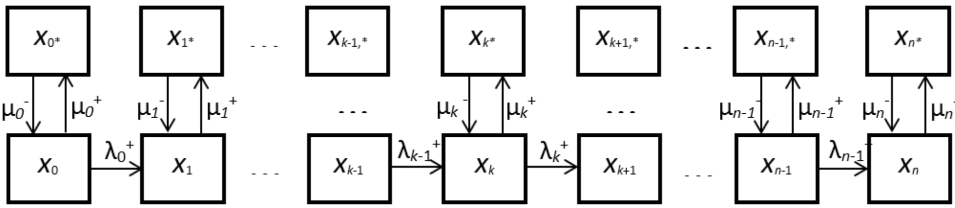

Fig. 1. Continuous-time Markovian network representing the training process: {xi}i=0,...,n and {xi}i=0,...,n are the states,* $\lambda=\left(\lambda_0^+,\ldots,\lambda_{n-1}^+,\mu_0^+,\ldots,\mu_n^+,\mu_0^-,\ldots,\mu_n^-\right)^T$ *is the set of transition flow rates between these states*

Below, the person who passes a training procedure is referred to as *a learner*. It is assumed that each learner has one of the specified *attainment levels* with indices $i \in \{0,\ldots,z\}$, where $(z+1)$ is number of these levels, with a task kit of a certain difficulty being assigned to each of these levels. Tasks of all attainment levels are assigned to each substantial level of knowledges, abilities or skills.

When a learner is in state x_k the task assigned for him is selected randomly from the task set corresponding to the given state, with time limits being applied for each task.

Transitions between the states are determined by the following rules:

– If being in state x_k a learner performs the assigned task correctly and does not exceed the prescribed time limit, he goes into state x_{k+1}
– If being in state x_k a learner performs the assigned task incorrectly and does not exceed the prescribed time limit, he remains in state x_k
– If being in state x_k and performing the assigned task a learner exceeds the prescribed time limit, he goes into state x_{k*}
– If being in state x_{k*} and performing the assigned task a learner either exceeds the prescribed time limit or performs the assigned task incorrectly and does not exceed the prescribed time limit, he remains in state x_{k*}
– If being in state x_{k*} a learner performs the assigned task correctly and does not exceed the prescribed time limit, he returns into state x_k.

A learner is assumed to be in state x_0 at the initial time point. Upon completing the training procedure under consideration he turns out in one of the states which fit his level of knowledges, abilities or skill best of all. This procedure is terminated when either overall allotted procedure time limit is exceeded or the task assigned in state x_n is completed successfully without reaching the prescribed time limit.

Free parameters of Markovian networks are identified using observed and expected histograms representing frequency distributions of model states, viz.: their estimates are calculated to get the best fit of observed and expected frequencies of being in a certain system's state at the given time points. For this purpose, calculated is a set of transition flow rates **λ**, which yiel the least value of *the Pearson statistic*:

$$X^2(\boldsymbol{\lambda}) = \sum_{d=0}^{D-1}\sum_{i=0}^{n}\left[\frac{\left(p_i(t_d)N_d - F_{i,d}\right)^2}{p_i(t_d)N_d} + \frac{\left(p_{i*}(t_d)N_d - F_{i*,d}\right)^2}{p_{i*}(t_d)N_d}\right],.$$

where $N_d = \sum_{i=0}^{n}\left(F_{i,d} + F_{i*,d}\right)$. This statistic is used as a model goodness-of-fit measure.

It has been proved that, when a set of common conditions is fulfilled, values of the Pearson statistic, which are obtained by substitution of true solutions, are asymptotically described by χ^2-distribution with $(2n+1)D-l$ degrees of freedom, where l is the number of estimated parameters. Besides, the calculated estimates of free model parameters converge in probability to a required solution with increasing sample size. This fact makes it possible to apply the statistics in question for checking the hypothesis stating that the predicted state hit frequencies fit the observation results.

Identification of continuous-time Markovian models is carried out using data samples consisting of learners' testing outcomes. Each attainment level $i \in \{0,\ldots,z\}$ is processed separately. A unique set of estimates of model parameters **λ** is associated with each attainment level. It enables further classification by figuring out an attainment level that has the best fit to observations.

To perform the corresponding procedure it is necessary to specify the set of equations $\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} = \mathbf{M}(\lambda)\mathbf{p}(\mathbf{t})$, initial conditions $\mathbf{p}(0)$, initial approximation λ^0, observed frequencies $\{F_{i,d}; F_{i*,d}\}_{i=0,\ldots,n}$ of being in the model states, integration step Δt for numerical solution of the given equation set, and accuracy of estimation. A special numerical method has been developed by authors to solve this identification problem [5]. As a result, **λ** elements which minimize functional X^2 **λ** are determined.

Knowing the model state, in which a tested learner turns out to be after solving the last task at a specified time point, and probabilities of being in this state at the specified time for each attainment level, which can be calculated using Kolmogorov equations, it is possible to estimate posterior probabilities of attainment levels with the aid of *the Bayes formulae*:

$$P(C_i|S) = \frac{P(C_i)P(S\,|\,C_i)}{\sum_{k=0}^{z}P(C_k)P(S\,|\,C_k)},$$

where C_i is an event indicating that a learner has the i^th^ attainment level ($i \in \{0,\ldots,z\}$), S is an event indicating that a learner is located in the specified model state corresponding to a specified task substantial level at the specified time, $P(C_i)$ is a prior probability for a learner to have the i^{th} attainment level, $P(S\,|\,C_i)$ is probability of being in the specified model state at the specified time given a learner has the i^{th} attainment level, $P(C_i|S)$ is probability of the i^{th} attainment level given a learner is located in the specified model state at the specified time.

The attainment level at which the highest conditional probability $P(C_{max}|S) = \max_i \{P(C_i \mid S)\}_{i=0,\ldots,z}$ is reached yields the required classification. Probability distribution $\{P(C_i \mid S)\}_{i=0,\ldots,z}$ obtained as a result of performing the assigned task sequence makes it possible to estimate the reliability of the derived classification.

Difficulty of a task assigned to a learner corresponds to the current estimate of its attainment level. At the initial time point of a training procedure the task of both the least difficulty level and the least substantial level is assigned. When a learner being in a certain model state has tried to complete yet another task, the abovementioned $z+1$ Bayesian posterior probability estimates of having the i^{th} attainment level are calculated. Herein, only those identified Markovian networks are used, which correspond to the difficulty level of the last assigned task. If it turns out that the most probable attainment level do not correspond to the result obtained after the previous task, the current attainment level is considered as the most probable one for the learner who is forced to get tasks from state x_0 (the "state reset" is executed).

It is desirable to provide some sort of "*inertness*" for such transitions to state x_0, performing them only if the difference between the highest estimated probability and the probability of a current attainment level is greater than a predetermined *threshold value*. At the end of attempts to complete tasks at the least substantial level these "state resets" are not executed.

Hence, a training procedure is reduced to assigning the tasks, successful accomplishment of which requires specified knowledges, abilities or skills in case of a certain attainment level. The formal goal is to bring a learner to the far right state of a Markovian network. This corresponds to mastering all the knowledges, abilities or skills at a certain attainment level. During a training procedure an adaptive principle of task selection is used, according to which difficulties of performed tasks must be in correspondence with the estimations of learners' attainment levels. According to the recent investigations and results of the Item Response Theory, this approach yields the best differentiation of learners by their attainment level.

Both Markovian networks and abovementioned adaptive transitions remain hidden for the learners who have access to assigned tasks only and do not know all the intrinsic mathematical details of a training procedure.

Details of the software implementation as well as results of a pilot experiment to estimate the effectiveness of this adaptive trainer concept are under consideration in paper [4].

3. SELF-LEARNING PROCEDURE

Self-learning procedure for the trainer yields solution of the following problems:

- Optimization of the parameters (transition flow rates) to be identified during collection of results in observing the trainer users;

– Development of abilities and skills through the selection of tasks, which contributes to their successful implementation and stimulates the learning process.

To solve the first problem, after collecting sufficient training results and corresponding extension of the training sample, specifying identification of Markovian processes for all attainment levels under consideration is carried out.

To solve the second problem, a square *matrix of successful transitions* $\mathbf{Q}_i = q_{uv,i}$ of order r, where r is the number of tasks used by the trainer, $q_{uv,i}$ is current sample estimation of the probability for successful performing task u providing successful performing task v by the subject of the given attainment level c_i ($i=0,\dots,z$), is gradually formed for each attainment level under consideration during the training process.

In case of transitions with increase in a substantial level (from state x_k to state x_{k+1}), a subject gets tasks that have a current probability of successful completion exceeding 0.75, if these tasks are available. Tasks that meet this condition are selected randomly. If such tasks are absent, the matrix of successful transitions is not in use. Such organization of task selection promotes the gradual development of skills and abilities by setting before the learners realistically achievable goals in the zone of the nearest development.

4. ASSESSING STATISTICAL SIGNIFICANCE OF THE ADAPTIVE TRAINING EFFECTIVENESS

To assess the effectiveness of the adaptive trainer concept under consideration, its implementation intended for training school students to solve mathematical tasks covered by the school curriculum was employed. There were *three* attainment levels and *four* substantial levels of knowledges, abilities or skills. Both details of this implementation and the information about the supporting software are given in [12, 16, 17, 18].

The experiment, in which two equivalent samples of Moscow penultimate grade school students from two different schools participated, was carried out. Both comparable samples included students with various academic performances. The students from the 1st sample (Group 1 of 24 persons) used the adaptive trainer to prepare themselves for test solution. The students from the 2nd sample (Group 2 of 23 persons) did not use the adaptive trainer at all. After the training all the experiment participants carried out the same test which results were estimated using the 100-point scale. Also evaluated are the greatest quantitative difficulty of a correctly performed task, and the number of correctly performed tasks.

4.1. Univariate Statistical Analysis

The experiments revealed high efficiency of the adaptive trainer, viz.: the given mean test rating has increased 1.54 times owing to its use.

The Mann-Whitney U Test for three observed parameters, viz.: "*The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point scale*", "*The greatest difficulty of a correctly performed task*", and "*The number of correctly performed tasks*", – revealed that:

– There are ***significant differences*** between Group 1 and Group 2 with regard to the indices "*The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point* *scale*" and "*The number of correctly performed tasks*" (correspondingly, *Mann-Whitney U Test: 147 and 169, p<0.0055 and p<0.023*)

- There is a ***trend*** for significant differences between Group 1 and Group 2 with regard to the index "*The greatest difficulty of a correctly performed task*" (*Mann-Whitney U Test: U=190, p<0.069*).

Since the student's samples (Group 1 and Group 2) differ significantly or almost significantly according to given test for all the observed parameters in question, ***the revealed effect of adaptive trainer efficiency should be considered as statistically reliable one***.

4.2. Multivariate Statistical Analysis: Structural Equation Modeling

In order to evaluate subtly the level of statistical significance for the adaptive training factor under study, *the structural equation modeling* technique was applied. The relevant factor model, which is represented in the form of path diagrams in Figure 2, takes into account both the effects of the ability to solve mathematical problems, which do not depend on the adaptive training factor, and the effects of the adaptive training factor, as well as the measurement errors, with the assessments for solving the given mathematical tasks being used as observed variables. Two student's groups represented factor structures with and without the adaptive training factor were employed in the path diagrams in use (Group 1 and Group 2 in Figure 2). The assessments under consideration were derived from the results of a mathematics test work that was the same for both student groups.

In the factor model, observed parameters represent three sorts of the test work results in question, viz.: index "*The greatest difficulty of a correctly performed task*" is given as variable A, index "*The number of correctly performed tasks*" is given as variable B, as well as index "*The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point scale*", which is represented by variable Q. In the same model, latent variables P_1 and P_2 represent the factors responsible for the abilities to solve mathematical problems, which do not depend on the adaptive training factor, for the indices "*The greatest difficulty of a correctly performed task*" and "*The number of correctly performed tasks*", respectively; latent variable M represents the adaptive training factor itself; latent variables S_1 and S_2 represent the united factors combining of the aforementioned abilities to solve mathematical problems and the adaptive training effects, if any; latent variables E_1, E_2 and E_3 represent measurement errors for relevant observed variables. Factor loadings a, b, q_1, q_2, m, p_1, p_2, e_1, e_2, e_3 and correlation r are free model parameters to be identified. The sample covariance matrix of observed variables for Group 1 is calculated using the test work results for the students who suffered the adaptive training. Accordingly, the same matrix for Group 2 is obtained for the students who performed the given mathematics test work without the preliminary adaptive training.

Free parameters of the given factor model are identified by the maximum likelihood method, with the following statistics being applied as goodness-of-fit measures to be minimized for both groups simultaneously:

$$F=F_{+}+F_{-},$$
$$F_{+} = [\ln|\mathbf{\Sigma}_{+}| - \ln|\mathbf{C}_{+}| + \mathrm{tr}(\mathbf{S}_{+}\mathbf{\Sigma}_{+}^{-1}) - n]\ (N_{+}-1),$$
$$F_{-} = [\ln|\mathbf{\Sigma}_{-}| - \ln|\mathbf{C}_{-}| + \mathrm{tr}(\mathbf{S}_{-}\mathbf{\Sigma}_{-}^{-1}) - n]\ (N_{-}-1),$$

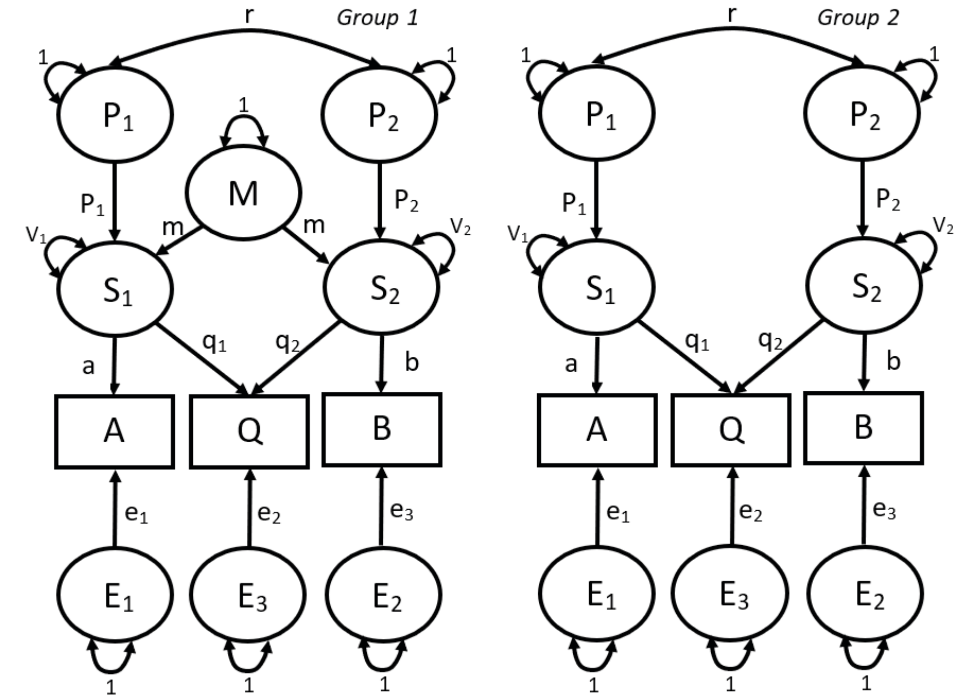

Fig. 2. Path diagrams: two groups representing the factor structures with and without the adaptive training factor M

where F is the maximum likelihood criterion in use, with F_+ and F_- being its group components; $\mathbf{C}_+$ and $\mathbf{C}_-$ are the sample covariance matrices of observed variables for Group 1 and Group 2, respectively; $\mathbf{\Sigma}_+$ and $\mathbf{\Sigma}_-$ – the corresponding expected covariance matrices of observed variables; $|\mathbf{\Sigma}_+|$, $|\mathbf{\Sigma}_-|$, $|\mathbf{C}_+|$ and $|\mathbf{C}_-|$ are determinants of relevant matrices; tr – trace of a relevant matrix; N_+ and N_- are the sample sizes used to calculate matrices $\mathbf{C}_+$ and $\mathbf{C}_-$, respectively; n is number of observed variables in a group ($n=3$). Expected covariance matrices for the groups under consideration are expressed via analytical expressions composed of free parameters and have the following form (observed parameters are given in the following order: A, B, Q):

$$\mathbf{\Sigma}_+ = \begin{pmatrix} a^2(p_1^2+m^2)+e_1^2 & & symmetrically \\ abrp_1p_2+abm^2 & b^2(p_2^2+m^2)+e_3^2 & \\ ap_1(p_1q_1+rp_2q_2)+am^2(q_1+q_2) & bp_2(p_2q_2+rp_1q_1)+bm^2(q_1+q_2) & q_1^2p_1^2+q_2^2p_2^2+2rq_1p_1q_2p_2+m^2(q_1+q_2)^2+e_2^2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{\Sigma}_- = \begin{pmatrix} a^2p_1^2+e_1^2 & & symmetrically \\ abrp_1p_2 & b^2p_2^2+e_3^2 & \\ ap_1(p_1q_1+rp_2q_2) & bp_2(p_2q_2+rp_1q_1) & q_1^2p_1^2+q_2^2p_2^2+2rq_1p_1q_2p_2+e_2^2 \end{pmatrix}.$$

Under the assumption of multivariate normal distribution of the observed variables under study the values of statistics F are described by the χ^2 distribution.

Multidimensional optimization problem should be solved numerically to identify free model parameters.

The initial saturated model under consideration has 3 observed variables, 12 independent sample statistics, 11 free model parameters and, correspondingly, 1 degree of freedom for the χ^2 distribution of *F*-statistics. Initial model optimization by reducing the number of free parameters results in $e_1=e_3=0$ with non-significant changes in the maximum likelihood criterion *F* and 3 degrees of freedom in the obtained new initial saturated model.

To assess statistical significance of the motion factor under study, the saturated model presented in Figure 2 should be compared with its reduced option without latent variable *M*. The difference in *F*-statistics between the saturated and reduced models is asymptotically distributed as χ^2, with number of degrees of freedom being equal to the difference in their numbers of degrees of freedom.

Identification of the obtained optimized initial saturated initial model yields acceptable fit for the observed and expected covariance matrices in use ($F=7.53$, $df=3$, $p<0.06$) with non-zero values for factor loading *m*. Comparing changes in *F*-statistics resulted from identifying the saturated and reduced model shows statistically significant differences attributable to effects caused by adaptive training factor *M* ($\Delta F=7.38$, $df=1$, $p<0.007$). So, ***it must be concluded that there are statistically significant influences of the adaptive training factor on the observed indices "The greatest difficulty of a correctly performed task" and "The number of correctly performed tasks" as well as on the total assessment quantity "The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point scale".***

4.3. Multivariate Statistical Analysis: Discriminant Analysis

In addition, ***the Fischer's discriminant analysis of the given indices revealed that these characteristics in total contain the information capable of dividing Group 1 and Group 2***. Corresponding results are presented in Table 1.

Table 1

Indices "The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point scale", "The greatest difficulty of a correctly performed task", and "The number of correctly performed tasks": recognition results

	% of correct recognition (Wilks' Lambda: 0.63; approx. F (3,43)=8.18; p< .0002: acceptable discrimination)	Group 1	Group 2
Group 1	70	17	7
Group 2	69	7	16
Total	**70** (14 errors of 47 cases)	24	23

Generally, it should be also noted that the results obtained with the aid of the approaches under consideration do not contradict each other, with the final conclusions being reinforced.

5. PRINCIPAL RESULTS

1. A concept of the adaptive trainer that provides selection of tasks using parametric mathematical models represented by the discrete-state continuous-time Markovian random processes has been developed.

2. Free parameters of the Markovian processes used to describe the adaptive trainer are identified with the aid of observed and expected histograms representing frequencies of being in the model states. This identification is carried out separately for each of the attainment levels under consideration.
3. Affiliation with different levels of training is determined with the aid of the Bayesian estimates.
4. Features of the diagnostic techniques used to select the tasks are:
   – Detecting and using temporal dynamics of variable subject ability to cope with the test tasks when constructing the calculated estimates
   – Possibility to take into account the time spent for performing tasks when constructing the calculated estimates
   – In comparison with other approaches, fewer number of presented tasks to speed up the testing process
   – Advanced technique for identification of model parameters.

   These capabilities ensure advantages of the presented approach over similar ones.
5. Self-learning procedure for the trainer yields solutions of both optimization problem for the identified parameters and learner's development by means of selection which promotes tasks to be performed successfully. Using the matrix of successful transitions to select tasks for the learners results in the gradual development of their skills and abilities by setting realistically achievable goals in the zone of the nearest development.
6. The experiments revealed high efficiency of the adaptive trainer, viz.: the mean test rating has increased 1.54 times owing to its use. The revealed effect of adaptive trainer efficiency for the observed test results should be considered as statistically reliable one.
7. The structural equation modeling revealed statistically significant influences of the adaptive training factor on the observed indices "The greatest difficulty of a correctly performed task" and "The number of correctly performed tasks" as well as on the total assessment quantity "The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point scale" in total.
8. The Fischer's discriminant analysis of the observed indices "The greatest difficulty of a correctly performed task", "The number of correctly performed tasks", and "The total assessment for performing the mathematical test work on a 100-point scale" revealed that these characteristics in total contain the information capable of dividing the samples of trained and untrained students.

References

1. Baker F.B. The Basics of Item Response Theory. – ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation, University of Maryland, College Park, MD. 2001.
2. Ebmodo. Connect with Students and Parents in Your Paperless Classroom. URL: https://www.edmodo.com.
3. Kats, Y. Learning Management Systems and Instructional Design: Best Practices in Online Education. – IGI Global. 2013. – ISBN 9781466639317
4. Kuravsky L.S., Margolis A.A., Marmalyuk P.A., Panfilova A.S., Yuryev G.A. Mathematical Aspects of the Adaptive Trainer Concept. – Psikhologicheskaya Nauka i Obrazovanie (Psychological Science and Education), 2016, Vol. 21, No. 2, pp. 84–95, doi: 10.17759/pse.2016210210.

5. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A. and Dumin P.N. A Numerical Technique for the Identification of Discrete-State Continuous-Time Markov Models// Applied Mathematical Sciences. Vol. 9, 2015, No. 8, pp. 379–391. URL: http://dx.doi.org/10.12988/ams. 2015.410882.
6. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Dumin P.N. and Panfilova A.S. Probabilistic Modeling of a Testing Procedure // Applied Mathematical Sciences. Vol. 9, 2015, No. 82, pp. 4053–4066. URL: http://dx.doi.org/10.12988/ams.2015.53234.
7. Kuravsky L.S., Artemenkov S.L., Yuryev G.A., Grigorenko E.L. A new approach to computerized adaptive testing. – Experimental Psychology, 2017, Vol. 10, No 3, pp. 33–45, http://dx.doi.org/10.17759/exppsy.2017100303.
8. Kuravsky L.S., Margolis A.A., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Dumin P.N. Trained Markov Models to Optimize the Order of Tasks in Psychological Testing. – Neirokompyutery: Razrabotka, Primenenie (Neurocomputers: Development, Application), 2013, No. 4, pp. 28–38 (in Russian).
9. Kuravsky L.S., Yuriev G.A. Probabilistic method of filtration artifacts in adaptive testing. – Experimental Psychology, Vol.5, No.1, 2012, p. 119–131 (in Russian).
10. Kuravsky L.S., Yuryev G.A. Using Markov Models in Test Results Processing. – Voprosy Psychologii (Problems of Psychology), 2011, No. 2, pp. 98–107 (in Russian).
11. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Belyaeva O.B. and Prokopieva O.Yu. Mathematical Foundations of Flight Crew Diagnostics Based on Videooculography Data. – Applied Mathematical Sciences, 2016, Vol. 10, No. 30, pp. 1449–1466, http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.6122.
12. Markov models in the diagnostics and prediction problems: Textbook. / Edited by L.S. Kuravsky. – 2nd Edition, Enlarged. – M.: MSUPE Edition, 2017. – 203 pp. (in Russian).
13. Moodle Open-Source Learning Platform// Moodle Pty Ltd. URL:https://moodle.org.
14. Rasch, G. Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests // Copenhagen, Danish Institute for Educational Research, Expanded Edition (1980). Chicago: The University of Chicago Press. 1960/1980.
15. Wright B.D., Masters G.N. Rating Scale Analysis. Rasch Measurements // Chicago: MESA Press. 1982. 206 pp.
16. Pominov D.A., Kuravsky L.S., Dumin P.N., Yuriev G.A. Adaptive trainer for preparing students for mathematical exams. – International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology, 2020, Vol. 11, No 11, pp. 260–268, doi 10.34218/IJARET.11.11.2020.022.
17. Pominov D.A. Adaptive trainer for preparing students for math exams. – Neirokompyutery: Razrabotka, Primenenie (Neurocomputers: Development, Application), 2021, Vol. 23, No. 2, pp. 35–42 (in Russian).
18. Pominov D.A. Model of adaptive learning and his implementation. – Modelirovaniye i analiz dannykh (Modelling and Data Analysis), 2020, Vol. 10, No 3, pp. 39–52 (in Russian).
19. Margolis A.A., Safronova M.A., Khaperskaya A.U. The view from Russia: Overcoming students' learning challenges. Research Intelligence, 2021, issue, pp. 30–31, https://www.bera.ac.uk/publication/autumn-2021.

Концепция адаптивного тренажера и оценка его эффективности в математическом обучении

Куравский Л.С.*
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3375-8446
e-mail: l.s.kuravsky@gmail.com

Поминов Д.А.**
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1321-3713
e-mail: pominovda@mgppu.ru

Юрьев Г.А.* **
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/ 0000-0002-2960-6562
e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

Юрьева Н.Е.****
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1419-876X
e-mail: yurieva.ne@gmail.com

Сафронова М.А.*****
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3597-6375
e-mail: mariasaf@gmail.com

Куланин Е.Д.******
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012
e-mail: lucas03@mail.ru

Антипова С.Н.*******
Московский государственный психолого-педагогический университет,
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6642-7953
e-mail: antipovasn@mgppu.ru

Представлена математическая модель самообучающегося адаптивного тренажера. Применяемый подход является альтернативой адаптивным технологиям, основанным на современной теории тестирования (англ. Item Response Theory). Его особенностями являются учёт временной динамики адаптивной процедуры обучения и меньшее количество заданий, которые следует выполнить для обеспечения намеченного результата. Для оценки эффективности данной концепции использовалась веб-реализация тренажера, предназначенная для обучения решению математических задач в рамках школьной программы. Проведенный анализ выявил высокую эффективность и статистически значимое влияние фактора адаптивного обучения на результаты выполнения контрольного теста.

Ключевые слова: адаптивное обучение, марковские случайные процессы, адаптивный тренажер, самообучающиеся системы.

Благодарность. Работа выполнена в рамках Государственного задания «Разработка и практическая реализация модели адаптивного обучения на основе идентифицируемых марковских процессов» Министерства просвещения Российской Федерации № 073–00041–21–10 от 10.12.2021 г.

Для цитаты:
Куравский Л.С., Поминов Д.А., Юрьев Г.А., Юрьева Н.Е., Сафронова М.А., Куланин Е.Д., Антипова С.Н. Концепция адаптивного тренажера и оценка его эффективности в математическом обучении // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 5–20. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110401

Куравский Лев Семенович, доктор технических наук, декан факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3375-8446, e-mail: l.s.kuravsky@gmail.com

****Поминов Денис Александрович,*** младший научный сотрудник, факультет информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1321-3713, e-mail: pominovda@mgppu.ru

*****Юрьев Григорий Александрович,*** кандидат физико-математических наук, доцент, заведующий научной лабораторией, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/ 0000-0002-2960-6562, e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

******Юрьева Наталия Евгеньевна,*** кандидат технических наук, научный сотрудник, центра информационных технологий для психологических исследований факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1419-876X, e-mail: yurieva.ne@gmail.com

*******Сафронова Мария Александровна,*** кандидат психологических наук, декан факультета Психология образования, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3597-6375, e-mail: mariasaf@gmail.com

********Куланин Евгений Дмитриевич,*** кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012, e-mail: lucas03@mail.ru

*********Антипова Светлана Николаевна,*** заместитель декана по внеучебной работе факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6642-7953, e-mail: antipovasn@mgppu.ru

Литература

1. *Baker F.B.* The Basics of Item Response Theory. – ERIC Clearinghouse on Assessment and Evaluation, University of Maryland, College Park, MD. 2001.
2. Ebmodo. Connect with Students and Parents in Your Paperless Classroom. URL: https://www.edmodo.com.
3. *Kats, Y.* Learning Management Systems and Instructional Design: Best Practices in Online Education. – IGI Global. 2013. – ISBN 9781466639317
4. *Куравский Л.С., Марголис А.А., Мармалюк П.А., Панфилова А.С., Юрьев Г.А.* Математические аспекты концепции адаптивного тренажера // Психологическая наука и образование. 2016. Том 21. № 2. С. 84–95. doi:10.17759/pse.2016210210
5. *Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A. and Dumin P.N.* A Numerical Technique for the Identification of Discrete-State Continuous-Time Markov Models // Applied Mathematical Sciences. Vol. 9, 2015, No. 8, pp. 379–391. URL: http://dx.doi.org/10.12988/ams. 2015.410882.
6. *Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Dumin P.N. and Panfilova A.S.* Probabilistic Modeling of a Testing Procedure // Applied Mathematical Sciences. Vol. 9, 2015, No. 82, pp. 4053–4066. URL: http://dx.doi.org/10.12988/ams.2015.53234.
7. *Kuravsky L.S., Artemenkov S.L., Yuryev G.A., Grigorenko E.L.* A new approach to computerized adaptive testing. – Experimental Psychology, 2017, Vol. 10, No 3, pp. 33–45, http://dx.doi.org/10.17759/exppsy.2017100303.
8. *Куравский Л.С., Марголис А.А., Мармалюк П.А., Юрьев Г.А., Думин П.Н.* Обучаемые марковские модели в задачах оптимизации порядка предъявления психологических тестов // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2013. №4. С.28–38.
9. *Kuravsky L.S., Yuriev G.A.* Probabilistic method of filtration artifacts in adaptive testing. – Experimental Psychology, Vol.5, No.1, 2012, p. 119–131 (in Russian).
10. *Куравский Л.С., Юрьев Г.А.* Использование марковских моделей при обработке результатов тестирования // Вопросы психологии. 2011 №2. С. 98-107/
11. *Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Belyaeva O.B. and Prokopieva O.Yu.* Mathematical Foundations of Flight Crew Diagnostics Based on Videooculography Data. – Applied Mathematical Sciences, 2016, Vol. 10, No. 30, pp. 1449–1466, http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.6122.
12. Марковские модели в задачах диагностики и прогнозирования: Учеб. пособие. / Под ред. Л.С. Куравского. – 2-е изд., доп. – М.: Изд-во МГППУ, 2017. – 203 с.: ил. – ISBN 978–5–94051–168–7.
13. Moodle Open-Source Learning Platform// Moodle Pty Ltd. URL:https://moodle.org.
14. *Rasch, G.* Probabilistic Models for Some Intelligence and Attainment Tests // Copenhagen, Danish Institute for Educational Research, Expanded Edition (1980). Chicago: The University of Chicago Press. 1960/1980.
15. *Wright B.D., Masters G.N.* Rating Scale Analysis. Rasch Measurements // Chicago: MESA Press. 1982. 206 pp.
16. *Pominov D.A., Kuravsky L.S., Dumin P.N., Yuriev G.A.* Adaptive trainer for preparing students for mathematical exams. – International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology, 2020, Vol. 11, No 11, pp. 260–268, doi 10.34218/IJARET.11.11.2020.022.
17. *Поминов Д.А.* Самообучающийся адаптивный тренажер для подготовки абитуриентов к экзаменам по математике // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2021. Т. 23. № 2. С. 35–42. – DOI 10.18127/j19998554-202102-04
18. *Поминов Д.А.* Модель процесса адаптивного обучения и его программная реализация // Моделирование и анализ данных. 2020. Том 10. № 3. С. 39–52.
19. *Margolis A.A., Safronova M.A., Khaperskaya A.U.* The view from Russia: Overcoming students' learning challenges. Research Intelligence, 2021, issue, pp. 30–31, https://www.bera.ac.uk/publication/autumn-2021.

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 21–32
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110402
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 21–32
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110402
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

◇◇◇◇◇◇◇◇◇**ТЕОРИЯ УПРАВЛЕНИЯ**◇◇◇◇◇◇◇◇◇

УДК 517.977

Синтез оптимального управления группой объектов переменного состава

Бортаковский А.С.*
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8233-4535
e-mail: asbortakov@mail.ru

Евдокимова Е.А.**
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4719-2786
e-mail: evdokimovaekan@mail.ru

В статье рассматривается задача оптимального по быстродействию управления гибридной системой переменной размерности. Проблема синтеза оптимальных гибридных систем переменной размерности представляет теоретический интерес, поскольку рассматриваемые задачи отличаются от классических задач оптимального управления детерминированными системами, а методы их решения недостаточно разработаны. Необходимость исследований определяется современными задачами проектирования сложных систем, а полученные результаты имеют практическую направленность и могут использоваться при создании систем автоматического управления.

Ключевые слова: гибридные системы переменной размерности, оптимальное управление, переключаемые системы, быстродействие.

***Бортаковский Александр Сергеевич,** доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры математической кибернетики института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8233-4535, e-mail: asbortakov@mail.ru

****Евдокимова Екатерина Андреевна,** студент магистратуры института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4719-2786 , e-mail: evdokimovaekan@mail.ru

Для цитаты:
Бортаковский А.С., Евдокимова Е.А. Синтез оптимального управления группой объектов переменного состава // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 21–32. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110402

1. ВВЕДЕНИЕ

Современные задачи управления иерархическими и многофункциональными системами актуальны в различных областях науки и техники. Цель управления, как правило, достигается в результате многоэтапного процесса при использовании разных режимов функционирования. Переключение режима работы происходит в зависимости от сложившейся операционной ситуации и состояния системы. Такая организация процесса управления характерна для гибридных систем (ГС), исследование которых идет с нарастающей интенсивностью [6;7].

В статье рассматривается задача быстродействия группы объектов переменного состава. В процессе управления количество управляемых объектов меняется, при этом, разумеется, изменяется размерность всей системы. Такие изменения считаются переключениями гибридной системы переменной размерности (ГСПР). Процесс управления заканчивается при достижении группой управляемых объектов заданных терминальных положений (целей). Задача быстродействия состоит в нахождении управления, обеспечивающего минимальное время достижения всех терминальных состояний. Число переключений определяется количеством терминальных положений, моменты переключений не заданы, а сами переключения управляемы. При этом не исключаются процессы с мгновенными многократными переключениями [3].

На основе достаточных условий разработан алгоритм синтеза оптимального управления группой подвижных объектов переменного состава. Согласно алгоритму, в результате рекуррентной минимизации вспомогательных функций находится оптимальное управление. Вспомогательными функциями являются, так называемые, образующие функции, по которым впоследствии строится «настоящая» функция цены. Эта процедура опирается на использование решений вспомогательных задач быстродействия.

Эффективность работы алгоритма демонстрируется на академическом примере. Для получения численного решения задачи была написана программа, реализующая работу алгоритма. Программа написана лишь для частного случая, описанного в статье.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На промежутке времени $\left[0, T\right]$ динамическая система совершает переключения в моменты времени t_i, $i = 1, ..., N$; они образуют неубывающую последовательность $\mathcal{T} = \left\{t_1, ..., t_N\right\}$:

$$0 \le t_1 \le ... \le t_N \le T. \tag{1}$$

Между неравными последовательными моментами переключений состояние системы изменяется непрерывно, согласно дифференциальному уравнению:

$$\dot{x}_i(t) = f_i(x_i(t), u_i(t)), \quad t \in T_i, \ i \in \mathcal{N}, \tag{2}$$

а в моменты переключений – дискретно, согласно рекуррентному уравнению

$$x_i(t_i) = g_i(x_{i-1}(t_i), v_i), \quad i = 1, ..., N. \tag{3}$$

В соотношениях (2) $\mathcal{N} \triangleq \{i = 0, 1, \ldots, N \mid t_i < t_{i+1}\}$ – множество номеров ненулевых частичных промежутков $T_i = [t_i, t_{i+1}]$ непрерывного движения системы, $t_0 \triangleq 0$, $t_{N+1} \triangleq T$; $x_i(t)$ – состояние системы в момент времени $t \in T_i$, $x_i(t) \in X_i = \mathbb{R}^{n_i}$; $u_i(t)$ – управление непрерывным движением, $t \in T_i$, $u_i(t) \in U_i \subset \mathbb{R}^{p_i}$; U_i – заданное множество допустимых значений управления, $i \in \mathcal{N}$. В уравнении (3) v_i – управление переключением системы в момент $t_i \in \mathcal{T}$, $v_i \in V_i \subset \mathbb{R}^{q_i}$, V_i – заданное множество допустимых управлений переключениями, $i = 1, ..., N$. Функция $f_i : X_i \times U_i \to \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 0, 1, ..., N$, непрерывна на всей области определения вместе с производной $\partial f_i / \partial x_i$; функция $g_i : X_{i-1} \times V_i \to \mathbb{R}^{n_i}$, $i = 1, ..., N$, ограничена. Возможное равенство последовательных моментов в (1) означает, что система совершает мгновенные многократные переключения [3].

Начальное и конечное состояния системы заданы

$$x_0(0) = x_{00}, \ x_N(T) = x_{NT}. \tag{4}$$

Множество допустимых управлений $W_0(x_{00})$ образовано упорядоченными парами $w = (u(\cdot), v(\cdot))$, $u(\cdot) = \{u_i(\cdot)\}_{i=1}^{N}$ – управление непрерывным движением, $u_i : T_i \to U_i$ – ограниченная измеримая функция, $v(\cdot) \triangleq \{(t_i, v_i) \mid t_i \in \mathcal{T}, v_i \in V_i, i = 1, ..., N\}$ – управление переключениями, $v(\cdot)$ и $u(\cdot)$ для краевых условий (4) порождают траекторию движения системы (2), (3). Множество моментов переключений $\mathcal{T} = \{t_1, ..., t_N\}$ – область определения управления $v(\cdot)$. Не исключается случай отсутствия переключений, когда $N = 0$ и $\mathcal{T} = \varnothing$ – пустое множество по определению.

Управление ГСПР осуществляется выбором моментов переключений $\mathcal{T}$, заданием управления непрерывным движением $u(\cdot)$ и управления переключениями $v(\cdot)$. Эти функции и множество образуют «управляющий комплекс».

Качество допустимого управления оценивается временем непрерывного движения системы и затратами на переключения

$$T_0(x_{00}, w) = T + \sum_{i=1}^{N} g_i^+(x_{i-1}(t_i), v_i). \tag{5}$$

Здесь $g_i^+ : X_{i-1} \times V_i \to \mathbb{R}_+$, $i = 1, ..., N$, – неотрицательные функции, каждое слагаемое $g_i^+(x_{i-1}(t_i), v_i)$ в (5) можно рассматривать как время, затраченное на переключение $x_{i-1}(t_i) \to x_i(t_i)$ под действием управления v_i, T – время непрерывного движения системы.

Требуется найти минимальное значение функционала (5) и оптимальное по быстродействию управление $w^* = (u^*(\cdot), v^*(\cdot)) \in W_0(x_0)$, на котором это значение достигается:

$$T_0(x_{00}, w^*) = \min_{w \in W_0(x_{00})} T_0(x_0, w). \tag{6}$$

3. ФУНКЦИЯ ЦЕНЫ И ЕЕ ОБРАЗУЮЩИЕ

В [4] предложен метод синтеза оптимального управления, в котором функция цены (функция Гамильтона – Якоби – Беллмана (ГЯБ)) [2] строится при помощи вспомогательных функций – образующих функции цены. Напомним, что функция цены определяется минимальным значением функционала оставшихся потерь.

Пусть $W_i\left(x_{i0}\right)$ множество допустимых управлений после i-го переключения, удовлетворяющих условию $x_i\left(0\right)=x_{i0}$. Оставшиеся переключения происходят в моменты $t_{i+1},\ldots,t_{i+k}$, образующие неубывающую последовательность:

$$0\le t_i\le t_{i+1}\le\ldots\le t_{i+k}\le T. \tag{7}$$

Количество k оставшихся переключений и сами моменты $t_{i+1},\ldots,t_{i+k}$ переключений не фиксированы, у разных допустимых управлений из $W_i\left(x_{i0}\right)$ они могут не совпадать.

На множестве $W_i\left(x_{i0}\right)$ допустимых управлений после i-го переключения определим функционал оставшихся потерь:

$$T_i\left(x_i,w\right)=T+\sum_{j=i+1}^{i+k}g_j^+\left(x_{j-1}\left(t_j\right),v_j\right). \tag{8}$$

Функция цены $\theta_i\left(x_i\right)$ после i-го переключения, по определению, равна значению функционала оставшихся потерь (8), вычисленному на оптимальном процессе, удовлетворяющем начальному условию $x_i\left(0\right)=x_{i0}$, т.е. вычисленному на множестве допустимых управлений $W_i\left(x_i\right)$:

$$\theta_i\left(x_i\right)=\min_{w\in W_i\left(x_i\right)}T_i\left(x_i,w\right). \tag{9}$$

Для задачи (6) определим образующую функции цены с k переключениями после i-го переключения, значение $\theta_i^k\left(x_i\right)$ которой равно значению функционала оставшихся потерь (8), вычисленному на процессе, который оптимален среди всех допустимых процессов, исходящих из начальной позиции $\left(0,x_i\right)$ после i-го переключения и имеющих k переключений после i-го. Если обозначить через $W_i^k\left(x_i\right)$ множество допустимых управлений из $W_i(x_i)$, имеющих k переключений, а через $T_i^k\left(x_i,w\right)$ – функционал (8) при фиксированном количестве k оставшихся переключений, то

$$\theta_i^k\left(x_i\right)=\min_{w\in W_i^k\left(x_i\right)}T_i^k\left(x_i,w\right). \tag{10}$$

Функция цены находится по своим образующим

$$\theta_i\left(x_i\right)=\min_{k\in\mathbb{Z}_+}\theta_i^k\left(x_i\right), \tag{11}$$

где $\mathbb{Z}_+$ – множество неотрицательных целых чисел.

Важную роль для нахождения образующих играет так называемая двухпозиционная функция цены $\theta_i(x_{i0}\,|\,x_{iT})$, $i=0,1,\ldots N$. Она определяется как решение задачи быстродействия для системы (2) с фиксированными концами траектории:

$$\dot{x}_i\left(t\right)=f_i\left(x_i\left(t\right),u_i\left(t\right)\right),\quad x_i\left(0\right)=x_{i0},\quad x_i\left(T\right)=x_{iT},\quad T\to\min. \tag{12}$$

При фиксированной конечной позиции функция $x_i\to\Theta_i(x_i|x_{iT})$ является функцией цены для задачи (12) и удовлетворяет уравнению ГЯБ с нулевым конечным условием

$$\min_{u \in U_i} \left[\frac{\partial \Theta_i(x_i \mid x_{iT})}{\partial x_i} f_i\left(x_i, u\right) + 1 \right] = 0, \quad \Theta_i(x_{iT} \mid x_{iT}) = 0. \tag{13}$$

При минимизации левой части уравнения ГЯБ (13) получаем оптимальное двухпозиционное управление

$$u_i(x_i \mid x_{iT}) = \arg\min_{u \in U_i} \frac{\partial \Theta_i(x_i \mid x_{iT})}{\partial x_i} f_i\left(x_i, u\right). \tag{14}$$

Считаем, что функция $\Theta_i(x_{i0} \mid x_{iT})$ определена для всех пар позиций x_{i0}, x_{iT} из X_i, тогда нахождение значения двухпозиционной функции цены при фиксированных начальной и конечной позициях сводится к решению двухточечной краевой задачи принципа максимума [5].

Нулевые образующие совпадают с двухпозиционной функцией цены

$$\theta_i^0\left(x_i\right) = \Theta_i(x_i \mid x_{iT}) \tag{15}$$

при заданном конечном состоянии x_{iT}.

Остальные образующие находятся в результате рекуррентной процедуры, для которой нулевые образующие (15) служат начальными условиями.

Пусть для некоторого номера $k \in \mathbb{N}$ известны образующие θ_i^{k-1}, $i \in \mathbb{Z}_+$. Тогда, согласно принципу оптимальности, следующие образующие θ_i^k, $i \in \mathbb{Z}_+$, удовлетворяют уравнению

$$\theta_i^k\left(x_i\right) = \min_{\hat{x}_i \in X_i} \{ \Theta_i(x_i \mid \hat{x}_i) + \min_{v \in V_{i+1}} \left[\theta_{i+1}^{k-1}\left(g_{i+1}\left(\hat{x}_i, v\right)\right) + g_{i+1}^+\left(\hat{x}_i, v\right) \right] \}. \tag{16}$$

Непрерывное движение после i-го переключения до первого из оставшихся k переключений происходит, учитывая (12), при оптимальном управлении (14), переводящим систему из позиции x_i в позицию $\hat{x}_i$, в которой совершается скачок. Оптимальность ($i+1$)-го переключения обеспечивает операция минимизации по управлению v. Поэтому выражение в фигурных скобках равно минимальному значению функционала оставшихся потерь при заданной позиции $\hat{x}_i$ переключения. Таким образом, правая часть (16) дает минимальное значение функционала (8) с k переключениями, оставшимися после i-го переключения, которое определяет образующую (10). Наименьшее значение функционала (8) вычисляется, согласно (9), (11), по образующим функции цены:

$$\min_{w \in W_i(x_i)} T_i(x_i, w) = \theta_i(x_i) = \min_{k \in \mathbb{Z}_+} \theta_i^k(x_i). \tag{17}$$

Оптимальные моменты переключений, управления непрерывным движением и переключениями составляют оптимальный «управляющий комплекс», который находится при решении уравнений (13), (16), (17). В этих уравнениях имеется четыре операции минимизации. При минимизации левой части (13) получаем оптимальное двухпозиционное управление (14). Для позиции переключения $x_{iT} = \hat{x}_i$ оно имеет вид

$$u_i(x_i \mid \hat{x}_i) = \arg\min_{u \in U_i} \frac{\partial \Theta_i(x_i \mid \hat{x}_i)}{\partial x_i} f_i\left(x_i, u\right). \tag{18}$$

При минимизации правой части (16) определяется оптимальное позиционное управление переключениями системы

$$v_{i+1}^{k}(\hat{x}_i) = \arg\min_{v\in V_{i+1}} \left[\theta_{i+1}^{k-1}\left(g_{i+1}(\hat{x}_i, v)\right) + g_{j+1}^{+}(\hat{x}_i, v)\right] \tag{19}$$

и оптимальное состояние x_i^k перед первым из оставшихся k переключений

$$x_i^k(x_i) = \arg\min_{\hat{x}_i\in X_i} \{ \Theta_i(x_i|\hat{x}_i) + \min_{v\in V_{i+1}} [\ \theta_{i+1}^{k-1}(g_{i+1}(\hat{x}_i, v)) + g_{i+1}^{+}(\hat{x}_i, v)\ ]\ \}. \tag{20}$$

Заметим, что позиционные конструкции (19), (20) зависят не только от позиции $x_i \in X_i$ системы после i-го переключения, но и количества k оставшихся переключений. Напротив, двухпозиционное управление (18) не зависит от количества оставшихся переключений. При минимизации правой части (17) находим оптимальное количество переключений, оставшихся после i-го переключения

$$k_i(x_i) = \operatorname*{argmin}_{k\in\mathbb{Z}_+} \theta_i^k(x_i). \tag{21}$$

Таким образом, оптимальное позиционное управление представляет собой «управляющий комплекс» позиционных конструкций, состоящий из функций: $u_i(x_i \mid \hat{x}_i)$ – оптимальное двухпозиционное управление (18) непрерывным движением системы, $x_i^k\left(x_i\right)$ – оптимальное управление (19) первым из k оставшихся переключений после i-го переключения.

4. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ БЫСТРОДЕЙСТВИЯ

Предполагается, что количество N целей и их положения $z_1, z_2, \ldots, z_N$ заданы, а также известны двухпозиционная функция цены $\Theta_i(x_{i0} \mid x_{iT})$ и оптимальное двухпозиционное управление $u_i(x_i \mid \hat{x}_i)$.

Шаг 1. Найти нулевые образующие θ_i^0, $i = 1, \ldots, N$, используя равенство $\theta_i^0\left(x_i\right) = \Theta_i(x_i \mid x_{iT})$.

Шаг 2. Найти первые образующие θ_i^1, $i = 1, \ldots, N-1$, решая рекуррентное уравнение

$$\theta_i^1(x_i) = \min_{\hat{x}_i\in X_i}\{ \Theta_i(x_i|\hat{x}_i) + \min_{v\in V_{i+1}} [\ \theta_{i+1}^0(g_{i+1}(\hat{x}_i, v)) + g_{i+1}^{+}(\hat{x}_i, v)]\},$$

и позиционные конструкции $v_i^1\left(x_{i-1}\right)$, $x_i^1\left(x_i\right)$, по формулам (19), (20) соответственно.

. . .

Шаг N. Найти последнюю образующую θ_0^N решая уравнение

$$\theta_0^N(x_0) = \min_{\hat{x}_0\in X_0}\{ \Theta_0(x_0|\hat{x}_0) + \min_{v\in V_1}[\ \theta_1^{N-1}(g_1(\hat{x}_0, v)) + g_1^{+}(\hat{x}_0, v)]\},$$

и конструкцию $x_0^N\left(x_0\right)$ по формуле (20).

Вычислить минимальное значение функционала

$$\min_{w\in W_i(x_i)} T_i(x_i, w) = \theta_i(x_i) = \min_{k\in\mathbb{Z}_+}\theta_i^k(x_i).$$

В результате работы алгоритма находятся оптимальные позиционные конструкции x_i^k – позиции, в которых нужно сделать переключение, и условные оптимальные управления v_i^k. Используя эти конструкции, для любых начальных позиций можно получить оптимальные траектории системы.

5. ПРИМЕР

Рассмотрим задачу быстродействия группой управляемых объектов. Движение начинает составной объект – носитель, в процессе управления от него отделяются простые объекты. При каждом переключении от носителя отделяется один простой объект и затрачивается время на разгрузку. После отделения каждый из простых объектов движется самостоятельно в направлении к соответствующей ему цели. Качество управления группой оценивается максимальным временем достижения объектами всех целей.

На промежутке времени $\left[t_0, t_F\right]$ система совершает N переключений в моменты времени $t_1, \ldots, t_N$: $t_0 \le t_1 \le \ldots \le t_N \le t_F$. При каждом переключении от носителя отделяется один простой объект, размерность системы управления увеличивается.

Непрерывное движение носителя описывается дифференциальными уравнениями:

$$\dot{x}(t) = V(t)\cos\gamma(t), \dot{y}(t) = V(t)\sin\gamma(t), \dot{\gamma}(t) = 0, \dot{M}(t) = 0, \dot{V}(t) = U(t),$$

где x, y – плоские координаты, угол γ определяет направление движения (это угол наклона вектора скорости к оси абсцисс); V – величина скорости движения, M – масса нагруженного носителя, U – ускорение. Скорость носителя ограничена: $0 \le V\left(t\right) \le V_{max}\left(M\right)$. Ускорение носителя также ограничено: $\left|U\left(t\right)\right| \le U_{max.}$

В момент переключения t_i положение носителя сохраняется, а направление его движения меняется:

$$x\left(t_i\right) = x\left(t_i - 0\right), \quad y\left(t_i\right) = y\left(t_i - 0\right), \quad \gamma\left(t_i\right) = \gamma\left(t_{i-1}\right) + \Delta\gamma\left(t_i\right)$$

$$M\left(t_i\right) = M\left(t_i - 0\right) - m, \qquad V\left(t_i\right) = 0. \tag{27}$$

В этот момент от носителя отделяется простой объект, согласно уравнениям:

$$x_i(t_i) = x(t_i), \quad y_i(t_i) = y(t_i), \quad \gamma_i(t_i) = \gamma(t_i) + \Delta\gamma_i, \tag{28}$$

состояние ранее отделившихся объектов сохраняется:

$$x_j(t_i) = x_j(t_i - 0), \;\; y_j(t_i) = y_j(t_i - 0), \;\; \gamma_j(t_i) = \gamma_j(t_i - 0), \;\; j = 1, \ldots, i. \tag{29}$$

В уравнениях (27) – (29): (x_j, y_j, γ_j)– состояние j-го простого объекта. Изменение направления движения носителя и j-го простого объекта определяется приращениями углов $\Delta\gamma(t_i)$ и $\Delta\gamma_j$ соответственно, m – масса простого объекта. Отделившиеся от носителя простые объекты движутся прямолинейно с постоянной скоростью v.

На рис. 1 представлено оптимальное по быстродействию управление непрерывным движением носителя между двумя последовательными моментами переключения.

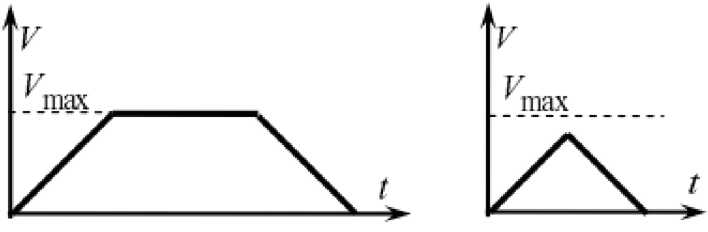

Рис.1. График изменения скорости носителя при непрерывном движении

Минимальное время непрерывного движения носителя между двумя последовательными моментами переключения определяется двухпозиционной функцией цены:

$$\Theta\left(x\left(t_i\right), y\left(t_i\right)|x\left(t_{i+1}\right), y\left(t_{i+1}\right)\right) = \begin{cases} 2\sqrt{\dfrac{2s}{U_{max}}} + \dfrac{d-2s}{V_{max}}, s \ge d, \\ 2\sqrt{\dfrac{d}{2}}, s < d, \end{cases}$$

где $s = U_{max} t_c^2$, $t_c = \dfrac{V_{max}}{U_{max}}$, $d = \left|\left(x\left(t_i\right), y\left(t_i\right)\right) - \left(x\left(t_{i+1}\right), y\left(t_{i+1}\right)\right)\right|$. Текущая максимальная скорость V_{max} определяется следующим образом: $V_{max} = \dfrac{m \cdot V_{MAX}}{M}$, где V_{MAX} – заданная максимальная скорость, M – общая масса носителя и простых объектов, m – масса простого объекта.

На отделение каждого из простых объектов затрачивается время ΔT, t_F^j – время достижения j-й цели. Качество управления группой оценивается максимальным временем достижения объектами всех целей:

$$T = \max_{j=1,\ldots,M} \{t_F^j\}. \tag{30}$$

Требуется найти наименьшее значение функционала (30) и управление, на котором это значение достигается.

«Управляющий комплекс» – количество переключений N, моменты переключений $t_1, \ldots, t_N$, управление непрерывным движением носителя $U(\cdot)$, управление переключением носителя $\left\{\Delta\gamma\left(t_i\right)\right\}_{i=1}^N$.

Образующая θ_i^k определяется максимальным временем достижения простыми объектами их терминальных положений, если i переключений уже сделано, а k осталось сделать.

Для задачи с пятью терминальными положениями образующие выглядят следующим образом:

$$\theta_5^0\left(x, y, x^1, y^1, x^2, y^2, x^3, y^3, x^4, y^4, x^5, y^5\right) = \frac{1}{v}\max\left\{\left|\left(x^1, y^1\right) - z^1\right|, \left|\left(x^2, y^2\right) - z^2\right|, \ldots, \left|\left(x^5, y^5\right) - z^5\right|\right\},$$

$$\theta_4^1\left(x, y, x^1, y^1, x^2, y^2, x^3, y^3, x^4, y^4\right) = \min_{(\hat{x}, \hat{y})}\left\{\Theta\left(x, y|\hat{x}, \hat{y}\right) + \Delta T + \theta_5^0\left(\hat{x}, \hat{y}, x^1, y^1, x^2, y^2, x^3, y^3, x^4, y^4, \hat{x}, \hat{y}\right)\right\},$$

$$\theta_3^2\left(x, y, x^1, y^1, x^2, y^2, x^3, y^3\right) = \min_{(\hat{x}, \hat{y})}\left\{\Theta\left(x, y|\hat{x}, \hat{y}\right) + \Delta T + \theta_4^1\left(\hat{x}, \hat{y}, x^1, y^1, x^2, y^2, x^3, y^3, \hat{x}, \hat{y}\right)\right\},$$

$$\theta_2^3\left(x, y, x^1, y^1, x^2, y^2\right) = \min_{(\hat{x}, \hat{y})}\left\{\Theta\left(x, y|\hat{x}, \hat{y}\right) + \Delta T + \theta_3^2\left(\hat{x}, \hat{y}, x^1, y^1, x^2, y^2, \hat{x}, \hat{y}\right)\right\},$$

$$\theta_1^4\left(x, y, x^1, y^1\right) = \min_{(\hat{x}, \hat{y})}\left\{\Theta\left(x, y|\hat{x}, \hat{y}\right) + \Delta T + \theta_2^3\left(\hat{x}, \hat{y}, x^1, y^1, \hat{x}, \hat{y}\right)\right\},$$

$$\theta_0^5\left(x, y\right) = \min_{(\hat{x}, \hat{y})}\left\{\Theta\left(x, y|\hat{x}, \hat{y}\right) + \Delta T + \theta_1^4\left(\hat{x}, \hat{y}, \hat{x}, \hat{y}\right)\right\},$$

где $\left(x, y\right)$ – положение носителя, $\left(x^i, y^i\right)$ – положение i-го простого объекта.

Функция θ_0^5 – минимум из образующих, она является функцией цены.

Для нахождения численного решения плоской задачи с пятью терминальными положениями была разработана программа, реализующая вышеописанный алгоритм. Программа представляет собой комплекс подпрограмм, обеспечивающих рекуррентную процедуру вычисления образующих. Рекуррентная процедура представляет собой каскадную минимизацию. Минимизация проводится перебором по узлам сетки в пространстве позиций носителя. Шаг задан $\varepsilon = 0.1$. Искомые функции (двухпозиционная функция цены и образующие функции цены) представляются в виде сеточных функций.

Расчёты проводились для начального состояния $\left(x(t_0), y(t_0)\right) = (0, 3)$ и положения целей $z^1 = (2, 0)$, $z^2 = (3, 0)$, $z^3 = (5, 0)$, $z^4 = (7, 0)$, $z^5 = (9, 0)$ при параметрах: $U_{max} = 10$, $V_{MAX} = 15000$, $M = 150$, $m = 10$, $v = 1$, $\text{Ä}T = 0.1$.

Получены следующие результаты: $\left(x(t_1), y(t_1)\right) = (3.6, 0.3)$, $t_1 = t_2 = t_3$, $\left(x(t_4), y(t_4)\right) = (7.6, 0.2)$, $\left(x(t_5), y(t_5)\right) = (9, 0)$, $T = 2.6766$

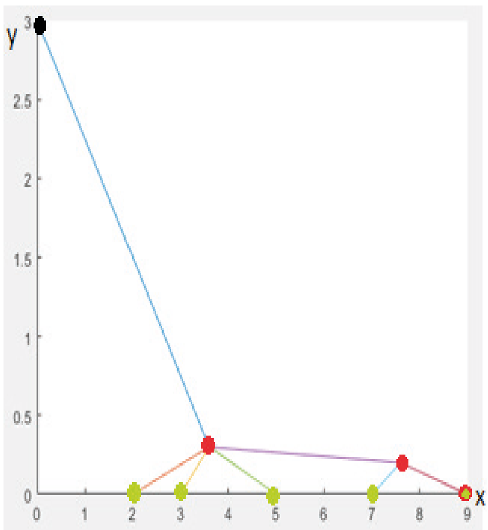

Рис. 2. Оптимальная траектория для задачи с учётом изменения массы

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработан алгоритм решения задачи быстродействия гибридной системы переменной размерности, основанный на достаточных условиях оптимальности. Его программная реализация предназначена для решения задачи управления плоским движением группы объектов переменного состава. Модели непрерывного движения объектов управления простые. В моменты переключений учитывается изменение массы и время разгрузки. Дальнейшие исследования связаны с усложнением уравнений движения, например, с использованием модели Маркова-Дубинса [1].

Литература

1. *Аграчев А.А., Сачков Ю.Л.* Геометрическая теория управления. М.: Физматлит, 2005. 392 с.
2. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 400 с.
3. *Бортаковский А.С.* Достаточные условия оптимальности гибридных систем переменной размерности // Тр. МИАН 308, 2020, С. 88–100.
4. *Бортакоаский А.С., Евдокимова Е.А.* Синтез оптимальных гибридных систем многоцелевого быстродействия // Проблемы математического анализа, вып.109, 2021. С. 39–50.
5. Математическая теория оптимальных процессов/ Л.С. Понтрягин [и д.р.] М.: Физматгиз, 1961. – 393 с.
6. *Dmitruk A.V., Kaganovich A.M.* The hybrid maximum principle is a consequence of Pontryagin maximum principle , Syst. Control Lett. 57, No. 11.P 964–970 (2008).
7. *Sussmann H.J.* A maximum principle for hybrid optimal control problems // Proc. of 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, 1999.

Synthesis of Optimal Control of a Group of Objects of Variable Dimension

Alexandr S. Bortakovskii*
MAI (National Research University), Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8233-4535
e-mail: asbortakov@mail.ru

Ekaterina A. Evdokimova**
MAI (National Research University), Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4719-2786
e-mail: evdokimovaekan@mail.ru

The article deals with the problem of time-optimal control of a hybrid system of variable dimension. The problem of synthesis of optimal hybrid systems of variable dimension is of theoretical interest, since the problems under consideration differ from the classical problems of optimal control of deterministic systems, and methods for their solution have not been developed. The need for research is determined by modern problems of designing complex aviation and rocket and space systems, and the results obtained have a practical orientation and can be used in the creation of automatic control systems.

Keywords: hybrid systems of variable dimension, optimal control, switch systems, time-optimal operation.

For citation:
Bortakovskii A.S., Evdokimova E.A. Synthesis of Optimal Control of a Group of Objects of Variable Dimension. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 21–32. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110402 (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Agrachev A.A., Sachkov U.L. Geometric control theory. Moscow: Physmathlit, 2005. 392 p.
2. Bellman R. Dynamic programmimg. Moscow: Foreign literature, 1960. 400 p.
3. Bortakovskii A.S. Sufficient optimality conditions for hybrid systems of variable dimension // Works of MIAN 308, 2020, P.88–100.
4. Bortakovskii A.S., Evdokimova E.A. Synthesis of optimal hybrid systems for multipurpose time-optimal operation // Problems of mathematical analysis, ed. 109, 2021. P. 39–50.

Alexandr S. Bortakovskii, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Mathematics and Cybernetics, Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8233-4535, e-mail: asbortakov@mail.ru

*****Ekaterina A. Evdokimova,*** Student of the Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4719-2786, e-mail: evdokimovaekan@mail.ru

5. Mathematical theory of optimal processes / L.S. Pontryagin [and others] Moscow: Fizmatgiz, 1961. 393 p.
6. Dmitruk A.V., Kaganovich A.M. The hybrid maximum principle is a consequence of Pontryagin maximum principle , Syst. Control Lett. 57, No. 11. P. 964–970 (2008).
7. Sussmann H.J. A maximum principle for hybrid optimal control problems // Proc. of 38th IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, 1999.

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 33–48
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110403
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 33–48
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110403
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

УДК 681.514

Методика расчёта рационального расстояния между робототехническими комплексами в изменяемых условиях обстановки для решения задач охраны критически важных объектов

Свиридов В.В.*
Филиал ВА РВСН им. Петра Великого
г. Серпухов, Российская Федерация
e-mail: vodiriv@list.ru

В статье рассматривается методика расчёта рационального расстояния между робототехническими комплексами на рубеже охраны. Предложенные в методике процедура, аналитическая модель и алгоритм решения научной задачи позволяют выделить моменты количественного изменения функциональных возможностей оптико-электронных средств разведки робототехнических комплексов при влиянии факторов внешней среды и нарушителя, которые в дальнейшем регламентируют переход к решению проблемы адаптивного группового управления робототехническими комплексами.

Ключевые слова: робототехнический комплекс, рациональное расстояние, рубеж охраны, недетерминированная динамическая среда, нарушитель.

Для цитаты:
Свиридов В.В. Методика расчёта рационального расстояния между робототехническими комплексами в изменяемых условиях обстановки для решения задач охраны критически важных объектов // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 33–48. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110403

1. ВВЕДЕНИЕ

В соответствии с типами критически важных объектов (КВО) [1] системы охраны подразделяются на: системы охраны стационарных КВО и системы охраны подвижных КВО.

Каждая из систем предназначена для защиты объекта от возможных диверсий, совершаемых как путём открытого нападения, так и скрытого проникновения на-

***Свиридов Виктор Викторович,** кандидат технических наук, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела. Филиал ВА РВСН им. Петра Великого, г. Серпухов, Российская Федерация, e-mail: vodiriv@list.ru

рушителей или преступных элементов в охраняемую зону на расстояния, с которых возможно поражение КВО, а также для предотвращения доступа посторонних лиц на территорию охраняемого объекта.

В настоящее время, в силу присущей подвижным объектам особенности, заключающейся в наличии на объектах личного состава, автоматизированная система охраны (АСО) выполнена в эргатическом варианте применения. При этом на человека как элемента системы охраны возложены функции распознавания нарушителей и выработки решения о применении средств поражения и управления ими. Технические средства, входящие в состав АСО, обеспечивают оператора информацией о состоянии обстановки на позиции.

Анализ задач, определяющих содержание охраны КВО, показывает, что эффективность их выполнения напрямую зависит от способности сил и средств охранения своевременно обнаружить нарушителя и обезвредить его на дальних подступах к охраняемым объектам. Качественно решить эту задачу возможно с внедрением в систему охраны технологий робототехники, которая в настоящее время является одним из приоритетных направлений, используемых при создании новых и модернизации состоящих на вооружении образцов вооружения и военной техники [2, 3, 4, 5, 6].

Качественное решение задач охраны и обороны КВО в условиях недетерминированной динамической среды обеспечивается применением групп робототехнических комплексов (РТК). Крайне актуальным в современных условиях является решение проблемы адаптивного группового управления РТК в априори неопределённой среде, которая описывается количественными и качественными характеристиками [7].

Данная проблема предписывает комплексный подход решения ряда задач: расчёт рационального расстояния между комплексами и схемы их расстановки, исходя из функциональных возможностей комплексов, условий местности и характеристик нарушителя, для последующего качественного обнаружения и распознавания нарушителя (групп нарушителей).

Существующие методики и модели рационального построения вооружения, военной и специальной техники [8, 9, 10] не в полной мере учитывают условия внешней среды, её специфику, функциональных возможностей ОЭС разведки в этих условиях, а также влияние и учёт взаимного расположения (размещения) РТК на местности.

При исследовании сложных динамических систем широкое применение находят, методы физического, математического и имитационного моделирования [11, 12], а также эвристические методы и эволюционные алгоритмы.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Научной задачей исследования является разработать методику расчёта рационального расстояния между РТК ($S^*_{РТК}$) на рубеже охраны, позволяющую сформировать рациональные схемные решения расстановки группы РТК на полевой позиции для качественного решения оперативно-тактических задач.

$$S^{*}_{PTK} = \underset{S^{*}_{PTK} \in \Omega S_{PTK}}{Arg\sup} \langle M, W, T, J \rangle, \tag{1}$$

при условии

$$t_{H.} \geq t_{PTK} \tag{2}$$

где: $M \in \{\Omega_M\}$ – условия и рельеф местности, на которой применяются РТК;
$W \in \{\Omega_W\}$ – количественные и качественные характеристики нарушителя;
$T \in \{\Omega_T\}$ – количественные и качественные характеристики оптико-электронных средств разведки РТК;
$J \in \{\Omega_J\}$ – множество РТК, вооружённых оптико-электронными средствами разведки с различными техническими характеристиками;
$t_{i.}$ – время движения нарушителя в зоне воздействия группы РТК;
t_{PTK} – суммарное время противодействия нарушителю с применением РТК.

Решение поставленной задачи сопряжено с совместным учётом влияния факторов и требует специального подхода в интересах снижения размерности задачи и повышения достоверности результатов.

3. ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ

По своей сути решение задачи (1) – (2) представляет собой задачу структурно-параметрического синтеза способов охраны КВО с применением группы РТК, при известных исходных данных $M \in \Omega_M$, $Q \in \Omega_Q$, $T \in \Omega_T$, $J \in \Omega_J$, характеризующих свои силы и средства охраны и противника. Где, с учётом условий, определяется рациональное расстояние между РТК.

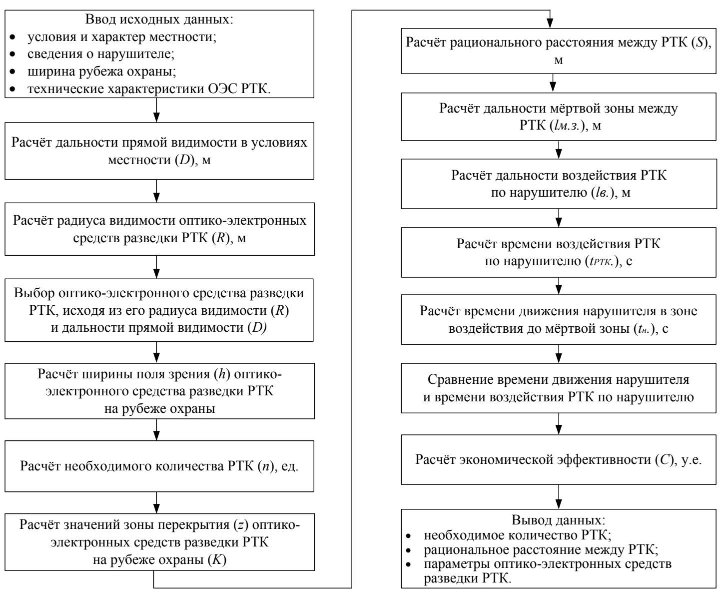

Рис. 1. Процедура расчёта рационального расстояния между РТК на рубеже охраны КВО

4. РАСЧЁТ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ РАЗВЕДКИ РОБОТОТЕХНИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА В ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ УСЛОВИЯХ ОБСТАНОВКИ

Основным в группе РТК при решении задач охраны, является адаптивное групповое взаимодействие комплексов, при котором решаются задачи по своевременному обнаружению, распознаванию нарушителей в условиях недетерминированной динамической среде [13].

Процесс обнаружения основан на регистрации изменений параметров окружающей среды при появлении объекта вторжения, т.е. сбора и обработки информации, источником или носителем которой является объект вторжения.

Таким образом, рациональная расстановка (построение) группы РТК на рубеже охраны КВО основывается на информации, которую каждый комплекс группы собирает, регистрирует и обрабатывает, используя определённые физические принципы и технические характеристики комплексов. Так, основным объектом вторжения является человек (нарушитель), основные его геометрические характеристики, в зависимости от способа его передвижения, приведены в таблице 1.

Таблица 1

Геометрические размеры нарушителя

Способ передвижения нарушителя	Геометрические размеры нарушителя		
	Высота, м	Глубина, м	Ширина, м
В рост	1,6…2,0	0,3…0,5	0,4…0,6
Согнувшись	1,0…1,3	1,2…1,3	0,4…0,6
Ползком (перекатыванием)	0,3…0,5	1,6…2,0 (0,4…0,6)	0,4…0,6 (1,6…2,0)

Массу нарушителя без снаряжения примем равной 67 ± 18 кг, а площадь поверхности его тела как единичной цели равна ≈ 0,5 м^2 (в рост) и ≈ 0,23 м^2 (лёжа).

Данные по скорости движения нарушителя сведены в таблицу 2.

Таблица 2

Предельные скорости движения человека

Величина	Способ передвижения противника			
	В рост	Согнувшись	На корточках	Ползком
Дистанция, м	30	20	6	6
V_m. м/с	6,39	5,87	2,07	1,52
σ_V **. м/с**	0,43	0,42	0,31	0,33
σ_V / V_m	0,07	0,07	0,15	0,22

Значения таблиц 1, 2 получены при проведении натурных экспериментов.

На качественное решение задачи обнаружения и распознавание нарушителя с помощью оптико-электронных средств разведки, установленных на РТК, оказывает влияние условия местности [14]. Определение метеорологической дальности видимости осуществляется по резкости видимости линии горизонта и высоте расположения РТК над уровнем моря (она складывается из высоты места наблюдения и высоты установки ОЭС комплекса) [15].

Дальность прямой видимости в лесном массиве рассчитывается по выражению [16]:

$$D_{ПВ} = \frac{I_Д^2}{\delta} k, \tag{3}$$

где $I_Д$ – среднее расстояние между деревьями; δ – средняя толщина деревьев; k – коэффициент, учитывающий случайный характер расположения деревьев. Для естественных лесных массивов $1<k<3$.

При проведении расчётов в соответствии с выражением (3) получены следующие зависимости (рисунок 2):

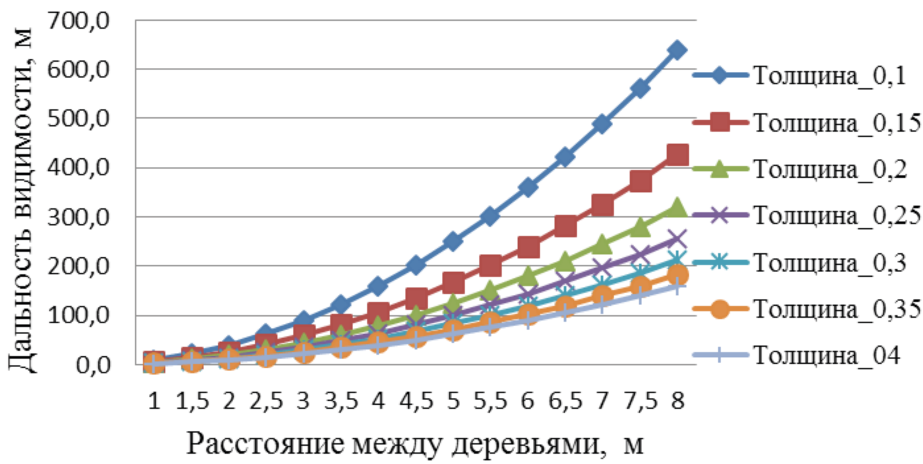

Рис. 2. Зависимость дальности видимости ($D_{ПВ}$) от расстояния между деревьями ($I_Д$) при коэффициенте $c=1$

Вероятность прямой видимости нарушителя ($P_{пр.вид.}(x)$) зависит от рельефа местности и от дальности прямой видимости в лесном массиве. На основании обработки опытных данных для вычисления $P_{пр.вид.}(x)$ предложена функция отношения дальности обнаружения нарушителя (x) к его высоте (h), при условии $D_{ПВ} \geq x$:

$$P_{об.наруш.}(x) = \exp\left(-\frac{kx}{h}\right) \cdot \exp\left(-\frac{x\delta}{D^2 c}\right), \tag{4}$$

где k – коэффициент рельефности местности и изменяется в диапазоне от 0,001 до 0,003; x – расстояние, с которого обнаружен нарушитель высотой – h.

Вероятность обнаружения нарушителя ($P_{об.пром.}(x)$) в лесистой местности является вероятностью сложного события, определяемого вероятностью выхода нарушителя в сектор обзора j – го РТК: $P_{вых.j}$; прямой видимостью нарушителя с вероятностью $P_{пр.вид.}(x)$ и вероятностью правильного его обнаружения при условии, что прямая видимость обеспечена с вероятностью $P_{ПО}.(D_{ПВ})$:

$$P_{об.наруш.}(x) = P_{вых.j} \cdot P_{пр.вид.}(x) \cdot P_{ПО.}(D_{ПВ}) \tag{5}$$

Вероятность прямой видимости нарушителя по его геометрическим размерам (см. таблицу 2) рассчитывается в соответствии с выражением 4, результаты представлены на рисунке 3.

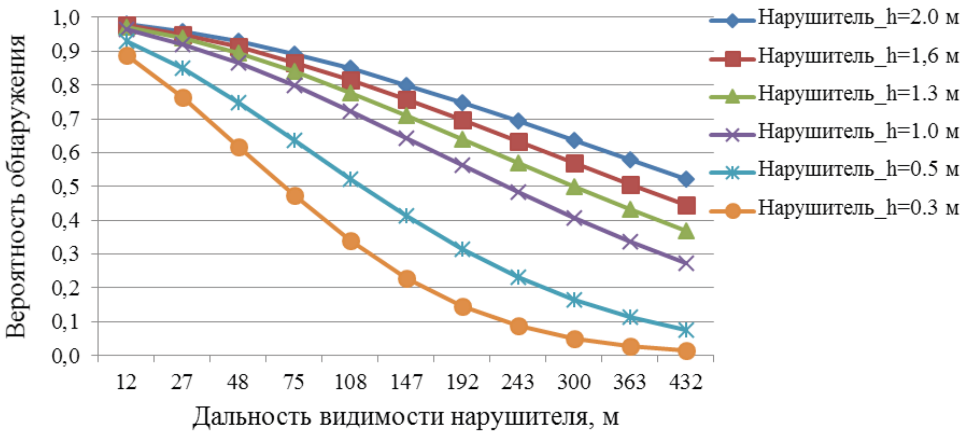

Рис. 3. Зависимость вероятности прямой видимости фигур нарушителя от расстояния

Рассчитаем предельную дальности видения оптико-электронным средством (ОЭС) разведки РТК, зависящую от угла поля зрения, по выражению:

$$R = \frac{G * Q}{\alpha(рад.)} \tag{6}$$

где G – предельный размер пикселя по горизонту (в расчётах принят 0,25 (м)); Q – разрешение ОЭС (принят тепловизор с разрешением 640x480 пикселей)); α – угол поля зрения ОЭС разведки РТК.

Результаты расчётов сведены в таблицу 3.

Таблица 3

Зависимость дальность видения нарушителя средством разведки (тепловизор) от угла его поля зрения

Угол обзора ОЭС, град.	30	40	50	60	70	80	90	100	11	120	130	140	150	160	170
Дальность видения ОЭС, м	306	229	183	153	131	115	102	92	83	76	71	65	61	57	54

С помощью имитационного моделирования, используя значения дальности прямой видимости (рисунок 3) и параметры ОЭС (таблица 3), определены функциональные возможности ОЭС разведки РТК при различных дальностях прямой видимости. Результаты моделирования представлены на рисунке 4.

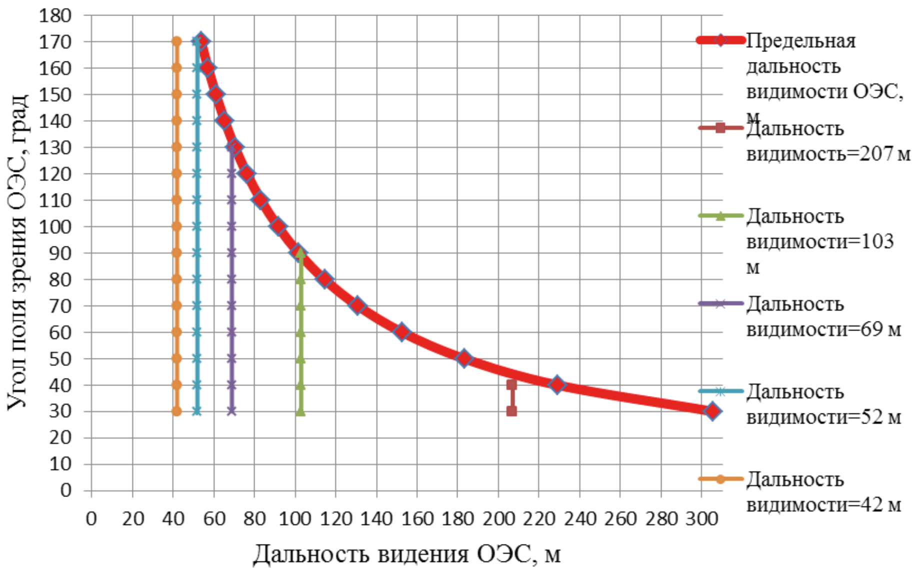

Рис. 4. Зависимость угла поля зрения ОЭС от дальности видения

По результатам моделирования (рисунок 4) определённо видно, что для качественного обнаружения нарушителя с помощью средств разведки РТК на дальности прямой видимости в 207 метров, необходимо, чтобы комплекс был вооружён ОЭС с углом поля зрения не выше 40 градусов (в нашем случае: 30 и 40 градусов); при дальности прямой видимости в 103 метра необходимо выбрать ОЭС с углом поля зрения 30–80 градусов; при дальности видимости 69 метров – от 30 до 130 градусов; при дальности прямой видимости от 52 до 42 метра, необходимо выбрать ОЭС с углом поля зрения от 30 до 170 метров.

5. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СХЕМА РАССТАНОВКИ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ КОМПЛЕКСОВ

Одной из важнейших задач совершенствования количественных и качественных показателей группы РТК является обоснование рационального их состава и построение на рубеже охраны.

Расчёт рационального расстояния между РТК требует учёта факторов, влияющих на качественное решение оперативно-тактических задач, а именно: условия и характер местности (рисунок 1, 2), возможности нарушителя и его характеристики (таблица 1, 2), функциональные возможности каждого комплекса группы (рисунок 3), а также специфику самого объекта охраны.

Функциональные возможности РТК позволяют размещать комплексы как одиночно, так и в сосредоточенном порядке, т.е. неравномерность их расположения на охраняемой территории.

Агломерация [8], т.е. сосредоточение РТК в группы, в зависимости от условий недетерминированной динамической среды, требует геометрического построения схемы расположения группы РТК на рубеже охраны.

Для вывода аналитической зависимости для расчёта рационального расстояния между РТК на рубеже охраны и дальнейшего моделирования, необходимо построить геометрическую схему рационального расстояния между РТК на рубеже охраны (рисунок 5), где: K – ширина рубежа охраны, (м); h – ширина обзора ОЭС разведки одним РТК на рубеже охраны, (м); α – угол поля зрения ОЭС разведки одного РТК (град); $l_{м.з.}$ – расстояние мёртвой зоны между РТК, (м); $l_в$ – расстояние, на котором РТК может воздействовать на нарушителя, (м); z – ширина перекрытия полей обзора РТК, (м); S – рациональное расстояние между РТК, (м).

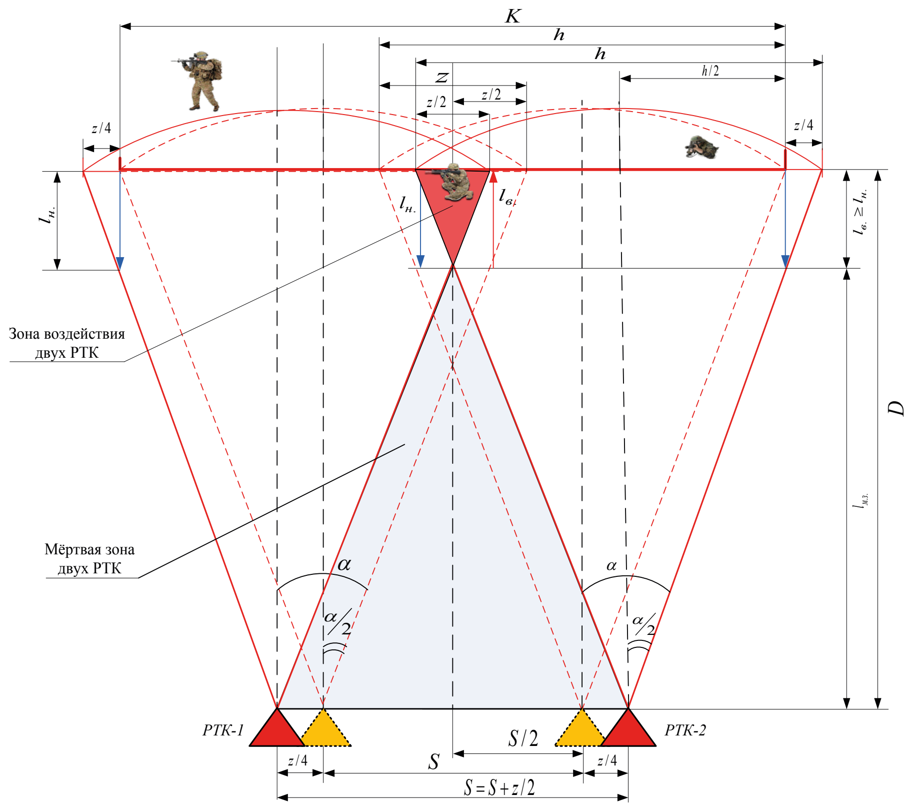

Рис. 5. Геометрическая схема расчёта рационального расстояния между РТК

Как пример, на рисунке 5 рассматриваются два РТК, имеющих на вооружении оптико-электронные средства разведки с одинаковым полем зрения (*h*), охраняющие рубеж шириной (*K*) на дальности прямой видимости (*D*). При этом, рациональное расстояние ($S^* = S + z/2$) между РТК позволяет своевременно обнаружить нарушителя в зоне воздействия, т.е. сохраняется условие $t_{н.} \geq t_{РТК}$, где $t_{н.}$ – время движения нарушителя в зоне воздействия, (с); $t_{РТК}$ – суммарное время противодействия нарушителю с применением РТК, (с).

Построение вариантов геометрической схемы расчёта рационального расстояния между РТК с учётом дальности прямой видимости в условиях местности и качественных характеристик нарушителя, возможно для различных углов поля зрения ОЭС разведки РТК, а также при различной ширины рубежа охраны.

6. АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЁТА РАЦИОНАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИМИ КОМПЛЕКСАМИ

В соответствии с поставленной задачей (1) – (2), сформулированной процедурой решения задачи (рисунок 1), геометрической схемой (рисунок 5) выведем аналитическую зависимость расчёта рационального расстояния между РТК.

Исходные данные:

1. Скорость нарушителя $V_{i.}$ В соответствии с таблицей 2 примем равной 6,39 м/с.
2. Время реакции РТК для воздействия на нарушителя:

$$t_{РТК} = t_{р.} + t_{нав.} + t_{п.р.} + t_{пор.}, \tag{7}$$

где $t_{р.}$ – время реакции подсистемы обнаружения РТК при появлении нарушителя в зоне наблюдения, (с);

$t_{нав.}$ – время наведения оружия РТК на нарушителя, (с);

$t_{п.р.}$ – время принятие решения системой управления на поражение нарушителя, (с). Данное время складывается из: поиска в базе данных РТК наиболее подходящего образа нарушителя; выбора уязвимого места на видимой части нарушителя и расчёта количества боеприпасов для его поражения с вероятностью не ниже требуемой.

$t_{пор.}$ – время полёта пули, выпущенной из средства вооружения РТК до нарушителя. Данным временем в вычислениях пренебрегаем, т.к. оно мало.

По результатам имитационного моделирования установлено, что время воздействия РТК по нарушителю $t_{РТК} \approx 3,5$ с.

В соответствии с расчётами, максимальное расстояние ($l_{i.}$), которое может пройти нарушитель (см. рисунок 5) от рубежа охраны до РТК $l_{н.} = V_{н.} \cdot t_{РТК} = 22,4$ м.

3. Ширина рубежа охраны КВО с применением группы РТК – (*K*).

Последовательность вывода аналитической зависимости представлена ниже.

1. Определим ширину поля зрения оптико-электронного средства разведки РТК (*h*) на дальности рубежа охраны (*K*):

$$h/2 = d \cdot tg(\alpha/2), \tag{8}$$

соответственно:

$$h = 2d \cdot tg(\alpha/2). \qquad (9)$$

2. Определим зону перекрытия между полями зрения ОЭС РТК (z) по выражению:

$$z = 2h - K = 2 \cdot 2d \cdot tg(\alpha/2) = 4d \cdot tg(\alpha/2). \qquad (10)$$

3. Определим расстояние между РТК:

$$S = K - h = K - 2d \cdot tg(\alpha/2). \qquad (11)$$

4. Определим расстояние мёртвой зоны:

$$l_{\text{м.з.}} = \frac{S}{2} \cdot tg(90 - \alpha/2) = \frac{K - 2d \cdot tg(\alpha/2)}{2} \cdot tg(90 - \alpha/2). \qquad (12)$$

5. Определим в зоне перекрытия ОЭС (z) кратчайшее расстояние, которое может пройти нарушитель в зоне видения группы РТК, чтобы выйти из неё и попасть в мёртвую зону, при этом должно сохраняться условие $l_{i\,.} \le l_{\hat{a}.}$:

$$l_{в.} = d - l_{\text{м.з.}} = d - \frac{K - 2d \cdot tg(\alpha/2)}{2} \cdot tg(90 - \alpha/2). \qquad (13)$$

6. По результатам имитационного моделирования установлено, что при стохастических маршрутах движения нарушителя, на краях рубежа охраны РТК за время $t_{РТК}$ (выражение 7) не успевает воздействовать по нарушителю.

Результаты имитационного моделирования показали, что при увеличении расстояния между РТК (S) на $z/2$

$$S^{*} = S + z/2 \qquad (14)$$

т.е. каждый комплекс необходимо переместить друг от друга на $z/4$, при сохранении условия задачи $t_{н} \ge t_{РТК}$.

Таким образом, отсутствует необходимость замены ОЭС разведки РТК на больший угол поля зрения.

7. АЛГОРИТМ РАСЧЁТА РАЦИОНАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИМИ КОМПЛЕКСАМИ

На рисунке 6 представлен алгоритм расчёта рационального расстояния между РТК на рубеже охраны КВО, которые могут вооружаться оптико-электронными средствами разведки.

Основой разработки представленного алгоритма является системный подход, при котором процесс решения научной задачи (1) и (2) представляется как функционирование во времени некоторой динамической системы, состоящей из группы робототехнических комплексов, в условиях недетерминированной динамической среды.

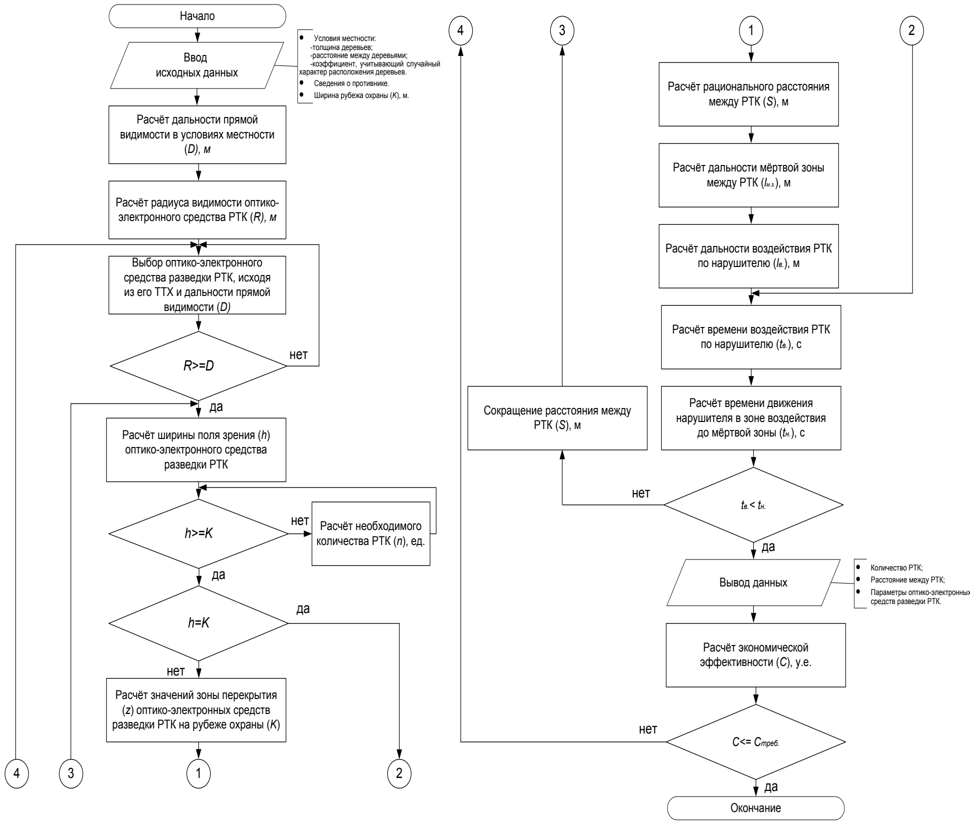

Рис. 6. Алгоритм расчёта рационального расстояния между РТК на рубеже охраны КВО

8. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

По результатам моделирования получены следующие зависимости:

1. Влияние условий и характера местности на выбор рационального расстояния между РТК, при углах поля зрения ОЭС разведки в 30 и 40 градусов соответственно (рисунки 7, 8).

Необходимо отметить, что моделирование проводилось для сложных условий местности (густой лес) при различных коэффициентах (k), учитывающих случайный характер расположения деревьев. Анализ результатов моделирования показал, что при одних и тех же функциональных возможностях ОЭС (рисунок 7), при коэффициенте $k=1$ максимальное расстояние между комплексами равно 44,8 (м); при $k=2$ максимальное расстояние 31,5 (м); при $k=3$ максимальное расстояние равно 27,5 (м). Если сравнивать результаты моделирования при разных функциональных возможностях ОЭС разведки РТК (30 и 40 градусов) (рисунки 7 и 8), соответственно, то, при одних и тех же условиях местности при $k=2$ и дальности видения ОЭС

69 (м), максимальное значение расстояния между комплексами равно 31,5 (м) и 49,8 (м), соответственно.

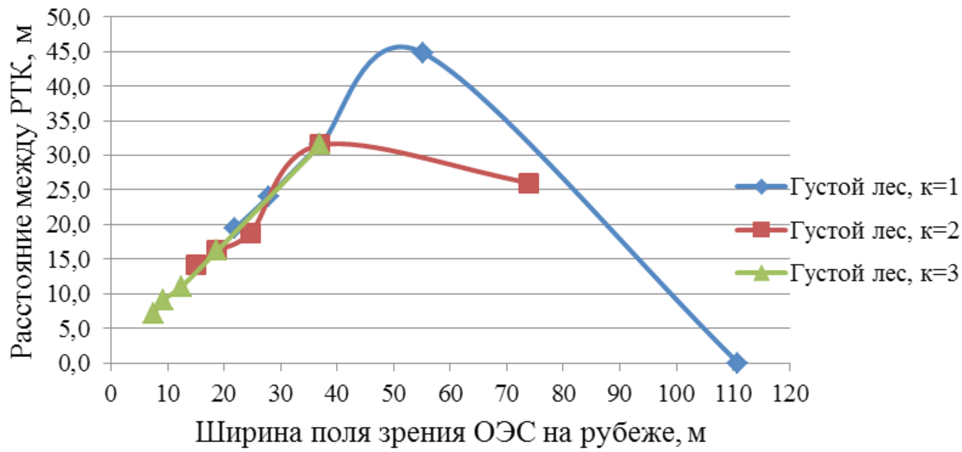

Рис. 7. Влияние условий местности на выбор рационального расстояния между РТК, при угле поля зрения ОЭС в 30 градусов

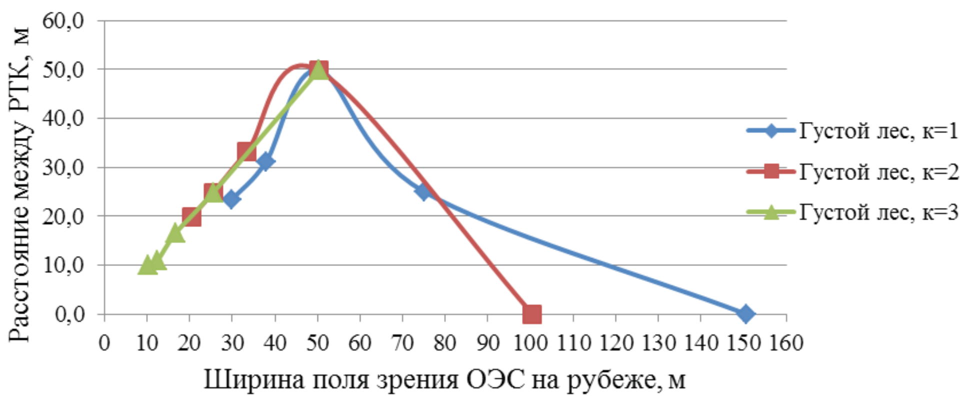

Рис. 8. Влияние условий местности на выбор рационального расстояния между РТК, при угле поля зрения ОЭС в 40 градусов

2. Расчёт необходимого количества РТК на рубеже охраны в 100 метров и рационального расстояния между ними для качественного решения задачи, в наихудших условиях местности, результаты моделирования представлены на рисунке 9.

По результатам моделирования можно сделать вывод, что при неизменной ширине рубежа охраны (100 м) и неизменном угле поля зрения ОЭС разведки РТК (30 градусов) при густом лесе с *k=1* и дальности прямой видимости в 207 (м) потребуется 1 единица РТК, при том же *k=1*, но дальности прямой видимости в 41 (м) потребуется 5 единиц РТК. Изменив коэффициент *k=3*, при дальности прямой видимости в 69 (м) потребуется 3 единицы РТК, при том же *k=3*, но дальности прямой видимости в 14 (м) потребуется 14 единиц РТК.

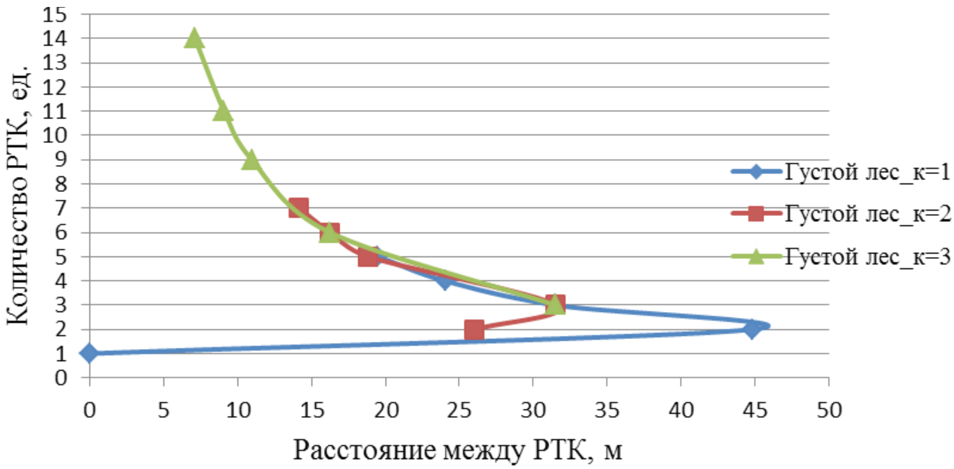

Рис. 9. Необходимое количество РТК на рубеже охраны
в 100 метров в наихудших условиях местности

9. ВЫВОДЫ

Таким образом, рассматриваемая методика расчёта рационального расстояния между РТК в изменяемых условиях обстановки для решения задач охраны КВО представляет собой упорядоченную совокупность научных результатов, в виде аналитической модели, процедуры, алгоритма и геометрической схемы расстановки РТК, позволяющих рассчитать необходимое количество РТК и рациональное расстояние между ними на рубеже охраны для качественного решения поставленной задачи.

Предложенная методика расчёта рационального расстояния между РТК позволит оценить оперативность и достоверность обнаружения и распознавания нарушителя до проведения натурных испытаний и ускорить разработку адаптивной системы группового управления РТК при решении задач охраны критически важных объектов.

Литература

1. *В.В. Кузьмичев, Д.А. Скрипачев.* ФЦНВТ и безопасность критически важных объектов. Сборник научных трудов. М.: ФГУП «СНПО «Элерон», 2011. 235 с.
2. Указ Президента Российской федерации от 10.10.2019 № 490 «О развитии искусственного интеллекта в Российской Федерации».
3. Указ Президента Российской федерации от 16.12.2015 № 623 «О Национальном центре развития технологий и базовых элементов робототехники».
4. *Каляев И.А., Рубцов И.В.* Боевым роботам нужна программа // Национальная оборона. 2012. № 8(77). С. 34–48.

5. *Сердюк П., Слюсар В.* Средства связи с наземными роботизированными системами. Современное состояние и перспективы // Электроника. Наука, технология, бизнес. 2014. № 7(00139). С. 66–74.
6. *Хрипунов С.П., Благодарящев И.В., Чиров Д.С.* Военная робототехника: современные тренды и векторы развития // Тренды и управление. 2015. № 4. С. 410–422.
7. *Свиридов В.В.* Применение робототехнических комплексов охраны и обороны критически важных объектов Ракетных войск стратегического назначения. М.: Военная мысль, 2021. С. 57–64.
8. *Шмелёв О.Б.* Метод обоснования рационального состава и построения группировки зенитных ракетных войск на стратегическом направлении // Военная мысль. 2020. Выпуск № 11. 25–32 с.
9. *Валеев М.Г., Ахмеров Е.Н., Ахмеров Д.Е.* Основные подходы к обоснованию группировок войск противовоздушной обороны на стратегических направлениях // Военная Мысль. 2015. Выпуск № 9. С. 53–58.
10. *Ворошилов С.В., Кулешов А.В., Перекосов Ю.П.* О выборе рационального варианта размещения на местности группировки пво св на основе комплексной модели с использованием цифровой карты // Системи обробки інформації, Выпуск 10 (38), 2004. ISSN 1681–7710.
11. *Деменко М.П., Кулешов О.В,. Перекосов Ю.П.* Методичний підхід до оцінки стійкості управління підрозділами ППО СВ // Зб. наук. праць. – Х.:ХВУ. – 2002. – Вип. 3 (41). – С. 14–16.
12. *Кулешов А.В., Онищенко В.Н., Перекосов Ю.П., Евтушенко И.М.* Методика оценки эффективности системы ПВО оперативно – тактического уровня на основе комплексной модели реального времени // Зб. наук. праць. – Х.:ХВУ. – 2001. – Вип. 4 (39). – С. 111–114.
13. *Свиридов В.В., Лазарев В.М.* Математическая модель оценки функциональных возможностей робототехнических комплексов по противодействию противнику на основе уравнений динамики высокоорганизованного боя / Информатика и системы управления. ISSN 1814–2400, Благовещенск, 2021. С. 23–33.
14. *Пушкарёв Ю.А., Свиридов В.В.* Модель оценки качества характеристик робототехнического комплекса для обнаружения нарушителя в лесистой местности // Математическое моделирование и численные методы. МГТУ им. Н.Э.Баумана. 2021.
15. *Шаранов В.В.* Наблюдение и видимость / http://vrazvedka.ru/main/learning/vopros-ob/sharonov_03.html/, 2009.
16. *Симонян Р.Г., Гришин С.В.* Разведка в особых условиях. – М.: Воениздат, 1975. 356 с.

Methodology for Calculating the Rational Distance between Robotic Systems in Changing Conditions for Solving the Problems of Protecting Critical Facilities

Viktor V. Sviridov*
Branch of the VA Strategic Missile Forces named after Peter the Great
Serpukhov, Russia
e-mail: vodiriv@list.ru

The article discusses the method of calculating the rational distance between robotic complexes at the border of protection. The procedure, analytical model and algorithm for solving the scientific problem proposed in the methodology allow us to distinguish the moments of quantitative change in the functional capabilities of optical-electronic means of reconnaissance of robotic complexes under the influence of environmental factors and the violator, who further regulate the transition to solving the problem of adaptive group control of robotic complexes.

Keywords: robotic complex, rational distance, frontier of protection, non-deterministic dynamic environment, intruder.

For citation:
Sviridov V.V. Methodology for Calculating the Rational Distance between Robotic Systems in Changing Conditions for Solving the Problems of Protecting Critical Facilities. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 33–48 . DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110403 (In Russ.,abstr. in Engl.).

References

1. V.V. Kuzmichev, D.A. Skripachev. FTVET and safety of critical facilities. Collection of scientific works. M.: FSUE “SNPO” Eleron, “2011. 235 p.
2. Decree of the President of the Russian Federation dated 10.10.2019 No. 490 “On the Development of Artificial Intelligence in the Russian Federation.”
3. Decree of the President of the Russian Federation dated 16.12.2015 No. 623 “On the National Center for the Development of Technologies and Basic Elements of Robotics.”
4. Kalyaev I.A., Rubtsov I.V. Combat robots need a program // National Defense. 2012. № 8(77). P. 34–48.
5. Serdyuk P., Slusar V. Means of communication with ground-based robotic systems. Current State and Prospects // Electronics. Science, technology, business. 2014. № 7(00139). P. 66–74.
6. Khripunov S.P., Thanksgiving I.V., Chirov D.S. Military robotics: modern trends and vectors of development // Trends and management. 2015. № 4. P. 410–422.
7. Sviridov V.V. The use of robotic systems for the protection and defense of critical objects of the Strategic Missile Forces. M.: Military thought, 2021. P. 57–64.

**** Viktor V. Sviridov,*** Candidate of Technical Sciences, Senior Researcher, Research Department. Branch of VA Strategic Missile Forces named after Peter the Great, Serpukhov, Russia, e-mail: vodiriv@list.ru

8. Shmelev O.B. Method of substantiating the rational composition and construction of a group of anti-aircraft missile forces in a strategic direction // Military thought. 2020. Issue № 11. 25–32 p.
9. Valeev M.G., Akhmerov E.N., Akhmerov D.E. The main approaches to the justification of air defense groups in strategic directions // Military Thought. 2015. Issue № 9. P. 53–58.
10. Voroshilov S.V., Kuleshov A.V., Perekosov Yu.P. On the choice of a rational option for placing an air defense group on the ground based on an integrated model using a digital map//System wraps, informatsiї Issue 10 (38), 2004. ISSN 1681–7710.
11. M.P. Demenko, O. Kuleshov. In. Distortions Yu.P. Metodichny підхід to an ots_nka стійкості управління p_drozd_lam of PPO SV/ZB. sciences. daddy. – X.: XVU. – 2002. “Veep. 3 (41). P. 14–16.
12. Kuleshov A.V., Onishchenko V.N., Perekosov Yu.P., Yevtushenko I.M. Methodology for assessing the effectiveness of the air defense system of an operational – tactical level based on an integrated real-time model // Zb. sciences. daddy. – X.: XVU. – 2001. “Veep. 4 (39). P. 111–114.
13. Sviridov V.V., Lazarev V.M. Mathematical model for assessing the functional capabilities of robotic complexes to counter the enemy based on the equations of dynamics of highly organized combat/Informatics and control systems. ISSN 1814–2400, Blagoveshchensk, 2021. P. 23–33.
14. Pushkarev Yu.A., Sviridov V.V. Model for assessing the quality of the characteristics of a robotic complex for detecting an intruder in a wooded area//Mathematical modeling and numerical methods. MSTU named after N.E.Baumana. 2021.
15. Sharanov V.V. Observation and Visibility / http://vrazvedka.ru/main/learning/vopros-ob/sharonov_03.html/, 2009.
16. Simonyan R.G., Grishin S.V. Exploration in special conditions. – M.: Military building, 1975. 356 p.

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 49–58
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110404
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 49–58
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110404
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

◇◇◇◇◇◇◇◇КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ◇◇◇◇◇◇◇◇

УДК 519.854.3

Применение задачи Джонсона для решения прикладных задач

Волкова Т.Б.*
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1111
e-mail: tbvolkova@mail.ru

Осокина А.Д.**
Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1122
e-mail: nastaosokina2@gmail.com

В данной статье рассматривается применение алгоритма Джонсона для анализа работы волонтерской справочной службы и работы интернет-магазина в случае, если исходные данные для алгоритма – случайные числа из заданного интервала. Для этого разработана программа решения задачи Джонсона для моделирования работы, т.е. имитации обработки заявок (заказов, звонков), написанная на языке программирования Python с использованием IDE – PyCharm 2021.1, Qt Designer и PyQt5, в которой время обработки заявок является случайной величиной из заданного интервала. Анализ полученных результатов позволяет давать рекомендации о количестве заявок, которые может обработать обслуживающая система, если время обработки случайно, но принадлежит заданному интервалу, а также прогнозировать время ожидания поступления заявок.

Ключевые слова: задача Джонсона, целочисленное программирование

***Волкова Татьяна Борисовна,** кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры математической кибернетики института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1111, e-mail: tbvolkova@mail.ru

****Осокина Анастасия Дмитриевна,** студентка магистратуры института «Информационные технологии и прикладная математика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1122, e-mail: nastaosokina2@gmail.com

Для цитаты:
Волкова Т.Б., Осокина А.Д. Применение задачи Джонсона для решения прикладных задач // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 49–58. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110404

1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение и решение многих проблем, возникающих из-за их сложности в области экономики, планирования, инженерии и других областях, осуществляется на основе математических моделей, в том числе аппарата целочисленного линейного программирования (ЦЛП). Целочисленное условие позволяет учитывать такие факторы, как неделимость объектов, дискретность процессов, наличие альтернатив, фиксированные надбавки и ряд других факторов.

В статье на примере дискретной задачи планирования производства с интервальными данными использован алгоритм Джонсона – один из алгоритмов целочисленного программирования, позволяющий решать задачи оперативно-календарного планирования работы машин для предприятий мелкосерийного и единичного производства.

Идеи этого метода могут быть использованы для решения таких актуальных задач как поиск наилучшего распределения времени и материальных ресурсов при выполнении заданного множества технологических операций; нахождение кратчайшего пути между всеми парами вершин взвешенного ориентированного графа; поиска наилучшего распределения мест в очереди работ при известной и фиксированной их продолжительности и др.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДЖОНСОНА И АЛГОРИТМЫ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Пусть $N = \{1, 2, \dots, n\}$ – множество работ, которые выполняются на $m(m = 2,3)$ машинах, каждая из которых имеет свой номер; пусть t_{ij} - время выполнения *i*-ой работы на *j*-ой машине. Время простоя вычисляется по формуле:

$$\max_{i,j}\left(t_{11}, t_{11} + t_{21} - t_{12}, t_{11} + t_{21} + t_{31} - t_{12} - t_{22}, \dots, \sum_{i=1}^{n} t_{i1} - \sum_{j=1}^{n-1} t_{j2}\right), \tag{1}$$

где t_{i1}, t_{j2} – время выполнения работы на первой и второй машине соответственно;
n – количество выполняемых работ.

Требуется так организовать выполнение работ, чтобы суммарное время простоя машин оказалось минимальным.

2.1 Алгоритм решения задачи Джонсона для двух машин

1. Составляется матрица времени выполнения работ для первой и второй машины.
2. В полученной матрице фиксируется минимальный по времени в любом столбце элемент.
3. Если минимальное время обработки этого элемента на первой машине, то этот элемент перемещается в начало очереди, а если на второй машине, то в конец очереди.

4. Обработанный элемент исключается из матрицы.
5. Если еще остались не обработанные элементы, то переходим к п.2. Если элементов не осталось, то переходим к п.6.
6. Вычисляется время ожидания по формуле (1).

2.2 Алгоритм решения задачи Джонсона для трех машин

1. Записывается матрица времени выполнения работ на 3-х машинах.
2. Осуществляется проверка выполнения одного из следующих условий:
   - $\min\limits_i t_{i1} \geq \max\limits_i t_{i2}$, (2)
   - $\min\limits_i t_{i3} \geq \max\limits_i t_{i2}$, где t_{ij} – элемент матрицы времени. (3)
3. Если одно из условий выполняется, строится новая матрица, элементами которой является сумма элементов времени обработки на 1-й и 2-й, 2-й и 3-й машинах.
4. Далее применяется алгоритм Джонсона для двух машин, описанный выше, начиная с п.2.

3. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЖОНСОНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ ВОЛОНТЕРСКОГО СПРАВОЧНОГО ЦЕНТРА

3.1 Постановка задачи

В волонтерский справочный центр поступает конечное число заявок n = [n1, n2, n3, n4] на обслуживание по каждому из 4-х типов: «Помощь по дому», «Доставка», «Медицинская помощь», «Другое» (рис.1). Клиенты оставляют свои заявки на официальном сайте волонтерского справочного центра.

Поступившая заявка обрабатывается на трех этапах.

1. Рассмотрение поступившей заявки.
2. Подготовка к обслуживанию заявок.
3. Оказание услуги.

Время обработки – случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону распределения, которая находится в определенном промежутке времени [t1, t2]; [t3, t4];[t5, t6]. Для каждого этапа обработки имеется свой промежуток времени выполнения в соответствии с типом заявки.

Требуется оценить эффективность работы волонтерской службы, проанализировав:

– при каких предельных значениях n все заявки будут обработаны за смену;
– при каких значениях n время ожидания заявки оператором будет минимальным;
– как влияет интервал времени обработки на количество обработанных заявок.

Дать рекомендации по улучшению работы волонтерской справочной службы, выяснив:

– справляется ли система с обработкой входящего потока заявок и требуется ли увеличение числа операторов;
– как влияет время обработки каждой заявки на число обслуженных заявок.

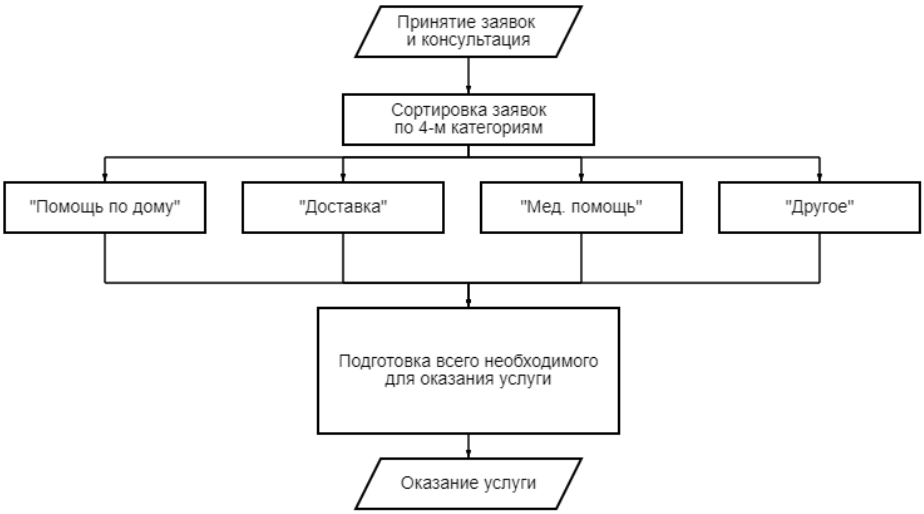

Рис. 1. Схема работы волонтерского справочного центра

Для моделирования работы разработан алгоритм, основные этапы которого приводятся ниже.

3.2. Применение алгоритма Джонсона для анализа работы волонтерской справочной службы.

1. Вводится количество заявок каждого типа.
2. Выбирается время обработки заявок на первом, втором и третьем этапе случайным образом из заданных интервалов времени для каждого типа заявок.
3. Составляется матрица времен обработки поступивших заявок на каждом из трех этапов;
4. Вычисляется время обработки заявки без учета ожидания по формуле: $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}$.
5. Осуществляется проверка выполнения одного из следующих условий:
   - $\min_i t_{i1} \geq \max_i t_{i2}$,
   - $\min_i t_{i3} \geq \max_i t_{i2}$, где t_{ij} – время обработки заявки на одном из этапов.
6. Если одно из условий выполняется, строится новая матрица, элементами которой является сумма времен обработки на 1-ом и 2-ом, 2-ом и 3-ем этапах обработки заявки.
7. Вычисляется фактическое время ожидания по формуле (1).
8. В полученной матрице фиксируется элемент с минимальным временем обработки заявки.
9. Если минимальное время обработки этого элемента находится в первом столбце матрицы, то элемент перемещается в начало очереди, а если во втором, то в конец очереди.
10. Обработанный элемент исключается из рассмотрения.

11. Если еще остались необработанные элементы, то переходим к п.6. Если элементов не осталось, переходим к п.10.
12. Вычисляется время ожидания обработки заявки по формуле и общее время с учетом времени ожидания. Алгоритм завершен.

3.3. Анализ полученных результатов

Исходные данные и полученные результаты моделирования приведены в таблице 1.

Таблица 1

Тип заявки	Интервалы времени для обработки заявок, мин.			Число заявок для обслуживания
	Обработка поступившей заявки	Подготовка к обслуживанию заявки	Оказание услуги	
Помощь по дому	t ϵ [1; 7]	t ϵ [10; 20]	t ϵ [30;120]	5
Доставка	t ϵ [1; 10]	t ϵ [20; 30]	t ϵ [30; 60]	7
Мед. помощь	t ϵ [1; 5]	t ϵ [5; 20]	t ϵ [30; 60]	10
Другое	t ϵ [1; 15]	t ϵ [10; 30]	t ϵ [30;120]	8

В таблице 1 представлена информация о временных промежутках обработки заявок в каждой из четырех категорий («Помощь по дому», «Доставка», «Мед. Помощь», «Другое») на каждом из трех этапов обработки («Обработка поступившей заявки», «Подготовка к обслуживанию заявки», «Оказание услуги»). Во временных промежутках предоставлено минимальное и максимальное время обслуживания заявки на выбранном этапе. В столбце «Число заявок для обслуживания» предоставлена информация о среднем количестве заявок по каждому из типов, которое необходимо обрабатывать за рабочее время.

Таблица 2

Время для обслуживания поступившего числа заявок при заданной норме на обслуживание, мин.

	Общее время	Время ожидания обработки заявки
Фактическое время	2346	20
Время, полученное в результате моделирования	2332	6

В таблице 2 отображен результат работы алгоритма при заданных в таблице 1 входных данных. Показано среднее фактическое время обработки заданного количества заявок и отдельно время ожидания их обслуживания. Из таблицы 2 видно, что планируемое время ожидания, полученное с помощью алгоритма Джонсона, значительно меньше. Это позволяет сделать вывод, что, в указанные временные промежутки обработать заданное число заявок в течении одного дня невозможно. Необходимо уменьшить время обработки заявок за счет более четких алгоритмов их обработки, либо увеличить число операторов, чтобы все поступившие заявки были обслужены.

4. ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЖОНСОНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ ИНТЕРНЕТ-МАГАЗИНА

4.1 Постановка задачи

В интернет-магазин поступает n заказов на обслуживание. Клиенты оставляют свои заказы на официальном сайте интернет-магазина (рис.2).

Поступившие заказы проходят три этапа.

1. Проверка наличия заказа на складе
2. Сбор заказа на складе.
3. Доставка.

Время обработки – случайная величина, подчиняющаяся нормальному закону распределения, которая находится в определенном промежутке времени [t1, t2]; [t3, t4]; [t5, t6].

Требуется оценить эффективность работы интернет-магазина, проанализировав:

– при каких значениях n все заказы будут обработаны за смену;
– при каких значениях [t1, t2]; [t3, t4]; [t5, t6] время ожидания заказа оператором будет минимальным;
– как влияет интервал времени обработки на количество обработанных заказов.

Дать рекомендации по улучшению работы интернет-магазина, выяснив:

– справляется ли система с обработкой входящего потока заказов;
– надо ли уменьшить интервал времени обработки заказов для улучшения качества обслуживания.

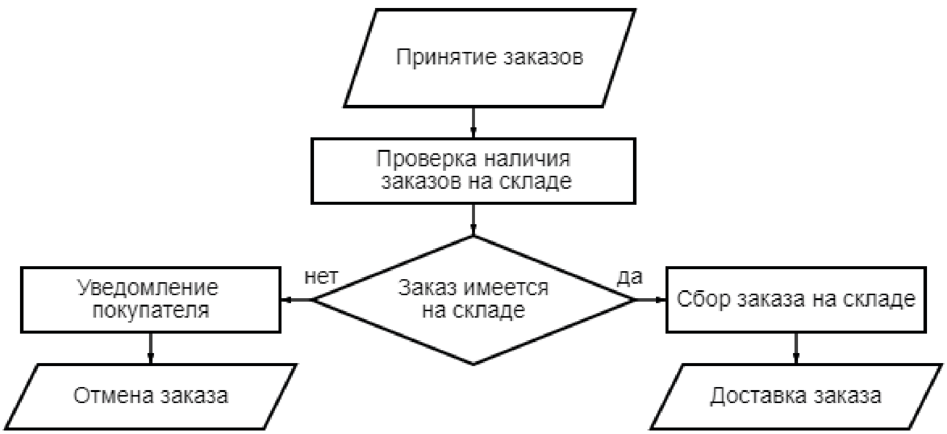

Рис. 2. Схема работы интернет-магазина

4.2. Применение алгоритма Джонсона для анализа работы интернет магазина:

1. Вводится количество заказов, поступивших за смену.
2. Выбирается время обработки заказов на первом, втором и третьем этапа случайным образом из заданных интервалов времени.
3. Составляется матрица времени обработки заказов.

4. Вычисляется время обработки заказов без учета ожидания по формуле: $\sum_{i=1}^{3}\sum_{j=1}^{n} t_{ij}$.
5. Осуществляется проверка выполнения одного из следующих условий:
   - $\min_i t_{i1} \geq \max_i t_{i2}$,
   - $\min_i t_{i3} \geq \max_i t_{i2}$, где t_{ij} - время обработки заявки на одном из этапов.
6. Если одно из условий выполняется, строится новая матрица, элементами которой является сумма элементов времен обработки на 1-ом и 2-ом, 2-ом и 3-ем этапах обработки заказов.
7. Вычисляется фактическое время ожидания по формуле (1).
8. В полученной матрице фиксируется элемент с минимальным временем обработки заявки.
9. Если минимальное время обработки этого элемента находится в первом столбце матрицы, то элемент помещается в начало очереди, а если во втором, то в конец очереди.
10. Обработанный элемент исключается из матрицы.
11. Если еще остались необработанные элементы, то переходим к п.6. Если элементов не осталось, переходим к п.10.
12. Вычисляется время ожидания обработки заявки по формуле и общее время с учетом времени ожидания. Алгоритм завершен.

4.3 Анализ полученных результатов

В таблице 3 представлена информация о временных промежутках обработки на каждом из трех этапов обработки («Проверка наличия заказа на складе», «Сбор заказа на складе», «Доставка заказа»). Во временных промежутках предоставлено минимальное и максимальное время обслуживания заказа на выбранном этапе. В столбце «Число заказов для обслуживания» предоставлена информация о среднем количестве заказов, которое необходимо обрабатывать за рабочее время.

Исходные данные и анализ полученных результатов моделирования.

Таблица 3

	Интервалы времени для обработки заказов, мин.			**Число заказов для обслуживания**
	Проверка наличия заказа на складе	**Сбор заказа на складе**	**Доставка заказа**	
Заказ	t ϵ [1; 7]	t ϵ [10;20]	t ϵ [30; 120]	25
Время для обслуживания поступившего числа заказов при заданной норме на обслуживание, мин.				
	Общее время		**Время ожидания обработки заказа**	
Фактическое	2341		26	
Время, полученное в результате моделирования	2327		12	

В таблице 4 отображен результат работы алгоритма при приведенных в таблице 3 входных данных. Показано среднее фактическое время обработки заданного количества заказов и время ожидания фактическое и рассчитанное с применением алгоритма Джонсона. Из таблицы 4 видно, что время ожидания, рассчитанное с использованием алгоритма Джонсона, значительно меньше. Из таблицы видно, что за заданные временные промежутки обработать заданное число заказов за один день невозможно. Рекомендуется сократить время обработки заказов за счет рационального использования времени или увеличить количество обслуживающего персонала.

Таблица 4

<table>
<tr><td rowspan="2"></td><td colspan="5">Интервалы времени для обработки заказов, мин.</td><td rowspan="2">Число заказов для обслуживания</td></tr>
<tr><td colspan="2">Проверка наличия заказа на складе</td><td>Сбор заказа на складе</td><td colspan="2">Доставка заказа</td></tr>
<tr><td>Заказ</td><td colspan="2">t ϵ [1; 5]</td><td>t ϵ [3; 10]</td><td colspan="2">t ϵ [15; 25]</td><td>25</td></tr>
<tr><td colspan="7">Время для обслуживания поступившего числа заказов при заданной норме на обслуживание, мин.</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="3">Общее время</td><td colspan="2">Время ожидания обработки заказа</td></tr>
<tr><td colspan="2">Фактическое</td><td colspan="3">720</td><td colspan="2">9</td></tr>
<tr><td colspan="2">Время, полученное в результате моделирования</td><td colspan="3">715</td><td colspan="2">4</td></tr>
</table>

5. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Для решения поставленной задачи разработана программа решения задачи Джонсона для моделирования работы, т.е. имитации обработки заявок (заказов, звонков), написанная на языке программирования Python с использованием IDE – PyCharm 2021.1, Qt Designer и PyQt5, в которой время обработки заявок является случайной величиной из заданного интервала.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной статье приведено обоснование применения алгоритма Джонсона для анализа работы волонтерской справочной службы и работы интернет-магазина. Анализ полученных результатов позволяет давать рекомендации о количестве заявок, которые может обработать обслуживающая система, если время обработки случайно, но принадлежит заданному интервалу, а также прогнозировать время ожидания поступления заявок.

Алгоритм Джонсона применим для решения многих прикладных задач. С его помощью можно проанализировать работу любой системы, в которой обработка заявок происходит в несколько этапов.

Литература

1. *Корбут А.А.* Дискретное программирование // А.А. Корбут, Ю.Ю. Финкельштейн – М.: Наука, 1975 г.

2. *Кофман А.* Введение в прикладную комбинаторику // А. Кофман – М.: Наука, 1975 г.
3. *Кормен Т.* Алгоритмы: построение и анализ 2-е изд. // Т. Кормен , Ч. Лейзерсон , Р. Ривест – М.: «Вильямс», 2007 г.
4. *S.M. Johnson.* Optimal two – and three-stage production schedules with setup times included // P-402. Santa Monica, California, the RAND Corporation, 1953. – P. 10.

Application of the Johnson Problem to Solve Applied Problems

Tatiana B. Volkova*
MAI (National Research University), Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1111
e-mail: tbvolkova@mail.ru

Anastasia D. Osokina**
MAI (National Research University), Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1122
e-mail: nastaosokina2@gmail.com

This article discusses the application of Johnson's algorithm to analyze the work of a volunteer help desk and the work of an online store if the initial data for the algorithm are random numbers from a given interval. For this purpose, a program has been developed for solving the Johnson problem for modeling work, i.e. simulating the processing of applications (orders, calls), written in the Python programming language using IDE – PyCharm 2021.1, Qt Designer and PyQt5, in which the processing time of applications is a random variable from a given interval. The analysis of the results obtained allows us to make recommendations on the number of applications that the service system can process if the processing time is random, but belongs to a given interval, as well as predict the waiting time for applications to arrive.

Keywords: Johnson's algorithm, integer programming.

For citation:
Volkova T.B., Osokina A.D. Application of the Johnson problem to solve applied problems. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 49–58. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110404 (In Russ.,abstr. in Engl.).

References

1. A.A. Korbut and Yu. Yu. Finkelstein "Discrete programming" Moscow: Nauka, 1969.
2. A. Kofman "Introduction to applied combinatorics" Moscow: Nauka, 1975.
3. T. Kormen, C. Leiserson, R. Rivest "Algorithms: construction and analysis 2nd ed." Moscow: "Williams", 2007.
4. S.M. Johnson. Optimal two – and three-stage production schedules with setup times included. P-402. Santa Monica, California, the RAND Corporation, 1953. – P. 10.

***Tatiana B. Volkova,** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Head of the Department of Mathematics and Cybernetics, Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: https://orcid. org/0000-0002-0777-1111, e-mail: tbvolkova@mail.ru

****Anastasia D. Osokina,** Student of the Institute of Information Technologies and Applied Mathematics, Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-0777-1122, e-mail: nastaosokina2@gmail.com

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 59–71
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110405
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 59–71
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110405
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

УДК 004.41

Информационная система диагностики стрессоустойчивости педагогов

Нуркаева И.М.*
Московский государственный психолого-педагогический университет
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1949-6734
e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

Артемова А.А.**
Московский государственный психолого-педагогический университет
г. Москва, Российская Федерация
e-mail: arina.artemova2703@mail.ru

В статье рассматриваются вопросы разработки информационной системы по диагностики стрессоустойчивости педагогов. Определены основные требования для разрабатываемой системы.

Ключевые слова: стресс, стрессоустойчивость, тестирование, информационная система, web-ресурс, проектирование, Интернет

Для цитаты:
Нуркаева И.М., Артемова А.А. Информационная система диагностики стрессоустойчивости педагогов // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 59–71. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110405

1. ВВЕДЕНИЕ

Профессиональная деятельность предъявляет высокие требования к современному педагогу, что требует постоянной и максимальной мобилизации собственных психологических ресурсов.

Профессия педагога общепризнанно является одним из наиболее интеллектуально и эмоционально напряженных видов профессиональной деятельности и входит в группу профессий с большим присутствием стресс-факторов, которые предъявляют повышенные требования к психологической устойчивости учителя.

***Нуркаева Ирина Михайловна,** кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1949-6734, e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

****Артемова Арина Андреевна,** магистрант, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, e-mail: arina.artemova2703@mail.ru

Стрессы – типичное явление в жизнедеятельности учителя и поэтому стрессоустойчивость является профессионально-значимым качеством его личности. Стресс и его последствия отрицательно влияют на жизнь и здоровье человека. Но само наличие стресса, не означает развитие у человека стрессовой реакции. В человеке существуют механизмы устойчивости к различным рода стрессам – принято называть это стрессоустойчивостью.

Наличие стрессоустойчивости у педагога, является одним из важнейших критериев для успешного осуществления его профессиональной деятельности.

Существует множество способов и методик, которые широко используются в современном мире для повышения стрессоустойчивости. Человеку необходимо подобрать для себя подходящие методы поднятия уровня стрессоустойчивости и постоянно повышать данный показатель.

Диагностика стрессоустойчивости является актуальной, поскольку каждый человек подвержен стрессу. Психологами, Н.В. Киршева и Н.В. Рябчикова, разработана методика определения уровня стрессоустойчивости, которая используется в разработанной информационной системе.

С помощью информационной системы, педагог сможет определить уровень своей стрессоустойчивости, проконтролировать свое эмоциональное состояние, отследить его уровень и при необходимости обратиться за консультацией к психологу. Также информационная система содержит материалы, направленные на снижение уровня стресса. К этим материалам относятся:

– *музыкальные произведения* – многие врачи, психологи и психотерапевты привлекают прослушивание музыки для лечения стрессовых ситуаций, депрессий, эмоционального выгорания и прочих эмоциональных заболеваний;
– *эстетические изображения* – учеными доказано, что созерцание определенного рода картин и фотографий способно успокаивать нервную систему человека. К ним относятся изображения узоров и мозаик, витражи, фигуры кристаллов льда или камней, фотографии морских волн, солнца и облаков, молний.
– *упражнения на релаксацию* – выполнение упражнений, направленных на расслабление нервной системы, распространенная практика у психологов и психотерапевтов.

Найти для себя полезные упражнение или слова, насладиться успокаивающей музыкой, разглядеть мотивационные изображения. Таким образом, педагог сможет, используя один источник, помочь себе и, тем самым, не навредить текущей рабочей рутине.

2. СТРУКТУРА ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Информационная система диагностики стрессоустойчивости педагогов рассчитана на три категории пользователей: новый пользователь (не зарегистрированный), испытуемый, и администратор. Для каждого из них (кроме нового пользователя) реализован свой личный кабинет.

Структуру информационной системы можно представить в виде таблицы 1.

Таблица 1

Структура информационной системы

Страница	Имя файла	Содержание
Титульная страница	index.php	Окно авторизации, описание теста, описание доступных функций, в зависимости от категории авторизованного пользователя
Регистрация	registration.php	Вывод формы для регистрации пользователя
Страница с вопросами	voprosy.php	Вывод вопросов и формы для ответов
Личный кабинет пользователя	private.php	Вывод результатов тестирования
Личный кабинет администратора	admin.php	Вывод материалов по улучшению эмоционального состояния
Личный кабинет администратора	user.php	Вывод зарегистрированных пользователей с возможностью их удаления

Навигационная схема информационной системы спроектирована на программной платформе StarUML (рис. 1).

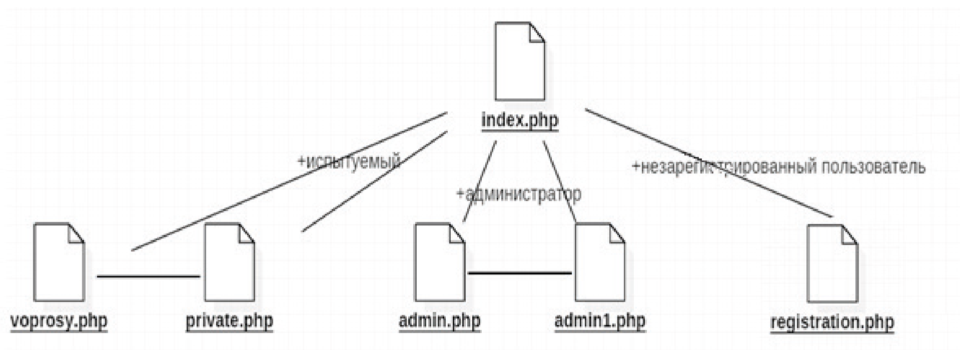

Рис. 1. Навигационная схема

3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Проектирование информационной системы строилось с использованием методологий IDEF0 и DFD, которые позволяют создать модель функций процесса. Благодаря широкому функционалу, в качестве инструментального средства создания моделей использовался пакет BPWin. Методология IDEF0 позволяет создать функциональную модель всех взаимодействующих в системе процессов. На диаграмме IDEF0 отображаются основные функции процесса, входы, выходы, управляющие воздействия и устройства, взаимосвязанные с основными функциями.

На графической модели (рис. 2) видно, что на вход тестирования подаются пользователи и вопросы теста. На выходе, все те же пользователи, и результаты тестирования. Всем этим управляет ключ опросника, благодаря которому, подсчитываются результаты тестирования. Информационная система наполнена материалами, способными уменьшать стресс и повышать стрессоустойчивость.

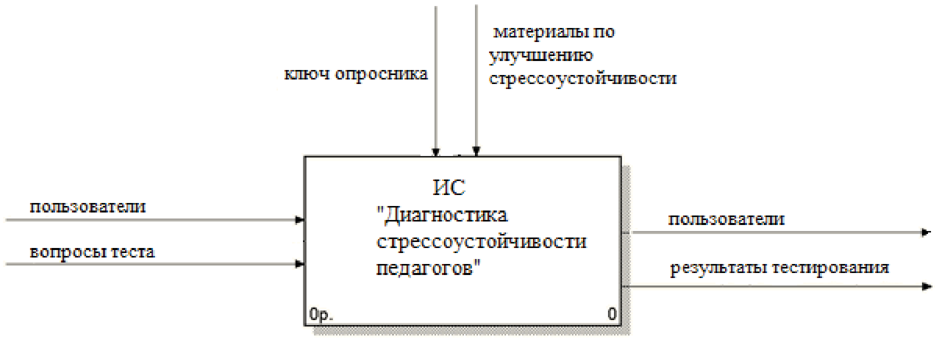

Рис. 2. Подуровень IDEF0 диаграммы

Дальнейшая декомпозиция позволяет перейти на нижний уровень моделирования процессов тестирования. На рис. 3 представлена диаграмма DFD.

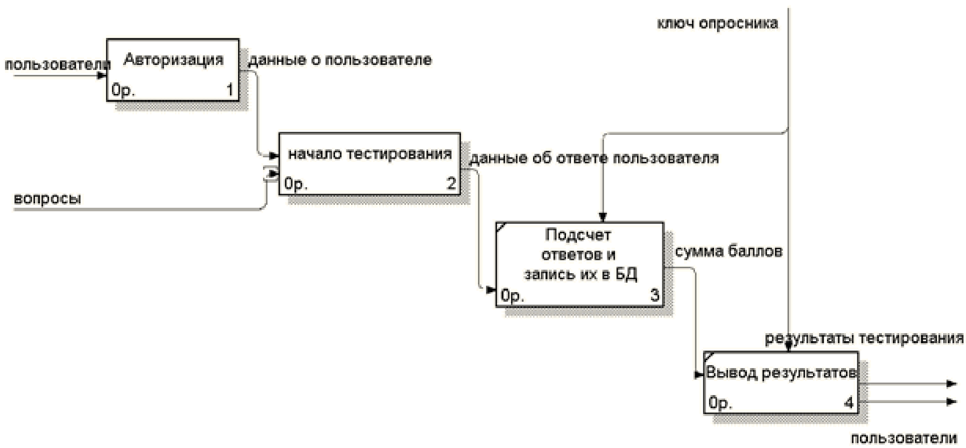

Рис. 3. Диаграмма DFD

Система разбита на четыре процесса: авторизация, начало тестирования, подсчет ответов и запись их в базу данных, вывод результатов тестирования.

В процесс авторизации на вход подаются пользователи, которые должны быть зарегистрированы (если не зарегистрирован – предложение регистрации в системе), а на выходе получаем данные о пользователе, которые необходимы.

Далее происходит начало тестирования, на вход которого идут данные пользователя, полученные на этапе авторизации, и вопросы тестирования.

Затем происходит процесс подсчетов ответов и их запись в базу данных. На вход идут данные об ответе пользователя, которые получают с этапа тестирования. Управляет все этим ключ опросника, в соответствии с которым и подсчитываются баллы, так как у каждого вопроса по-своему происходит подсчет результатов. На выходе этого этапа имеем сумму баллов, полученную в результате тестирования.

Последний процесс – вывод результатов, которым управляет ключ опросника, так как результаты интерпретируются по принадлежности к тому или иному половому признаку. И на выходе получаем результаты тестирования и пользователей, которые уже прошли тестирование.

Дальнейшая декомпозиция не проводилась, так как разработанная функциональная модель позволила полно описать все процессы, происходящие в системе.

После создания функциональной модели было выполнено проектирование базы данных средствами пакета ERWin (рис. 4). При проектировании базы данных учитывались требования:

– в базе данных должна храниться вся необходимая информация;
– сокращение избыточности и дублирования данных;
– обеспечение целостности базы данных.

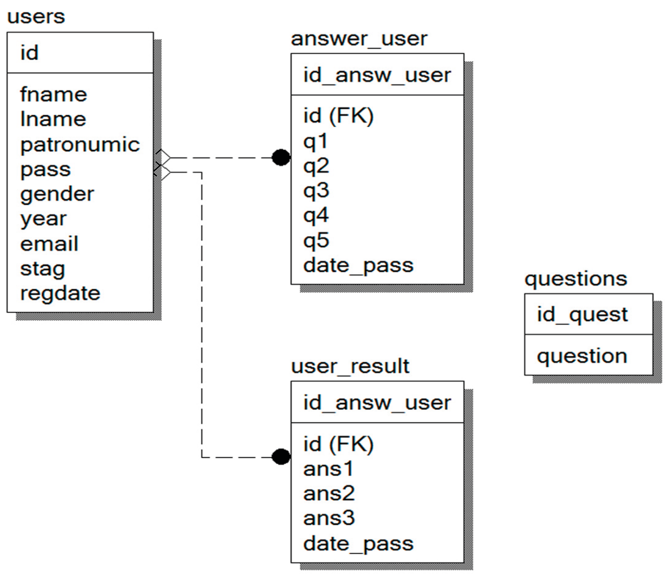

Рис. 4. Логическая модель базы данных

4. АЛГОРИТМ ПОДСЧЕТА РЕЗУЛЬТАТОВ

Алгоритм подсчета результатов тестирование заключается в подсчете суммарного количества баллов за тест. На основании набранных баллов определяется уровень стрессоустойчивости. Н.В. Киршева, Н.В. Рябчикова в своей методике, в зависимости от набранного количества баллов, выделяют 9 уровней стрессоустойчивости.

Суммарное число баллов	Уровень вашей стрессоустойчивости
51-54	1 – очень низкий
53-50	2 – низкий
49-46	3 – ниже среднего
45-42	4 – чуть ниже среднего
41-38	5 – средний
37-34	6 – чуть выше среднего
33-30	7 – выше среднего
29-26	8 – высокий
25-18	9 – очень высокий

5. ПРОГРАММНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ

Следуя спроектированной информационной системе, было реализовано web-тестирование по выявлению стрессоустойчивости педагогов с использованием следующих программных средств:

– для клиентской части приложения: язык разметки гипертекста HTML; каскадные таблицы стилей CSS; скриптовый язык программирования JavaScript; технология Ajax, позволяющая обрабатывать обращение, организованное с помощью JavaScript к серверу, без перезагрузки страницы.
– для серверной части приложения: скриптовый язык программирования PHP.

Для хранения информации была выбрана СУБД *MySQL*. Для администрирования СУБД было выбрано веб-приложение *phpMyAdmin*, которое представляет собой полноценный интерфейс для администрирования сервера.

6. ОСНОВНЫЕ РЕЖИМЫ РАБОТЫ СИСТЕМЫ

После авторизации на ресурсе педагогу открывается возможность познакомиться с материалами, относящимися к понятию «стресс», «стрессоустойчивость», войти на персонализированную страницу.

Страницы с регистрацией и авторизацией пользователей выглядят стандартно, мы не будем на них останавливаться.

Персонализация происходит в личном кабинете. После авторизации пользователя, ему предоставляется возможность в личном кабинете пройти тестирование по методике Н.В. Киршевой и Н.В. Рябчиковой на определение уровня стресса в данный период времени, выбрать и проделать задания, предложенные на уменьшение уровня стресса: прослушать музыкальные произведения, просмотреть художественные произведения, сделать упражнения по релаксации.

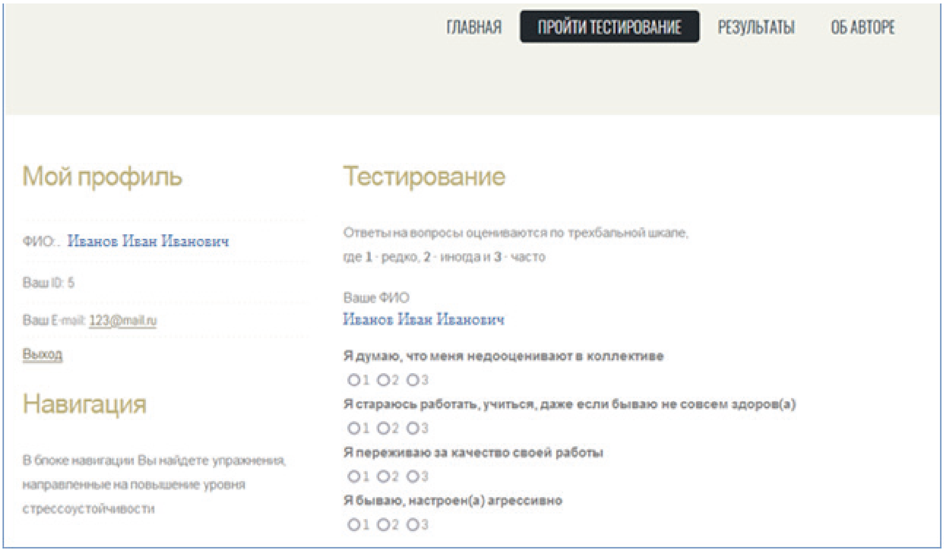

Рис. 6. Страница с вопросами тестирования

Пользователю, проходящему тестирование, необходимо ответить на все вопросы теста.

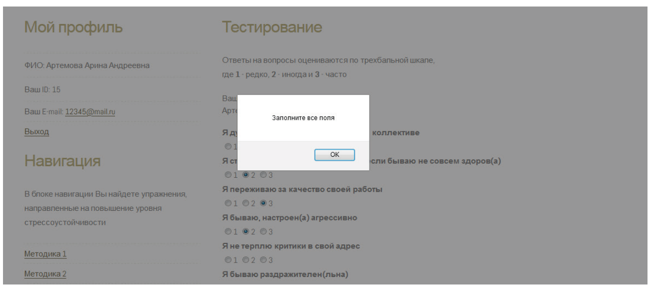

Рис. 7. Демонстрация работы с тестом

По окончанию теста, появляется сообщение о количестве набранных баллов и уровне стрессоустойчивости (рис. 8.).

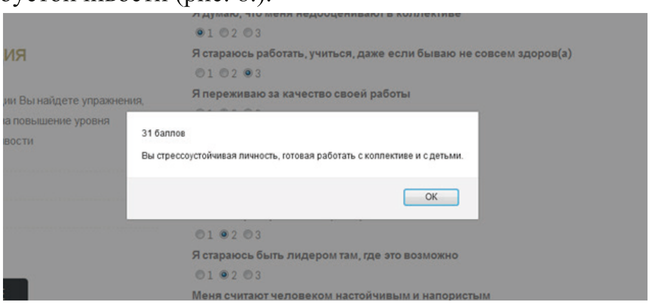

Рис. 8. Сообщение об уровне стрессоустойчивости после завершения теста

Результаты тестирования записываются в таблицу, которую можно увидеть во вкладке «Результаты» (рис. 9). Здесь хранятся личные результаты по предыдущим тестированиям.

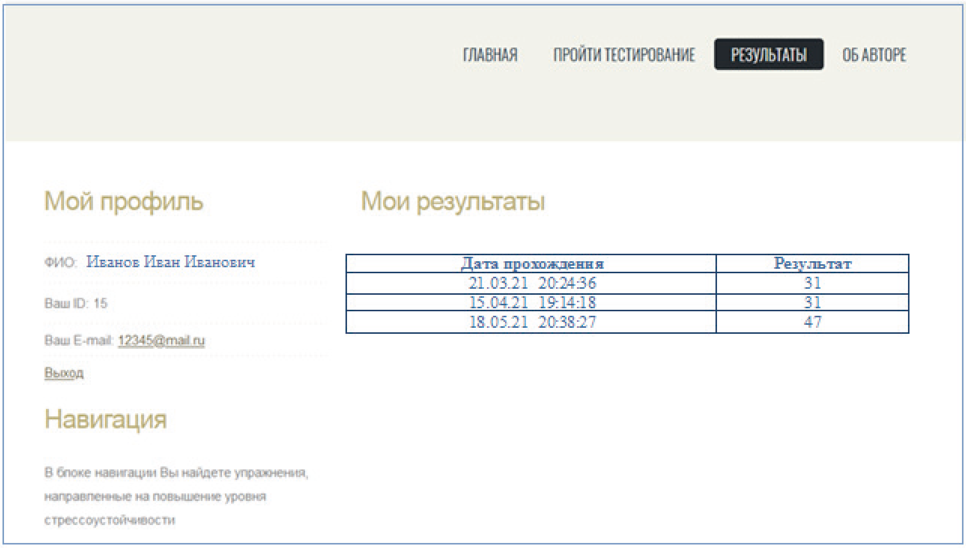

Рис. 9. Страница с результатами тестирования

Для улучшения эмоционального состояния, в личном кабинете информационной системы представлены материалы, направленные на повышение стрессоустойчивости:

– музыкальные произведения (рис. 10);
– фотографии (рис. 11);
– психологические упражнения, направленные на релаксацию (рис. 12).

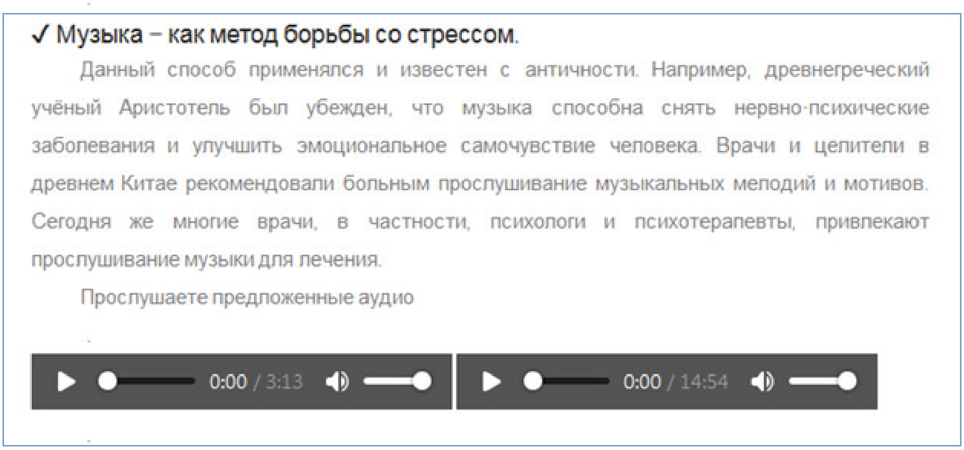

Рис. 10. Возможность прослушивать музыкальные произведения для уменьшения стресса

Психологами установлено, что фотографии природы, узоры, выполненные на основе фракталов, кристаллы способны расслаблять нервную систему и снижать уровень стресса.

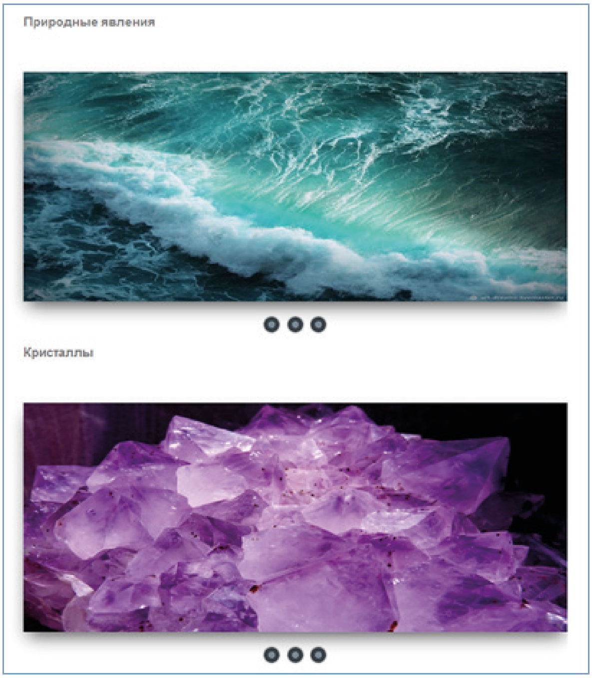

Рис. 11. Фотография – как один из распространённых методов борьбы со стрессом

Представлены несколько психологических упражнений, направленных на релаксацию и, как следствие, на уменьшение уровня стресса.

Пример: Психологическое упражнение «Убежище»

Примите удобное положение сидя или пягте, закройте глаза. Мысленно представьте и перенеститесь в то место, которое кажется самым безопасным или то место, где Вы себя чудесно чувствовали. Дышать уверенно и размеренно. Открывая глаза, сохранить в себе ту энергию, которую чувствовали.

Еще больше различных упражнений представлено ниже :

- Методика стирания
- Стратегия самопомощи
- Преодоление тревоги
- "Мозговой штурм"
- "Я молодец!"
- Упражнение "Чему я..."

Рис. 12. Предлагаемые психологические упражнения

У администратора есть две функции, которые он может выполнять: просмотр зарегистрированных пользователей, с возможностью их удаления и удаление/добавление материалов для работы над улучшением стрессоустойчивости пользователей информационной системы. Страницы администратора выглядят стандартно.

Результаты тестирования хранятся в базе данных, реализованной *MyAdminPHP*.

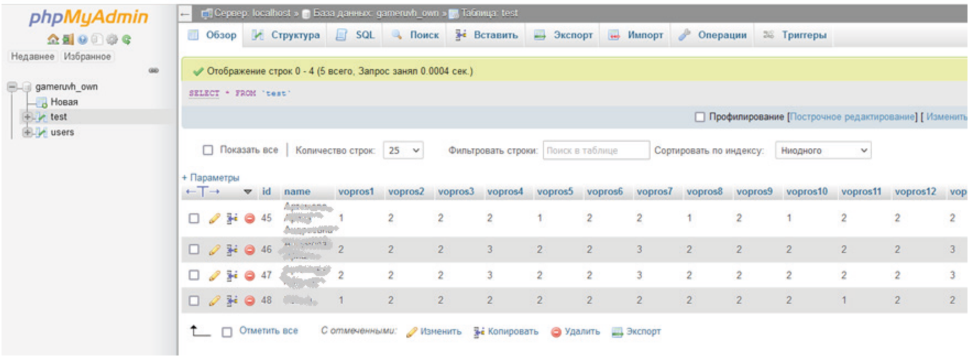

Рис. 13. База данных с результатами тестирования

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная информационная система позволяет проходить тестирование и получать данные об уровне стрессоустойчивости педагогов, повышать уровень стрессоустойчивости за счет наполнения материалами, направленными на снижение эмоционального напряжения.

Литература

1. *Куравский Л.С., Нуркаева И.М., Юрьев Г.А.* Дисциплина «Информатика и программирование»: программа, методические рекомендации и учебные пособия: Учебное пособие. – 2-е издание дополненное. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2017. – 102 с.
2. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* Роль образного мышления в научном мышлении // Моделирование и анализ данных. – 2020. – Т. 10. – № 2. – С. 110–128.
3. *Нуркаева И.М., Зайцев А.Н., Оглоблин А.А.* Информационная система для мониторинга учебных достижений студентов МГППУ // Моделирование и анализ данных. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2019. – № 1. – С. 30–41.
4. *Нуркаева И.М., Коморина К.А.* Информационная система диагностики профессионального выгорания педагогов // Моделирование и анализ данных. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2017. – Т. 1 – № 1. – С. 95–103.
5. *Нуркаева И.М., Корчагина К.А.* Информационная система для учебно-методической поддержки дисциплины «Численные методы линейной алгебры»// Моделирование и анализ данных. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2020. – № 1. – С. 176–188.
6. *Нуркаева И.М.* Особенности обучения программированию незрячих студентов МГППУ образовании. Сб. науч. трудов. – М.: МИФИ, 2004 – ч. IV. – С. 100–101.
7. *Нуркаева И.М.* Методика организации самостоятельной работы учащихся с компьютерными моделирующими программами на занятиях по физике: автореферат диссертации на

соискание ученой степени кандидата педагогических наук. – Московский педагогический государственный университет. – М., 1999. – 16 с.

8. Психология личности: тесты, опросники, методики / Авт. сост. Н.В. Киршева и Н.В. Рябчикова. – М.: Геликон, 1995.
9. *Тарасов С.Б., Павлюткин Ю.С.* Тестирующая система с использованием конструктора тестов. // Моделирование и анализ данных. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2015. – № 1. – С. 91–99.

Information System for Diagnostics of Stress Resistance of Teachers

Irina M. Nurkaeva*
Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1949-6734
e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

Arina A. Artemova*
Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia
e-mail: arina.artemova2703@mail.ru

The article deals with the development of an information system for the diagnosis of stress resistance of teachers. The basic requirements for the system under development are defined.

Keywords: stress, stress tolerance, testing, information system, web resource, design, Internet.

For citation:
Nurkaeva I.M., Artemova A.A. Information System for Diagnostics of Stress Resistance of Teachers. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 59–71. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110405 (In Russ.,abstr. in Engl.).

References

1. Kuravsky L.S., Nurkaeva I.M., Yuryev G.A. Discipline “Computer Science and programming”: program, methodological recommendations and textbooks: Textbook. – 2nd edition supplemented. – Moscow: FGBOU V MGPPU, 2017. – 102 p.
2. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. The role of imaginative thinking in scientific thinking // Modeling and data analysis. – 2020. – Vol. 10. – No. 2. – P. 110–128.
3. Nurkaeva I.M., Zaitsev A.N., Ogloblin A.A. Information system for monitoring educational achievements of students of MGPPU // Modeling and data analysis. – M.: FSUE IN MGPPU, 2019. – No. 1. – P. 30–41.
4. Nurkaeva I.M., K.A. Kokorina Information system for diagnostics of professional burnout of teachers // Modeling and analysis of data. – M.: FGBOU VO and education, 2017. T. 1. – № 1. – P. 95–103.
5. Nurkaeva I.M., K.A. Korchagin Information system for training and methodological support of the discipline “methods of Numerical linear algebra”// Modeling and analysis of data. – M.: FGBOU VO msupe, 2020. – No. 1. – P. 176–188.
6. Nurkaeva I.M. Features programming teaching blind students education education. Collection of scientific works. – M.: MEPhI, 2004 – part IV. – P. 100–101.

****Irina M. Nurkaeva,*** Candidate of Pedagogical Sciences, associate Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1949-6734, e-mail: nurkaevaim@yandex.ru

*****Arina A. Artemova,*** Master’s student, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, e-mail: arina.artemova2703@mail.ru

7. Nurkaeva I.M. Methods of organizing independent work of students with computer modeling programs in physics classes: abstract of the dissertation for the degree of Candidate of Pedagogical Sciences. – Moscow state pedagogical University. – M., 1999. – 16 p.
8. Personality psychology: tests, questionnaires, methods / Ed. comp. N.In. Kircheva and N. In. Ryabchikova. – Moscow: Gelikon, 1995.
9. Tarasov S.B., Pavlyutkin Yu. s. Testing system using the designer tests. // Modeling and data analysis. – M.: FSBEI V MGPPU, 2015. – No. 1. – P. 91–99.

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 72–86
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110406
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 72–86
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110406
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

УДК 004.413

Современные реалии управления программными проектами

Бахиркин М.В.*
Московский Авиационный Институт
(Национальный исследовательский университет), АО «Почта Банк»
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9077-4426
e-mail: bakhirkin@mail.ru

Лукин В.Н.**
Московский Авиационный Институт
(Национальный исследовательский университет)
Московский государственный психолого-педагогический университет
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8906-2686
e-mail: lukinvn@list.ru

Необходимость поддерживать рабочий процесс в условиях вынужденной разобщённости повысила потребность в программных продуктах. Но оказалось, что качество многих из них ниже, чем ожидалось. Одна из причин – с ними стали работать пользователи с иными критериями качества. Другая причина – продукты объективно стали недопустимо низкого качества, во многом из-за ошибок в управлении проектом. Масштаб и значимость современного программного проекта требуют его выполнения по одной из классических моделей: она обеспечит качество. Однако из-за желания опередить конкурентов используют гибкие методологии, сокращая сроки и теряя качество. И чем крупнее проект, тем выше риск потери качества и выше стоимость потерь. Как совместить выгоды обоих подходов, не получив их недостатков?

Ключевые слова: большой программный проект, методология разработки, Waterfall, Agile, интернет-проект.

***Бахиркин Михаил Васильевич,** к.т.н., Московский Авиационный Институт (Национальный исследовательский университет), АО «Почта Банк», г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9077-4426, e-mail: bakhirkin@mail.ru

****Лукин Владимир Николаевич,** к.ф.-м.н., доцент, Московский Авиационный Институт (Национальный исследовательский университет), профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8906-2686, e-mail: lukinvn@list.ru

Для цитаты:
Бахиркин М.В., Лукин В.Н. Современные реалии управления программными проектами // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 72—86. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110406

1. ВВЕДЕНИЕ

За последние полтора «ковидных» года спрос на и информационные услуги значительно возрос. Конечный пользователь (то есть мы с вами) хочет получить услуги с качеством, не худшим, чем без так называемой «цифровой» экономики. Однако их качество не всегда на высоте, даже возникает впечатление, что оно ухудшается. В чём причина?

Посмотрим на процесс разработки программного обеспечения. Часто к основным причинам потери качества относят усложнение процессов управления из-за дефицита специалистов-управленцев и увеличения объема работ. Однако нельзя не согласиться с мнением Р. Гласса [1], который приводит три основных причины снижения качества: неверные оценки на старте проекта, нестабильность требований и ошибки в управлении. Принятие решения о старте проекта базируется на качественных и количественных оценках затрат, времени выполнения и прогнозируемом выигрыше от внедрения [2], то есть качество на стадии инициализации проекта имеет решающее значение.

Тем не менее, анализ результатов проектной деятельности в области информационных технологий показывает тенденцию к снижению качества. Причин этому много, но одна из основных – неверная оценка проекта, так как руководитель либо не знает методик оценки, либо не умеет ими пользоваться, либо их игнорирует. В любом случае проект попадает в тяжёлое положение и теряет качество.

Несмотря на то, что на протяжении многих лет исследователи и практики пытаются найти способы повышения качества проектов, согласно исследованию Standish Group более половины проектов были либо неудачны, либо провалены.

Казалось бы, пусть «неудачники» возьмут у более удачливых коллег методики разработки, но то. что подходит для одного проекта, не обязательно подойдёт для другого, и приходится ориентироваться на цели заказчика, планируемый объем работ и бюджет.

В таблице 1 приведены данные успешности программных проектов в зависимости от масштаба.

Таблица 1

Успешность программных проектов, в зависимости от масштаба. Данные Chaos Report (в процентах)

Размер проекта	Успешные проекты	Неудачные проекты	Провалившиеся проекты
Огромный	6	51	43
Большой	11	59	30

Размер проекта	Успешные проекты	Неудачные проекты	Провалившиеся проекты
Средний	12	62	26
Небольшой	24	64	12
Маленький	61	32	7

2. МЕТОДОЛОГИИ: КРАЙНИЕ ТОЧКИ

Под методологией будем понимать систему правил, которым подчиняется разработка программного обеспечения. Она включает такие компоненты, как концепции моделирования, правила проектирования, формы представления модели предметной области, процесс проектирования и реализаций моделей.

Методология использует понятие жизненного цикла, который моделируется в виде последовательных этапов. На каждом этапе порождается определенный набор технических решений и отражающих их документов, а исходными выступают документы и решения, принятые на предыдущем этапе.

С методологией обычно связывают модель разработки: структуру, которая определяет последовательность выполнения и взаимосвязь процессов жизненного цикла, и критерии перехода от этапа к этапу. На практике термины «модель» и «методология» зачастую используются как синонимы.

Каждый класс программных продуктов для оптимизации процесса разработки требует выбора своей методологии, чаще с модификацией. Кроме того, на выбор методологии влияет характер проектной команды, параметры производства, привычка команды или руководства или другие соображения. Например, если менеджер где-то прочитал, что некто авторитетный придумал методологию, которая увеличивает производительность работ вдвое, он может попытаться применить её в качестве «серебряной пули» для спасения гибнущего проекта. Но даже если команда использует известную методологию, скажем, экстремальное программирование [5], она нередко что-то в ней меняет, например, отказывается от парного программирования. Понятно, что имеет смысл говорить только о классах методологий, не углубляясь в детали.

Оценим множество методологий управления программным проектом по условному критерию «жёсткости». Тогда можно увидеть две крайние группы: самой жёсткой, классической, соответствуют каскадные модели (Waterfall), а мягкой, более современной, – гибкие (Agile). Заметим, что вариантов каскадной модели не так много, а гибких великое множество. Однако все они обладают рядом общих свойств, так что их можно рассматривать в совокупности.

3. МЕТОДОЛОГИИ ПОЛНОГО ЦИКЛА

Классические (тяжёлые) методологии создания программного обеспечения базируются на инженерном подходе и используют модели жизненного цикла, которые включают все этапы, от анализа требований до сопровождения. В зависимости от конкретной методологии характер выполнения может быть различным, процесс может содержать дополнительные этапы, но основные этапы всегда присутствуют.

Каскадная модель (водопадная, Waterfall) – исторически первая, она широко использовалась в крупных проектах. Она дала возможность перейти от примитивного ремесла к промышленному производству программных изделий. До неё оценка необходимых ресурсов происходила «на глазок», теперь она стала вычисляться по специальным моделям. Благодаря инженерным методам улучшилась управляемость производства и повысилось качество продукции. Да, увлечение «инженерным подходом» имело свои слабости, в частности, не учитывалась разница в производительности и качестве работы программистов, но это был принципиально важный шаг в сторону массового программирования.

Такой подход даёт уверенность в возможности завершения проекта в срок, в пределах бюджета и с требуемым качеством. Однако болезненная проблема подобных методологий – рост времени на устранение ошибок, сделанных на ранних этапах разработки, а выявленных на последних. Кроме того, на разработку уходят значительные ресурсы, планирование работ проводится с большим резервом. Для небольших проектов накладные расходы становятся неприемлемыми. И только если требуется высокое качество, этот вариант полезен.

Каскадная модель предполагает переход на следующий этап жизненного цикла после завершения работ предыдущего. Этап заканчивается результатом, который документируется и служит исходной позицией для следующего. Требования к системе фиксируются в начале работы над проектом и в дальнейшем не изменяются [6]. Отсюда и метафора: водопадная модель (Waterfall).

Примером разработки крупной промышленной системы может служить АСУП ППЗ – Автоматизированная система управления крупным предприятием с серийным, мелкосерийным и индивидуальным характером производства. На период разработки оно обеспечивалось двумя миллионами нормативов, в нём применялись десятки тысяч типоразмеров материалов и покупных изделий, поставляемых тысячами поставщиков. В обработке одновременно находились десятки тысяч узлов и деталей, в службах и цехах обращалось множество документов.

Уже в начале разработки обнаружились недостатки водопадной модели, особенно неприятным было позднее обнаружение проблем. Это приравнивалось к браку и приводило к большим неприятностям для автора. Тем не менее, работа была весьма успешной, чему способствовало принятие участниками разработки следующих правил:

- выделяются независимые подсистемы, чтобы распараллелить работу;
- максимально увеличивается планируемое время для предсказуемости времени окончания работ;
- проводится тщательный анализ требований и детальное проектирование;
- документация ведётся параллельно разработке;
- потребности заказчика определяются возможностями разработчиков (аналогов в мире практически нет);
- разработка ведётся самыми передовыми методами и средствами.

Итак, для уменьшения риска создания системы, которая не удовлетворяет потребностям заказчика, необходим механизм раннего обнаружения и ликвидации проблем. В рамках каскадной модели это обычно приводит к нарушению графика работ.

Модификация каскадной – поэтапная итерационная модель – предполагает наличие циклов обратной связи и корректировки между этапами, что позволяет держаться в рамках заданной функциональности. Каждый этап заканчивается сдачей результата и обсуждением его с представителями заказчика. Как только выявляется отклонение от ожидаемого результата, проект дорабатывается, на что выделяется дополнительное время. Результат обычно соответствует ожиданиям заказчика, и риск провала невелик. Но длительность разработки может стать неоправданно большой.

4. МЕТОДОЛОГИИ СОКРАЩЁННОЙ РАЗРАБОТКИ

В конце 20-го века, когда персональные компьютеры стали доступными, появилась высокая потребность в программном обеспечении. Методологии полного цикла не могли её удовлетворить, и были предложены методологии быстрой разработки: «лёгкие», «гибкие» (Agile) [7]. Они предполагают отказ от некоторых технологических этапов или их редуцирование ради получения быстрого результата. Принципы гибкой разработки сформулированы в опубликованном в начале 2000-х годов Манифесте (Agile Manifesto):

- индивидуумы и взаимодействия важнее процессов и инструментов;
- работающие программы важнее документации;
- сотрудничество с заказчиками важнее формальных договоров;
- реагирование на изменения важнее плана.

Следование базовым идеям не означает отказа от альтернативных ценностей. Взаимодействие ускоряет взаимопонимание заказчиков и разработчиков, но увеличивают риск ошибочного представления, а следование формальным процессам его уменьшает. Программы без документации трудны и дороги в сопровождении, но внедряются быстро. Сотрудничество с заказчиками – хорошая практика, но без формального договора есть риск конфликта. Реагирование на изменения важно, но без плана можно затянуть разработку до бесконечности [8, 9]. Вообще, следование лёгким методологиям обычно более рискованное дело, чем следование тяжёлым, но может дать быстрый выигрыш.

Небольшие динамичные компании, работающие в условиях сжатых сроков и быстро меняющихся требований, стараются использовать лёгкие методологии. Их внедрение обычно не требует ни серьезных инвестиций, ни перестройки структуры фирмы. Область их применения – небольшие и средние проекты.

Оценим плюсы и минусы этих двух подходов (табл. 2).

Таблица 2

Достоинства и недостатки жёсткого и гибкого подходов

	Waterfal	***Agile***
Плюсы	прозрачная структура процессов разработки	возможность динамического изменения требований при разработке
	подробная и качественная документация системы	короткие тестируемые итерации; документация в конце проекта
	контролируемые процессы: всегда можно получить информацию о затраченных ресурсах, рисках и т.д.	гибкий процесс внесения изменений в требования: малый риск «неправильного» продукта
	качественный продукт на выходе: качество важнее затраченного времени	быстрый выход на рынок с минимально пригодным продуктом
Минусы	начальные требования к продукту не корректируются по ходу разработки	трудно определить стоимость в начале проекта из-за изменений требований
	нет обратной связи между этапами	проектная команда должна использовать одну методологию
	нет обратной связи с заказчиком: он не участвует в процессе разработки	команда проекта должна быть квалифицированной и опытной
	разработка ведётся согласно начальным требованиям: есть шанс получить устаревший продукт	новые требования могут противоречить архитектуре решений и реализованному функционалу
	итоговое тестирование происходит в конце: высокая вероятность ошибки	есть риск, что при гибкой реакции на требования проект станет бесконечным

Недостатки гибких методологий связаны с тем, что приоритеты разработки сдвинуты в сторону подготовки и сдачи продукта, приемлемого по качеству на данный момент. Не уделяется внимание длительной эксплуатации, в результате и без того дорогостоящее сопровождение становится просто обузой. Кроме того, есть риск, что получившееся изделие будет обладать рядом дефектов:

- основное внимание уделяется экранным и выходным формам, структура данных и функциональность остаются за кадром;
- демонстрация прототипа вызывает у пользователя иллюзию готовности, и это провоцирует разработчика на недостаточную функциональность;
- без строгой дисциплины порождается разнобой стилей реализации;
- функциональность развивается «по факту», структура базы данных изменяется почти бесконтрольно;
- на документацию времени не хватает, и если нет интуитивной ясности, работа с системой требует усилий;
- без постоянного интеграционного тестирования система может стать слабо связанным набором фрагментов;
- трудно поддерживать высокий уровень качества.

Если для заказчика указанные факторы риска будут критическими, то от лёгких методологий лучше отказаться.

Одной из первых моделей жизненного цикла для лёгких методологий, которая применялась ещё в RAD в конце 1980-х годов, была спиральная модель (RAD – rapid application development, концепция разработки качественных программных продуктов при сильном ограничении сроков и бюджета и нечётко определённых требованиях). Появлением своим она обязана «нетерпеливому заказчику»: ему нужно начать работу с системой, пусть даже с ограниченными возможностями. Мощность системы наращивается параллельно с эксплуатацией первой версии. Это эволюционная модель, в которой система представляется совокупностью функций с определённым приоритетом ввода в действие. Вначале тщательно проектируется и реализуется очень простая, но полезная версия системы, затем начинается работа над второй версией и так далее. Каждая версия полностью требованиям заказчика не удовлетворяет, но последовательность версий итеративно приближается к ним.

5. БОЛЬШИЕ ПРОЕКТЫ, ИНТЕРНЕТ-ПРОЕКТЫ

Применение строгих методологий наиболее эффективно для больших программных проектов. Они позволили довольно точно планировать сроки и ресурсы, необходимые для разработки, и стали доминирующими при производстве сложных программных систем.

Первая попытка создания промышленных прикладных программ – это автоматизированные системы управления (АСУ), предложенные академиком В.М. Глушковым. Для их реализации требуется изменить технологию управления, чтобы уменьшить длину информационных и управляющих цепочек, что позднее стали называть реинжинирингом бизнес-процессов (BPR). Основная роль АСУ состоит в обеспечении корректного функционирования этих цепочек, а также в накоплении информации и анализе её для поддержки принятия решений. Для успешной работы АСУ требуются большие вычислительные мощности, сложное программное обеспечение и грамотные специалисты. Создание подобных систем привел к значительному росту производства вычислительной техники, расширению её спектра, существенному улучшению её качества.

Но задача производства систем такого класса, как АСУ, для уровня развития технологии того времени оказалась трудно разрешимой, в результате чего только немногие проекты были успешно завершены. Большинство либо закончились частичной автоматизацией некоторых процессов или производств, либо были просто провалены.

Одна из причин неудач – необходимость преобразовать управление производством. Однако бюрократическая структура как раньше всячески препятствовала этому, так и до сих пор препятствует: с одной стороны, клерки не понимают её, с другой – боятся лишиться места. В результате «цифровизация» превращается в абсурд: вместо максимального сокращения оборота документов, он растёт, да ещё в бумажной форме, благо у принтера от заполнения разных бланков руки не болят! Заметим, что для больших прикладных интернет-проектов проблема становится ещё более острой. Мы вынуждены идти либо на неприемлемый риск потери качества при использовании гибких методологий, либо на увеличение срока разработки, что вообще приведёт к катастрофе: за это время изменятся технологии.

И тут мы приходим к методологиям совсем другого типа, суть которых – построение крупного прикладного продукта как набора взаимосвязанных и взаимодействующих компонентов, каждый из которых обладает большой степенью автономности. Это эволюционные методологии, основанные на инкрементном подходе.

6. ИНКРЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ

При проектировании больших систем в рамках «водопадной» методологии планируемый срок выполнения каждого этапа велик, и в этот период с большой вероятностью появляются дополнительные требования. На них, чтобы не потерять качество, нужно реагировать. Дополнительное время может стать сравнимым с временем реализации этапа, и возникает риск «вечной разработки» или создания неактуальной системы. При значительной неопределённости или высокой изменчивости предметной области результат станет весьма печальным. В этой ситуации разумно использовать эволюционную инкрементную модель. Её стадии «состоят из расширяющихся приращений оперативного программного обеспечения, с направлением эволюции, определяемым опытом работы» (Б. Боэм). По мере готовности каждое приращение передаётся в эксплуатацию, включается в общую систему и эволюционирует относительно независимо.

В отличие от водопадных моделей, инкрементная даёт возможность получать пользу даже от не полностью готового продукта, а разработчику позволяет улучшить качество следующих подсистем.

При разработке по инкрементной модели вначале определяются системные цели, формулируются требования, определяются ресурсы. Затем на основе требований разрабатывается архитектура системы, в которой учитывается разбиение её на относительно независимые замкнутые подсистемы, определяются приоритеты, в соответствии с которыми планируется разработка. После этого разрабатывается каждая подсистема. Таким образом, разработка ведётся по-прежнему в рамках принятой модели, но не для всего проекта, а для каждой отдельной подсистемы. Благодаря раннему вводу в эксплуатацию, инкрементная модель даёт возможность быстрее и лучше осознать потребности пользователя и внести корректировки в требования к ещё не разработанным подсистемам.

Поскольку каждая подсистема относительно простая, планировать ресурсы заметно проще. Хуже с достижением единого стиля, ввиду изолированности разработки. Общую идеологическую направленность проекта и интерфейсы между подсистемами удаётся реализовать успешно, но унифицировать характер взаимодействия с пользователем довольно сложно.

Своеобразный современный пример инкрементного подхода при разработке больших прикладных систем – это системы управления предприятиями (ERP II), родственные АСУП. Они объединяют системы ERP, CRM, SCM и EAM. Здесь

- ERP (Enterprise Resource Planning) – управление ресурсами предприятий: набор приложений, которые поддерживают все основные аспекты управления производством.
- CRM (Customer Relationship Management) – управление взаимоотношениями с заказчиком: набор приложений для сбора, хранения и обработки информации о клиенте.
- SCM (Supply Chain Management) – управление цепью поставок: координация, планирование и управление процессами снабжения, производства, складирования и доставки товаров или услуг потребителям.
- EAM (Enterprise Asset Management) – управление имуществом предприятий.

Возвращаясь к истории, заметим, что АСУП, о которой шла речь ранее, планировалось разрабатывать по каскадной модели, но срок разработки не устраивал заказчика. И модель модифицировали: после проектирования архитектуры провели декомпозицию на подсистемы, которая обеспечила их минимальную взаимную зависимость. Дальнейшая разработка велась отдельными подсистемами:

- техническая подготовка производства;
- оперативно-календарное планирование;
- технико-экономическое планирование;
- материально-техническое обеспечение;
- бухгалтерский учёт;
- управление организацией труда и заработной платой;
- система метрологического обеспечения;
- система управления качеством;
- управление стандартизацией;
- управление кадрами;
- управление оборудованием;
- управление технологическими процессами.

По сути, была изобретена инкрементная модель, о которой, как о таковой, тогда никто не знал. Она позволила разработать систему, которая полноценно работала задолго до ERP II, стандарт которой был предложен компанией Gartner в 1999 г.

Второй пример – автоматизация работы крупной многопрофильной больницы. Кака было принято, разработчики решили создать АСУ. После анализа была определёна архитектура системы и проведена её декомпозиция. Предполагалась общая техническая, информационная и технологическая база, был продуман регламент работ, определены общие для всех подсистем процедуры. Однако с разработкой дело было хуже: предметная область была незнакомой, и приоритет работ определить было трудно. Начали с подсистемы для одного из лечебных корпусов – не очень получилось. А вот успешная реализация более понятных, «периферийных», подсистем вселила в разработчиков уверенность, и они, после успешной работы с приёмным отделением, подступились к лечебным корпусам. В конце концов, система практически полностью стала покрывать информационные потребности больницы. Мы видим типичный инкрементный подход, который участники разработки изобрели в отчаянной ситуации. Приоритет вначале был один: давайте сделаем, что можно. И только на основании опыта стало возможным делать, что нужно.

7. ИНТЕРНЕТ-ПРОЕКТЫ

Появление интернета стало стимулом к развитию программных изделий, использующих возможности глобальной сети. Большинство интернет-проектов (ИП) в конце 1990-х годов были статичными web-страницами, но развивались они удивительно быстро. Уже в начале 2000-х годов они занимали весьма значительную долю рынка программных изделий. Их принципиальное отличие – работа на широкую (неопределённую) аудиторию, тогда как у обычных проектов были конкретные заказчики, которые платили за функциональность, надёжность и удобство работы с продуктом. Разработчики фактически не имели конкурентов и работали спокойно, добиваясь заданных параметров качества.

Доступность интернет-приложений для множества пользователей привела к конкуренции на рынке программных продуктов, к стремлению опередить конкурента во что бы то ни стало. Приоритетом разработчиков стало не качество, а срок выпуска. Если большие системы разрабатывались годами, то теперь такая роскошь стала недоступной, и семилетние проекты превратились в семимесячные [10].

Как только «менеджеры» почувствовали выгоду коротких сроков разработки, они забыли о методах оценки времени проекта [2] и стали ужимать время: якобы, за деньги можно сделать всё. Однако сокращённые сроки провоцируют отказ от документации, планирования, анализа и конструктивной оценки проделанной работы. Да и юное поколение программистов – выпускников вузов, нередко лишь с начальными знаниями в голове, энергично подхватывает новые веяния.

Пока проекты были относительно небольшими, такой подход ещё проходил. Да, ИП были достаточно дрянными, но что-то нужное они пользователю давали, стоили недорого и даже в случае ошибок не наносили существенного вреда. И для них можно использовать лёгкие методологии.

Но очень скоро пользователи и руководители проектов становятся более требовательными: ИП рассматриваются как жизненно важные. Масштаб их стал увеличиваться, а требования к качеству расти.

Раз так, нельзя ли воспользоваться известной и надёжной водопадной моделью? Ответ очевиден – нет, время не позволяет. Но что делать, если для сложных проектов традиционные этапы планирования, анализа, разработки просто необходимы? Тогда приходится ориентироваться на версионные модели с дополнительными функциональностями и искать баланс между строгими методами и анархией agile.

Следует сказать несколько слов об оценке времени разработки ИП. Большинство их начиналось без чётких требований. Отсюда (кроме, конечно, гонки) и слабые методы оценки проектов. На самом деле, оценка ИП не отличаются от обычных оценок, только ИП более рискованные.

Источник многих неприятностей – изменчивые требования. В ИП ситуация хуже: пользователь порой не знает, что хочет, нередко происходит смещение требований. Кроме того, источник риска в ИП связан с доступом из любой точки. Нужно особо учитывать производительность, надёжность, защиту и конфиденциальность. Поэтому вместо обещания сделать что-то крупное и неизвестное с большими факторами риска, лучше договориться о серии небольших вещей с меньшим фактором риска. Следовательно, нужно разбивать проект на относительно независимые части. И вот мы на новом уровне пришли к известной инкрементной модели!

Итак, что выбрать Waterfall или Agile? Большие серьёзные проекты (например, в оборонке, медицине, банковской области) требуют высокой надёжности, и, значит, высокой производственной дисциплины, в отличие от небольших, но широко распространённых интернет-проектов. В первом случае используем Waterfall, во втором Agile. Но для больших ИП оба этих метода в чистом виде не годятся.

8. ПРИГОДНОСТЬ КРАЙНИХ МЕТОДОВ

Реально оба крайних варианта методологий выдержали проверку временем и могут успешно применяться при создании программных систем, однако на практике существует противостояние Agile и Waterfall.

Рассмотрим статистику от Standish Group [3] (табл. 3). Напрашивается вывод: гибкие методологии опережают «классические» каскадные, от которых, видимо, нужно отказаться. Однако здесь совершенно не учитывается качество проекта и цена его последующего сопровождения, что для многих заказчиков имеет принципиальное значение! Опять же, кто может назвать ИП успешным или неудачным? Кто, кроме владельца, основная заинтересованная сторона? Каковы критерии успеха?

Таблица 3

Успешность программных проектов в зависимости от выбранной методологии. Данные Chaos Report (в процентах)

Размер проекта	Методология	Успешные проекты	Неудачные проекты	Провалившиеся проекты
Все проекты	Agile	39	52	9
	Waterfall	11	60	29
Большой	Agile	18	59	23
	Waterfall	3	55	42
Средний	Agile	27	62	11
	Waterfall	7	68	25
Маленький	Agile	58	38	4
	Waterfall	44	45	11

В итоге компания должна решить и выбрать, по какой методологии она работает в той или иной нише. Лёгкие методологии предпочтительнее для небольших компаний, работающих в условиях сжатых сроков, быстро меняющихся требований и необходимости обеспечения достаточного качества. Область их применения – небольшие и, в крайнем случае, средние проекты. Если необходимы стабильность и качество продукта, а временные и финансовые затраты вторичны, стоит использовать «классические» каскадные методологии.

9. МОДИФИКАЦИЯ ИЛИ СМЕСЬ?

Из-за того, что ни одно «крыло» не может претендовать на универсальное решение, компания зачастую изобретает гибрид, пытаясь работать по Agilefall (Agile + Waterfall). Последний вариант, когда часть компании, например, разработчики внешних систем, работают по Agile, а внутренние процессы разрабатываются по Waterfall, самый худший. Зачастую это происходит из-за веяния моды, компании стремятся привлечь востребованных специалистов на модные тренды, не проведя внутреннюю перестройку процессов. В итоге страдают и выгорают первыми именно высококвалифицированные сотрудники, которые, подгоняемые менеджментом, стремятся работать по гибким методологиям, а их ожидания разбиваются о внутренние каскадные процессы [11].

В литературе описан подобный случай многофакторного выбора, и результат все знают.

Агафья Тихоновна: «*Если бы губы Никанора Ивановича да приставить к носу Ивана Кузьмича, да взять сколько-нибудь развязности, какая у Балтазара Балтазаровича, да, пожалуй, прибавить к этому ещё дородности Ивана Павловича – я бы тогда тотчас бы решилась. А теперь поди подумай!*» (*Н.В.Гоголь, «Женитьба»*).

Какой выход из данной ситуации? С точки зрения авторов, не стоит изобретать Agilefall, в рамках которого не особо комфортно всем.

Предлагается следующий подход. На этапе проектирования и создания сложной информационной системы с длительностью проекта более 6 месяцев использовать классическую методологию и разработать её первую версию с надлежащим качеством, внятной документацией, проработанной архитектурой решения и инфраструктурой проекта. В таком случае все службы компании работают по единой водопадной методологии, у участников проекта не возникает диссонанса, так как все находятся в одном информационном поле [12], разработчики, аналитики, тестировщики следуют четкому плану проекта. Да, в таком случае будет потеря времени, но она несравнимо мала с ценой возможной ошибки. Когда «костяк» проекта и команды создан, следует постепенно перейти на гибкие методологии. При таком подходе выигрывают все: и команда проекта, и заказчик, который получает систему с необходимым качеством. С переходом на гибкие методологии команды разделяются и расширяются, происходит распараллеливание задач. Выделяются команды, которые будут выполнять полный цикл разработки частей системы и её дальнейшие развитие.

Примером такого подхода может служить создание системы дистанционного банковского обслуживания (ДБО). В этой разработке участвовали команды, отвечающие за развитие следующих подсистем:

- интернет банка;
- мобильное приложение;
- АРМ сотрудника банка в отделении;
- платежный функционал;
- виртуальная продуктовая линейка банка;
- команда чатов и пушей;
- продуктовые команды (например, вклады, кредитные карты);
- прочие подсистемы.

Для небольших проектов, где цена ошибки невысока, предполагается сразу использовать гибкие методологии с учётом того, что все процессы в компании «живут» по гибким методологиям.

10. ВЫВОДЫ

Для сложных программных проектов разумно использовать комбинацию водопада для первого цикла разработки системы, её «костяка», с дальнейшим переходом на проектную работу в среде гибких методологий. Но крайне не рекомендуется с самого начала, особенно если в компании основные процессы живут по водопадной методологии, использовать гибрид Agilefall. От него страдают как разработчики, так и заказчики.

Литература

1. *Гласс Р.* Программирование и конфликты 2.0. Теория и практика программной инженерии. – СПб: Символ–Плюс, 2010. – 240 с.
2. *Лукин В.Н., Бахиркин М. В.* Динамическая оценка времени разработки программных систем. Монография. – М.: Изд-во МАИ, 2019. – 160 с.
3. Standish Group, Homepage, https://www.standishgroup.com/, last accessed 2021/08/01.
4. Стандарты: http://www.gost.ru/, last accessed 2021/07/01.
5. *Бек К.* Экстремальное программирование: разработка через тестирование. – СПб.: Питер, 2017. – 224 с.
6. Ryland Leyton: The Agile Business Analyst: Moving from Waterfall to Agile 1st Edition (2015).
7. Project Management Institute.: Agile Practice Guide 1st Edition (2017).
8. Tom DeMarco, Timothy Lister: Waltzing with Bears: Managing Risk on Software Projects 1st Edition, Kindle Edition (2013).
9. *Демарко Т.* Deadline. Роман об управлении проектами. – М.: Вершина, 2008. – 288 с.
10. *Йордон Э.* Управление Интернет-проектами. М.: «Лори», 2021. – 344 с.
11. *Брукс Ф.* Мифический человеко-месяц или как создаются программые системы. – Пер. с англ. – СПб.: Символ-Плюс, 2012. – 304 с.
12. *Tom DeMarco, Timothy Lister.* Peopleware: Productive Projects and Teams 3rd Edition, Kindle Edition (2013).

Modern Realities of Software Project Management

Michail V. Bakhirkin*
Moscow Aviation Institute (National Research University)
Joint-stock company «Post Bank», Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9077-4426
e-mail: bakhirkin@mail.ru

Vladimir N. Lukin**
Moscow Aviation Institute (National Research University)
State University of Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8906-2686
e-mail: lukinvn@list.ru

The need to maintain the workflow in conditions of forced disconnection has increased the need for software products. But it turned out that the quality of many of them is lower than expected. One of the reasons is that users with different quality criteria began to work with them. Another reason is that the products have objectively become unacceptably low quality, largely due to errors in the management of the project. The scale and significance of a modern software project require its implementation according to one of the classical models: it will ensure quality. However, due to the desire to get ahead of competitors, flexible methodologies are used, reducing deadlines and losing quality. And the larger the project, the higher the risk of quality loss and the higher the cost of losses. How to combine the benefits of both approaches without getting their disadvantages?

Keywords: large software project, development methodology, Waterfall, Agile, Internet project.

For citation:
Bakhirkin M.V., Lukin V.N. Modern Realities of Software Project Management. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 72–86. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110406 (In Russ.,abstr. in Engl.).

References

1. Glass R. Programming and conflicts 2.0. Theory and practice of software engineering. – St. Petersburg: Symbol-Plus, 2010. – 240 p.
2. Lukin V.N., Bakhirkin M.V. Dynamic estimation of software systems development time. Monograph. – M.: Publishing House of MAI, 2019. – 160 p.
3. Standish Group, Home page, URL: https://www.standishgroup.com (last accessed 2021/08/01).

Michail V. Bakhirkin, Candidate of Technical Sciences, Moscow Aviation Institute (National Research University), Joint-stock company «Post Bank», Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9077-4426, e-mail: bakhirkin@mail.ru

****Vladimir N. Lukin,*** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, docent, Moscow Aviation Institute (National Research University), Professor, State University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-8906-2686, e-mail: lukinvn@list.ru

4. Standards: URL: http://www.gost.ru (last accessed on 2021/07/01).
5. Beck K. Extreme programming: development through testing. – Sp.: Pi-ter, 2017. – 224 p.
6. Ryland Leyton: agile business analyst: moving from waterfall to an agile 1st edition (2015).
7. The project management Institute.: Guide to flexible practice 1st edition (2017).
8. Tom DeMarco, Timothy Lister: Waltzing with bears: Managing risk in software projects 1st edition, Kindle edition (2013).
9. DeMarco T. deadline. A novel about project management. – Moscow: Vershina, 2008. – 288 p.
10. Yordon E. Internet project management. M.: “Lori”, 2021. – 344 p.
11. Brooks F. The Mythical man-month or how software systems are created. – Translated from English – St. Petersburg: Symbol-Plus, 2012. – 304 p.
12. Tom DeMarco, Timothy Lister. Software for People: Productive Projects and Teams 3rd Edition, Kindle Edition (2013).

Моделирование и анализ данных
2021. Том 11. № 4. С. 87–106
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110407
ISSN: 2219-3758 (печатный)
ISSN: 2311-9454 (online)

Modelling and Data Analysis
2021. Vol. 11, no. 4, pp. 87–106
DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110407
ISSN: 2219-3758 (print)
ISSN: 2311-9454 (online)

УДК 378.147

О педагогическом мастерстве, психологических препятствиях в обучении и науке и образном мышлении

Куланин Е.Д.*
Московский государственный психолого-педагогический университет
г. Москва, Российская Федерация
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012
e-mail: lucas03@mail.ru

В статье рассматриваются психолого-математические проблемы преподавания математики в высшей школе в контексте гуманитаризации математического образования. Сделана попытка выявить объективные причины, мешающие успешному усвоению предмета.

Ключевые слова: преподавание в высшей школе, педагогика, педагогическое мастерство, методика преподавания математики в высшей школе, артистизм в преподавании, психологические паузы, гуманитаризация математического образования, математические шутки, психологические препятствия.

Для цитаты:
Куланин Е.Д. О педагогическом мастерстве, психологических препятствиях в обучении и науке и образном мышлении // Моделирование и анализ данных. 2021. Том 11. № 4. С. 87–106. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110407

1. ВВЕДЕНИЕ

В данной статье автор попытается поделиться своими соображениями по поводу преподавания вообще, и особенно по поводу преподавания в высшей школе. Насколько удачной окажется такая попытка, судить читателю.

С самого начала заметим, что если принять число работ, посвященных дошкольной педагогике за площадь основания треугольной пирамиды, а число работ, посвященных психологии научного творчества – за её вершину (строго говоря, площадь вершины равна нулю, но мы можем считать, что относительная доля таких работ стремится к нулю), то количества остальных педагогических работ будут пропорциональны площадям сечений этой пирамиды, параллельных основанию.

****Куланин Евгений Дмитриевич,*** кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012, e-mail: lucas03@mail.ru

Короче говоря, чем выше уровень образования, тем меньше число посвященных этому уровню педагогических работ. Примерно так же распределяются по уровням образования и диссертации в области педагогики – от массы диссертаций по дошкольной и школьной педагогике до единичных диссертаций по педагогике высшей школы. Из книг, посвященных преподаванию математики и механики в высшей школе (авторы являются математиками, поэтому в основном будет рассматриваться обучение математике) можно упомянуть книги М.В. Потоцкого «Преподавание высшей математики в педагогическом институте» [1], В.П. Лишевского «Педагогическое мастерство ученого» [2] и А.А. Космодемьянского «Теоретическая механика и современная техника» [3]. М.В. Потоцкий справедливо указывает, «что творческая работа в науке и преподавание науки – это совершенно различные области труда ученого, а методы преподавания далеко не определяются содержанием преподаваемой науки. Поэтому даже самая высокая квалификация ученого в его области сама по себе не может гарантировать высокого качества методики его преподавания» [1, с. 39].

2. ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ВЫДАЮЩИХСЯ МАТЕМАТИКОВ И ПЕДАГОГОВ

В качестве иллюстрации последнего тезиса позволим себе полностью, не вырывая из контекста, привести диалог Василия Борисовича Демидовича[1] (Д) и Игоря Ростиславовича Шафаревича[2] (Ш) из сборника «Мехматяне вспоминают: 2» [7, с. 15–16].

Д. Вот такой ещё вопрос. Я поступил на Мехмат МГУ в 1960-м году, и знаю, что в 1950-е и 1960-е годы на факультете было два больших семинара – колмогоровский и гельфандовский. Вам приходилось в них участвовать? Или это было в стороне от Ваших интересов?

Ш. Помню, что я ходил на лекции Колмогорова. Он рассказывал то, что сейчас называется КАМ-теорией.

Д. Да-да, теорией Колмогорова-Арнольда-Мозера.

Ш. Идеи у него были, но он сам говорил: «Я недостаточно сильный аналитик, чтобы все это сделать». Я ходил на его лекции. Они были очень интересные, но малопонятные. И на доклады его я ходил – тоже было абсолютно ничего не понятно…

Д. Я знаю, что Андрея Николаевича очень трудно было понимать.

Ш. И вы это помните, да? Вот я помню, что тогда появились алгоритмические задачи, про которые можно было ставить проблему об их разрешимости …

Д. Потом этим стал заниматься Юрий Владимирович Матиясевич, так?

1 Василий Борисович Демидович (род. 30 августа 1943 года, Москва) – доцент, заместитель заведующего кафедрой общих проблем управления механико-математического факультета МГУ, ведущий научный сотрудник Научно-исследовательского института системных исследований РАН.

2 И́горь Ростисла́вович Шафаре́вич (1923–2017) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук, профессор, академик РАН (1991; член-корреспондент АН СССР с 1958). Лауреат Ленинской премии (1959), в 2017г. награжден золотой медалью имени Леонарда Эйлера (посмертно).

Ш. Потом, да, многие стали этим заниматься. И прежде всего, Андрей Андреевич Марков.

Д. Да-да, конечно.

Ш. Колмогоров же первый решил рассказать математикам, что это такое, на заседании Московского математического общества. Я сразу побежал на этот его доклад, и помню, что было всё абсолютно не понятно. Какой-то он придумал педагогический приём – у него ведь всегда доклады основывались на том, что он придумывал какие-то свои приёмы, чтобы лучше донести их до аудитории. Так вот, в том докладе он что-то сравнивал с бумагами, что-то – с папками, что-то – со шкафами и ящиками.

Понять, что имеется в виду, было совершенно невозможно. Помню, что рядом со мной сидел Гельфанд и написал мне, что когда-то он купил ручку и, решив её опробовать, стал писать фразы внешне бессмысленные, вроде «кривизна интеграла», а потом долго не мог понять, что же это значило – теперь он находится точно в таком же состоянии.

Д. А расскажите про Израиля Моисеевича Гельфанда и про общение с ним.

Ш. В моей жизни первый специальный курс, который я слушал, был гельфандовский спецкурс. У меня такое подозрение, что это был его первый спецкурс, который он читал.

на Мехмате МГУ. Он тогда ещё не защитил свою докторскую диссертацию.

Д. Это было ещё в 40-е годы?

Ш. Ой, знаете, точно не вспомню… По-моему, конец сороковых…

Д. Конец сороковых… понятно, понятно… Гельфанда я слушал один раз, и даже, кажется, что-то понял. Колмогорова я тоже, как-то, слушал, но практически ничего не понял…

Ш. На Мехмате МГУ училась дочка Бориса Николаевича Делоне, Аня, которую я очень хорошо знал. Так она была просто в ярости. Лучшим студентам даже нравилось, что такой великий математик – Колмогоров – что-то непонятное говорит, а её это ужасно раздражало, что он пишет, потом говорит «что это за бред я написал», стирает, опять пишет…

Д. Ну, с великими математиками это случается. Вот, например, я как-то слушал, как читал свой доклад Андрей Николаевич Тихонов: во-первых, тихо, во-вторых, отвернувшись от аудитории, что-то там писал на доске, в третьих, быстро стирал написанное и только тогда поворачивался к аудитории, так что никто не мог понять, что он там писал, а потом стирал.

Ш. Из таких «непонятных» математиков я помню покойного Боголюбова Николая Николаевича. К ним же я отношу и ныне живущего Виктора Павловича Маслова[3]).

[3] Ви́ктор Па́влович Ма́слов (род. 15июня 1930 г.) – российский физик и математик, специалист в области математической физики, академик РАН (с 1991, АН СССР – с 1984 г.), доктор физико-математических наук, профессор. Незадолго до написания этой статьи ему исполнилось 90 лет. Кроме научных достижений известен тем, что был женат на дочери Генерального секретаря коммунистической партии Вьетнама Ле Зуана. Об этом см. его книгу «Безоружная любовь» [8], изданную под псевдонимом О.П. Мартынов.

Абсолютно было не понять его: говорит он явно неверную фразу, пока поймешь, что она неверная и построишь противоречащий пример, он уже что-то совсем другое говорит, иты за ним совершенно не успеваешь.

Д. Говорят, что Виктора Павловича Маслова умеет доходчиво «расшифровывать» Владимир Игоревич Арнольд ...

Заметим, что первому из авторов довелось слушать лекции по теории вероятностей А.Н. Колмогорова для студентов 3-го курса мех-мата МГУ в 1975–1976 учебном году и у него не осталось ощущения их абсолютной непонятности. Возможно, что не все студенты понимали речь Андрея Николаевича, так как уже в те времена его дикция оставляла желать лучшего.

К сожалению, впоследствии его речь только ухудшилась из-за последствий микроинсульта, перенесенного им после полученной травмы.

Составитель сборника «Мехматяне вспоминают: 2» Василий Борисович Демидович является сыном Бориса Павловича Демидовича[4], автора знаменитого задачника по матанализу. К сожалению, гораздо меньше известна другая его книга «Лекции по математической теории устойчивости» [9], написанная исключительно доступно и понятно. Недаром, в рецензии Ю. С Богданова, опубликованной в журнале «Дифференциальные уравнения» [10], отмечалось, что «книга Б.П. Демидовича написана ясным математическим языком и является отличным дополнением университетского курса теории обыкновенных дифференциальных уравнений». Благодаря ясности изложения эта книга впоследствии переиздавалась несколько раз [11], [12]. Скончался Б.П. Демидович 23 апреля 1977 г. скоропостижно (диагноз: острая сердечно-сосудистая недостаточность). Случилось это в субботу, дома. А за день до этого, в четверг, он, как обычно, прочел свою очередную лекцию …[13]. Далее приводим воспоминания автора данной статьи, прослушавшего спецкурс по математической теории устойчивости, читавшийся также весьма понятно Борисом Павловичем в основном по своей книге [9]:

«21 апреля 1977г. на последней лекции спецкурса, экзамен по которому, если мне не изменяет память, был назначен на следующий четверг 28 апреля, Борис Павлович выглядел сильно утомлённым. Поэтому у меня промелькнула незваная мысль, никогда раньше не приходившая в голову: а вдруг? Каково же было моё удивление, когда в понедельник 25 апреля я увидел на мех-мате портрет Бориса Павловича в траурной рамке. Вместо Бориса Павловича экзамен по спецкурсу пришлось принимать Владимиру Михайловичу Миллионщикову[5]».

4 Бори́с Па́влович Демидо́вич (2 марта 1906–23 апреля 1977) – советский математик и педагог, специалист в области теории обыкновенных дифференциальных уравнений, функционального анализа, математической физики Автор одного из наиболее известных в математической среде бывшего СССР сборников задач по математическому анализу. Ученик А.Н. Колмогорова и В.В. Немыцкого.

5 Миллионщиков Владимир Михайлович (22 октября 1939, Москва – 19 марта 2009, там же) – российский математик, специалист в области теории дифференциальных уравнений, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный профессор МГУ (2006). Сын академика АН СССР М.Д. Миллионщикова. Укажем на научную преемственность: М.Д. Миллионщиков – также ученик (как и Б.П. Демидович) А.Н. Колмогорова (и Б.Н. Юрьева).

Такой великий ученый как Николай Егорович Жуковский (1847–1921) также преподавал далеко не лучшим образом. Он никогда не готовился и «врал» на лекциях нещадно [2, с. 34].

Автор книги «Преподавание высшей математики в педагогическом

институте» М.В. Потоцкий считает, что раздел II («Из опыта преподавания механики в высшей школе») книги А.А. Космодемьянского «Теоретическая механика и современная техника» [3, с. 79–152] должен изучить каждый преподаватель вуза [1, с. 208].

В книге В.П. Лишевского «Педагогическое мастерство ученого» [2] раскрывается педагогическая система выдающегося лектора-виртуоза Андрея Петровича Минакова (1893–1954), преподававшего теоретическую механику в Московском текстильном институте, а также на мех-мате МГУ[6]. В книге А.А. Космодемьянского «Теоретическая механика и современная техника» [3] также есть глава, в которой рассматриваются особенности преподавания А.П. Минакова[7].

Кто сказал, что преподавание математики и механики должно быть формальным и скучным? Нет уж давайте вслед за древнеримским сатириком Ювеналом позволим ученым мужам «допускать обороты любые». И А.П. Минаков допускал ненаучные обороты. В частности, рассказывая об относительности движения, Андрей Петрович обязательно цитировал стихотворения А.С. Пушкина и М.В. Ломоносова.

Движенья нет, сказал мудрец брадатый.
Другой смолчал и стал пред ним ходить.
Сильнее бы не мог он возразить;
Хвалили все ответ замысловатый.
Но, господа, забавный случай сей
Другой пример на память мне приводит:
Ведь каждый день пред нами солнце ходит,
Однако ж прав упрямый Галилей.

А.С. Пушкин.

6 Андрею Петровичу Минакову выпала честь читать первую лекцию на механико-математическом факультете в новом здании университета на Ленинских (теперь Воробьёвых) горах 1 сентября 1953 г.

7 Интересно отметить, что матерью А.П. Минакова была Любовь Алексеевна Абрикосова (1866–1949), дочь одного из основателей кондитерской империи Абрикосовых (ныне концерн «Бабаевский») Алексея Ивановича Абрикосова(1824–1904). Ее родная сестра Глафира (Эстель) Алексеевна (1860–1940), т.е. тётя А.П. Минакова, была гражданской женой Нобелевского лауреата по физиологии и медицине Шарля Рише (1850–1935) и жила в Париже. Поэтому Андрей Петрович вместе с братом Сергеем некоторое время учился в Париже. Его двоюродный брат Дмитрий Иванович Абрикосов (1876–1951) написал интереснейшие воспоминания «Судьба русского дипломата» [5]. Родной племянник Дмитрия Ивановича Абрикосова и двоюродный племянник Андрея Петровича Минакова Алексей Алексеевич Абрикосов (1928–2017) стал Нобелевским лауреатом по физике.
Как причудливо тасуется колода! – сказал бы Воланд из бессмертного романа Михаила Афанасьевича Булгакова «Мастер и Маргарита».

Случились вместе два Астронома в пиру
И спорили весьма между собой в жару.
Один твердил: земля, вертясь, круг Солнца ходит;
Другой, что Солнце все с собой планеты водит:
Один Коперник был, другой слыл Птолемей.
Тут повар спор решил усмешкою своей.

Хозяин спрашивал: «Ты звезд теченье знаешь?
Скажи, как ты о сем сомненье рассуждаешь?»
Он дал такой ответ: «Что в том Коперник прав,
Я правду докажу, на Солнце не бывав.
Кто видел простака из поваров такова,
Который бы вертел очаг кругом жаркова?»

М.В. Ломоносов.

Известный российский математик А.Д. Мышкис (1920–2009) в своих интересных воспоминаниях [6] рассказывает о своем университетском учителе А.П. Минакове:

«Был еще курс теоретической механики, который читал А.П. Минаков. Это был великий лектор, и его лекции по форме и содержанию походили на выступления артиста. А.Ю. Ишлинский о нём сказал: «Среди нас жил гений!». Я слышал, что К.С. Станиславский предлагал Минакову стать профессиональным артистом. Когда я был преподавателем ВВИА, там одно время преподавал и Минаков. В частности, он объявил семестровый курс для преподавателей об искусстве чтения лекций. Была указана тема каждой лекции; меня особенно поразило название одной лекции этого курса: «Как войти в аудиторию». Жалею, что я не прослушал этот курс» [6, с. 24].

А вот отрывок из воспоминаний Михаила Белецкого:

«Строго говоря, теоретическая механика, преподававшаяся на 2-м курсе, не была для нас совершенно чуждым предметом. Ведь факультет назывался механико-математическим, предстояло разделение нас на математиков и механиков, и для последних этот предмет был профилирующим. Но лучшие студенты, к которым в то время принадлежал и я, твёрдо знали, что их удел – не какая-то механика, а математика, царица наук.»

Механику же я вспомнил по единственной причине – её нам читал Андрей Петрович Минаков. ***На одной из лекций он сказал: «Пройдёт время, и вы будете вспоминать: читал нам Андрей Петрович, очень занятно читал, а вот что читал – не припомню». Это предсказание исполнилось даже в большей степени, чем можно было рассчитывать. Потому что я забыл не только содержание его лекций, что совершенно естественно, но и главное в них – подробности спектакля.***[8]

А их, действительно, можно было назвать спектаклями. Сама внешность Андрея Петровича была артистической – пожилой актёр в роли старого профессора. Он играл тоном, мимикой, сыпал шутками, рассказывал байки.

[8] Курсив наш (авт.).

Вот вспомнилось начало лекции: «Запишите тему: О праве вектора называться вектором». И при этом курс был хорошо построен, было понятно, что свой предмет он знает великолепно. За всё это он пользовался огромной симпатией студентов. А кроме того, было известно его добродушие – на экзамене, так же играя, ставил только пятёрки и четвёрки» [13].

Автор, будучи студентом, прослушал замечательный курс лекций по математическому анализу Сергея Борисовича Стечкина[9]), но запомнил только его изречение: «Научить дифференцировать можно даже обезьяну» (конечно, знания по матанализу остались, но источник их поступления забылся).

Несомненно, А.П. Минаков понимал, что невозможно удержать внимание студентов, монотонно выписывая длинные цепочки математических формул. Поэтому он делал психологические паузы, рассказывая «занимательные истории, хотя бы косвенно относящиеся к предмету. Вот пример такой психологической паузы на лекции, посвященной механической работе [2, с. 30]. Однажды ночью был ограблен государственный банк. Постовой милиционер заметил убегавшего грабителя, но не мог его задержать. При осмотре места преступления он обнаружил веревку, свисавшую из окна третьего этажа. Волоконца веревки были опалены, поэтому следователь,

прибывший на место преступления, понял, что грабитель спустился по веревке настолько быстро, что обжег руки. Когда вскоре после этого происшествия в одну из больниц обратился пациент с сильными ожогами обеих рук в виде характерных полос, то его арестовали и обвинили в ограблении банка. Естественно подозреваемый, работавший электросварщиком, всё отрицал и объяснял причину своих ожогов тем, что на работе случайно схватился за раскалённую проволоку. Однако проведенные замеры позволили вычислить с одной стороны количество тепла, причинившего ожоги, а с другой -количество тепла, выделившегося при спуске грабителя с третьего этажа. Эти два числа совпали, после чего электросварщик сознался в совершении преступления.

Э.Э. Шноль вспоминает, как делал паузу другой выдающийся педагог – А.Я. Хинчин[10]: «А.Я. Хинчин читал у нас анализ. Однажды на какой-то лекции он доказал, что операция неопределённого интегрирования есть обратная операции дифференцирования. И сказал: «Мы с вами подошли к такому важному моменту, что больше я вам ничего сегодня рассказывать не буду. После такой теоремы я ничего рассказывать не могу». И отпустил нас. А всего это заняло у него минут 20. Прошло больше 60 лет, но я и А.М. Молчанов это помним. Открытие замечательное, и Хинчин, по-

[9] Серге́й Бори́сович Сте́чкин (1920–1995) – советский и российский математик, доктор физико-математических наук (1958), профессор МГУ, основатель научной школы в теории функций, Сын академика Б.С. Стечкина (1891–1969), двоюродный брат известного конструктора стрелкового оружия И.Я. Стечкина (1922–2001), внучатый племянник уже упоминавшегося выше основоположника аэродинамики Николая Егоровича Жуковского (1847–1921).

[10] Алекса́ндр Я́ковлевич Хи́нчин (1894 –1959) – советский математик, профессор МГУ, один из наиболее значимых учёных в советской школе теории вероятностей. Член-корреспондент АН СССР (1939), действительный член АПН РСФСР (1944). Лауреат Сталинской премии второй степени за работы по теории вероятностей.

сле такого результата – главного в дифференциальном и интегральном исчислении – не счёл возможным что бы то ни было ещё рассказывать» [14].

А вот воспоминания о Дмитрии Евгеньевиче Меньшове, запомнившемся Белецкому и Мышкису не своим педагогическим мастерством, а совершенно необычной внешностью.

Сначала даем слово Михаилу Белецкому:

«Заслуживает упоминания разве что внешность Дмитрия Евгеньевича Меньшова, читавшего нам ТФКП, потому что она бросалась в глаза сразу же – даже на фоне других университетских профессоров. В этом плане его можно было бы считать математиком в квадрате – он настолько отличался от обычного профессора математики, того же Александрова, насколько последний отличался от рядового гражданина. Высокий, с маленькой головой и всколоченной бородой, несколько донкихотского вида, но не столь романтичный и более оторвавшийся от действительности. В общем, поглядев на этого человека, трудно было поверить, что он не обитатель сумасшедшего дома. Представить какой-нибудь контакт с ним было трудновато, и я не помню, чтобы слышал о таких контактах от своих коллег. (Пусть уважаемый профессор простит меня с того света за столь непочтительные строки.)» [13, подзаголовок «На Ленинских горах»].

А это впечатления А.Д. Мышкиса:

«Попутно хочу отметить, что профессор (позже – член-корр) Дмитрий Евгеньевич Меньшов был одной из самых колоритных фигур на мех-мате. Крупнейший специалист в области общих ортогональных и тригонометрических рядов, он сразу бросался в глаза из-за своего высокого роста и громкого низкого голоса. О его рассеянности ходили анекдоты: как он пришел на лекцию, но без ботинок; как он во время лекции пытался засунуть в карман тряпку, которой стирают с доски, и т.п.» [6, с.33].

Автор тоже помнит колоритную фигуру Дмитрия Евгеньевича в галошах, но вроде бы всё-таки в ботинках.

3. О ГУМАНИТАРИЗАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В свое время автор вместе с М.Е. Степановым работали в НИИ школ МП РСФСР, впоследствии неоднократно переименовывавшемся (одно из последних названий – Институт Общего Образования Министерства Образования РФ). Плодом их сотрудничества явился учебник по геометрии для 9-го класса [15], написанный в соответствии с поощряемой в последнее время линией на гуманитаризацию математического образования (особого внимания в этой связи заслуживает приложение, помещённое в конце этой книги). Также можно указать на тщательный подбор эпиграфов в учебниках [18], [19] и [20]. Кроме того, каждая глава в учебнике [19] завершается разделом «Пора отдохнуть», содержащем математические шутки, подобранные одним из авторов учебника кандидатом физико-математических наук, членом Союза писателей России С.Н. Федина из его же сборника «Математики тоже шутят» [22]. Приведем одну из таких шуток:

На уроке геометрии учитель спрашивает ученика:

– Можешь ли ты дать определение точки?
– Запросто. Точка – это прямая линия, если смотреть ей прямо в торец. [19, с. 129], [22, с. 92].

Несмотря на явную абсурдность этого определения, даже в нем можно найти рациональное зерно. Приведем пример. Выберем режимы «гибрид» и «линейка» в Яндекс-картах и поставим первую точку у Крестовоздвиженского храма на Алтуфьевском шоссе (храм Воздвижения Креста Господня в Алтуфьево, Алтуфьевское шоссе 147), а вторую – на ближнюю к Монтажной улице из двух более высоких труб ТЭЦ (ТЭЦ-23, Монтажная, 1/4, ст. 5). Тогда проведенная прямая пройдет параллельно улице Лескова, практически сливаясь с ней, на участке от церкви Живоносного Источника до улицы Широкой, т.е. если смотреть на этот прямолинейный участок улицы Лескова с колокольни Крестовоздвиженского храма, то он будет виден «прямо в торец» и, таким образом, самой улицы не будет видно.

Кстати, согласно данным Яндекс-карт расстояние между указанными двумя объектами (храмом и ТЭЦ) равняется 15 км 100м.

Приведем также фрагмент предисловия книги Е.Д. Куланина и Н.Е. Шиховой «Геометрический фейерверк»:

«Великий французский математик Анри Пуанкаре сказал, что «жизнь есть лишь беглый эпизод между двумя вечностями смерти, и в этом эпизоде прошедшая и будущая длительность сознательной мысли – не более как мгновение. Мысль – только вспышка света посреди долгой ночи. Но эта вспышка – всё». Мы задумали книгу как серию мысленных вспышек, фейерверк геометрических понятий, утверждений, рисунков и задач, образующих единое целое» [25, с. 3]. Эта книга написана так, чтобы вызвать у учащихся желание открыть её и прочитать до конца, не выпуская из рук. Открывается она легендой о Лилавати – дочери индийского математика и астронома Бхаскары (1114–1185), а заканчивается главой о некоторых кубических прямых, связанных с треугольником. Более подробно об этой книге см. статьи [26–28].

В рамках темы гуманитаризации математического образования никак нельзя обойти интервью с выдающимся российским математиком Владимиром Игоревичем Арнольдом[11]:

– **Математика – важная и очень древняя часть человеческой культуры. Каково ваше мнение о ее месте среди других культурных ценностей?**

---

[11] Влади́мир И́горевич Арно́льд (1937–2010) – советский и российский математик, автор работ в области топологии, теории дифференциальных уравнений, теории особенностей гладких отображений и теоретической механики. Один из крупнейших математиков XX века. Академик АН СССР (РАН, с 1990, член-корреспондент с 1984), иностранный член Национальной АН США (1983), Французской АН (1984), Лондонского королевского общества (1988), (1988), Американской академии искусств и наук (1987), Американского философского общества (1990), Европейской академии (1991), доктор физико-математических наук (1963), главный научный сотрудник Математического института имени В.А. Стеклова РАН, профессор МГУ и Университета Париж-Дофин. Лауреат многих наград, Ленинской премии (1965), премии Крафорда (1982), премии Вольфа (2001), Государственной премии РФ (2007), премии Шао (2008).

– Слово «Математика» означает наука об истине. Мне кажется, современная наука (т.е. теоретическая физика вместе с математикой) является новой религией – культом истины – основанной Ньютоном триста лет назад.

– **Когда вы доказываете теорему, вы ее «создаете» или «открываете»?**
– Я, безусловно, испытываю ощущение, что открываю нечто, существовавшее и без меня.

Словами А.К. Толстого:

Тщетно, художник, ты мнишь, что творений своих ты создатель!
Вечно носились они над землею, незримые оку …
Много в пространстве невидимых форм и неслышимых звуков,
Много чудесных в нем есть сочетаний и слова и света… [12]

Затрагивая взаимосвязи математики и физики, можно упомянуть, что автор некогда написал статью на эту тему [16]. Поэтому уместно будет привести здесь стихотворение американского поэта Робинсона Джефферса «Открытая рана» [17]:

У физиков и математиков –
Своя мифология; они идут мимо истины,

[12] Для любознательного читателя приведем это программное стихотворение А.К. Толстого полностью.
Тщетно, художник, ты мнишь, что творений своих ты создатель!
Вечно носились они над землею, незримые оку.
Нет, то не Фидий воздвиг олимпийского славного Зевса!
Фидий ли выдумал это чело, эту львиную гриву,
Ласковый, царственный взор из-под мрака бровей громоносных?
Нет, то не Гете великого Фауста создал, который,
В древнегерманской одежде, но в правде глубокой, вселенской,
С образом сходен предвечным своим от слова до слова!
Или Бетховен, когда находил он свой марш похоронный,
Брал из себя этот ряд раздирающих сердце аккордов,
Плач неутешной души над погибшей великою мыслью,
Рушенье светлых миров в безнадежную бездну хаоса?
Нет, эти звуки рыдали всегда в беспредельном пространстве,
Он же, глухой для земли, неземные подслушал рыданья.
Много в пространстве невидимых форм и неслышимых звуков,
Много чудесных в нем есть сочетаний и слова и света,
Но передаст их лишь тот, кто умеет и видеть и слышать,
Кто, уловив лишь рисунка черту, лишь созвучье, лишь слово,
Целое с ним вовлекает созданье в наш мир удивленный.
О, окружи себя мраком, поэт, окружися молчаньем,
Будь одинок и слеп, как Гомер, и глух, как Бетховен,
Слух же душевный сильней напрягай и душевное зренье,
И, как над пламенем грамоты тайной бесцветные строки
Вдруг выступают, так выступят вдруг пред тобою картины,
Выйдут из мрака – все ярче цвета, осязательней формы,
Стройные слов сочетания в ясном сплетутся значенье -
Ты ж в этот миг и внимай, и гляди, притаивши дыханье,
И, созидая потом, мимолетное помни виденье!

Не касаясь её, их уравнения ложны,
Но всё же работают. А когда обнаруживается ошибка,
Они сочиняют новые уравнения; оставляют теорию волн
Во вселенском эфире и изобретают изогнутое пространство.
Всё же их уравнения уничтожили Хиросиму.
Они сработали.
У поэта тоже
Своя мифология. Он говорит, луна что родилась Из Тихого океана.
Он говорит, что Трою сожгли из-за дивной
Кочующей женщины чьё лицо послало в поход тысячу кораблей.
Это вздор, это может быть правдой, но церковь и государство
Стоят на более диких неправдоподобных мифах,
Вроде того, что люди рождаются равными и свободными: только подумайте!
И что бродячий еврейский поэт Иисус – Бог всей вселенной. Только подумайте!

4. О ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРИЧИНАХ, ПРЕПЯТСТВУЮЩИХ УСВОЕНИЮ МАТЕМАТИКИ, ИЛИ О ПСИХОЛОГИЧЕСКИХ ПРЕПЯТСТВИЯХ

Но, во-первых, далеко не все преподаватели могут сравняться по мастерству с А.П. Минаковым или А.Я. Хинчиным. А во-вторых, сколько бы мы не «растекались мыслью по древу» и не пытались заинтересовать или увлечь аудиторию, всегда найдутся студенты, равнодушные ко всем этим ухищрениям, которых, грубо говоря, ничем не проймёшь. Почему так происходит? Можно, конечно, сетовать на несовершенство школьной подготовки, ЕГЭ, немотивированность студентов, поступивших в «не свой» ВУЗ и т.д., но видимо существуют какие-то более глубокие причины, которые мы назовем психологическими препятствиями. Попытаемся вкратце обрисовать проблему. Как известно для того, чтобы прийти к понятию абстрактного числа, человечеству понадобилась не одна тысяча лет. Сначала для счета, например деревьев, существовали одни числительные, а для счета, например, камней – другие. Следы этого сохранились в различных языках, в том числе в японском. Более того, у нивхов для длинных деревьев существуют одни числительные (формы числительных), а для коротких – другие (более подробно об этом см. [28], [29], [51]). Каждый новорожденный человеческий идивидуум

Целое с ним вовлекает созданье в наш мир удивленный.
О, окружи себя мраком, поэт, окружися молчаньем,
Будь одинок и слеп, как Гомер, и глух, как Бетховен,
Слух же душевный сильней напрягай и душевное зренье,
И, как над пламенем грамоты тайной бесцветные строки
Вдруг выступают, так выступят вдруг пред тобою картины,
Выйдут из мрака - все ярче цвета, осязательней формы,
Стройные слов сочетания в ясном сплетутся значенье -
Ты ж в этот миг и внимай, и гляди, притаивши дыханье,
И, созидая потом, мимолетное помни виденье!

лишен возможности повторять печальный опыт своих предков в силу ограниченности своей жизни, поэтому ему приходится обучаться все премудростям в сжатые сроки. В первую очередь должно сформироваться чувство самосохранения, наиболее важное чувство для выживания каждого конкретного человека и вида в целом. О том, что в самом раннем возрасте оно отсутствует, свидетельствуют многочисленные (увы!) несчастные случаи, происходящие с детьми из-за недосмотра родителей. Нередко бывает, что маленькие дети выпадают из окон, так как у них еще не сформировалось чувство боязни высоты. Хорошо известно, что в прошлом детская смертность была гораздо выше не только из-за различных болезней, но из-за несчастных случаев, так как дети низших слоёв населения по большей части были предоставлены сами себе. Поэтому дети, у которых не успело сформироваться чувство самосохранения, как правило не выживали. Подросшие дети шли учиться в школы, где также приходилось подчиняться различным правилам и запретам. Таким образом, обучение, ориентированное на средний уровень, приводит к подавлению творческой инициативы. Известно, например, что Ньютона в школе считали тупицей, а Эйнштейн также не мог похвастаться школьными успехами. С другой стороны, для того, чтобы сломать устаревшие представления в науке, требуются не только смелость и гибкость мысли, но и определённое гражданское мужество. Здесь уместно вспомнить, каким нападкам со стороны не только математиков, но и общества подвергались творцы неевклидовой геометрии Н.И. Лобачевский и Янош Больяи. Оба они преждевременно ушли из жизни, так и не дождавшись признания своих открытий. Именно поэтому великий немецкий математик Гаусс, начавший заниматься теорией параллельных раньше Лобачевского и Больяи, и пришедший к аналогичным выводам, так и не решился опубликовать результаты своих исследований.

Он объяснял это боязнью «крика беотийцев[13]». Вот отрывок из его письма к известному (функции Бесселя) немецкому математику и астроному Бесселю:

---

[13] Беотийцы – жители древнегреческой области Беотия, славящиеся своей тупостью. Про крик беотийцев писал также основатель теории множеств Георг Кантор:
«Крик беотийцев. Почему Гаусс так опасался криков беотийцев? Математики составляют сообщество подобно ордену. Хотя законы не писаны, но профессиональный канон известен ещё с античности, не предполагая отступничества, этот пифагорейский принцип был силён до наших дней. Предмет, из которого появляются результаты, должен быть прочным. Этого придерживался Гаусс. Он создавал свои работы из чисел, недоступных профанам, которым ничего не оставалось. Как не преклоняться перед ним. Другой его любовью была геометрия, связанная с геодезией и физикой. Он сказал там первое и последнее слово. Он занимался вещами высшей важности, что обеспечило ему первенство в математике. Многие его результаты остались в мелких заметках. Он пользовался узлами, но исследование теории оставил Листингу. Он считал тратой времени писать монографии как Коши с его тщательной кодификацией понятий производной, интеграла, непрерывности. Но оборотной стороной его почёта было одиночество.
Будучи открывателем «Превосходной теоремы» (Theoremaegregium), он как никто другой в то время продвинулся в решении проблемы постулата параллельных Евклида. Но он не решался обсуждать эту проблему с беотийцами, которые знали этот вопрос в упрощённо-вульгарной форме. Может быть, он имел в виду Ньютона, чья грандиозная идея о восстановлении изменяющейся величины по её интенсивности изменения была сокращена для профанов в dy/dx, на века лишив математику красоты.
Беотийцы – как их много вокруг меня – примут мои множества в простейшей форме. Позже, освоив мою идею, они станут меня исправлять. Не ошибся ли я, показав мою идею сразу после её создания?» [43].

«Вероятно, я еще не скоро смогу обработать свои пространные исследования по этому вопросу, чтобы их можно было опубликовать. Возможно даже, что я не решусь на это, ибо боюсь крика беотийцев, который поднимется, когда я выскажу свои воззрения».

Эти опасения подтверждаются также следующим отрывком из письма Гаусса своему ученику Герлингу от 25 августа 1818 г.:

«… Я радуюсь, что Вы имеете мужество высказаться так, как если бы Вы признавали ложность нашей теории параллельных, а вместе с тем и всей нашей геометрии. Но осы, гнездо которых Вы потревожите, полетят Вам на голову …». [44]. Выдающийся советский и российский геометр А.Д. Александров (о нем см. [45]) написал по этому поводу интересную статью «Тупость и гений» [46]. Однако ломка старой научной парадигмы предполагает введение новой парадигмы, так как нежелание считаться с объективными ограничениями граничит с безумием. Тут мы вплотную подошли к теме «Безумие и гений». Безумие нередко может служить расплатой за гениальность. Так, основатель теории множеств Георг Кантор закончил свои дни в психиатрической больнице города Галле. Один из творцов неевклидовой геометрии Янош Больяи испытывал в конце жизни глубокую депрессию, спровоцированную непризнанием его математических работ.

Другой предшественник неевклидовой геометрии Франц Адольф Тауринус напечатал в 1826г. в Кельне небольшую брошюру по теории параллельных. Из-за непризнания его идей Тауринус впал в меланхолию и в болезненном припадке сжег все оставшиеся у него экземпляры этой брошюры. После этого он полностью прекратил свои исследования по теории параллельных.

Отметим также, что знаменитый французский математик Жак Адамар (1865–1963), доказавший асимптотический закон распределения простых чисел и написавший интересную книгу о психологии математического творчества [47], в течении нескольких лет переписывался и даже встречался в психиатрической лечебнице с математиком Андре Блохом (1893–1948), помещенном туда за убийство брата, дяди и тети. Он совершил эти убийства в 1917 г., вернувшись в Париж после контузии на фронте, чтобы исполнить свой «евгенический долг: пресечь ветвь своей семьи, которую он считал дефективной» (цит. по [48]).

В психиатрической клинике Сен-Морис Блох оставался до конца жизни – всего 31 год. Все это время он писал статьи по теории функций комплексного переменного, теории чисел, геометрии, теории алгебраических уравнений, кинематике и преподаванию математики. Парижская академия наук наградила Блоха премией Беккереля незадолго до его смерти. Многие математики, с которыми переписывался Блох, не знали о его состоянии, так как он указывал адрес без указания на то, что это психиатрическая клиника, а от личных встреч уклонялся под предлогом плохого самочувствия.

Адамар представил некоторые статьи Блоха в журнал Парижской академии наук “Comptes Rendus”, а его паратактические окружности Адамар даже включил в свои знаменитые «Лекции по элементарной геометрии». Американский математик Морделл так описывает свой разговор с Адамаром по этому поводу:

Он рассказал мне, что в бытность свою редактором математического журнала получал весьма хорошие статьи от некоего незнакомца и как-то пригласил того на обед. Корреспондент Адамара писал, что в силу обстоятельств, над которыми он не властен, он не может, принять приглашения, но в ответ пригласил Адамара навестить его. Адамар так и сделал и, к своему большому удивлению, обнаружил, что автор понравившихся ему статей заключен в психиатрической клинике тюремного типа. Очевидно, он был вполне в здравом уме, если не считать убийства родственников. Его имя было А. Блох, и он был очень хорошим математиком» (цит. по [48]).

Позволим себе в этой связи процитировать отрывок из письма известного писателя Даниила Хармса[14] к К. Пугачевой от 16 октября 1933 г.:

«Мне всегда подозрительно все благополучное. Сегодня был у меня Заболоцкий. Он давно увлекается архитектурой и вот написал поэму, где много высказал мыслей об архитектуре и человеческой жизни. Я знаю, что этим будут восторгаться много людей. Но я также знаю, что эта поэма плоха. Только в некоторых своих частях она, почти случайно хороша. Это две категории.

Первая категория понятна и проста. Тут все так ясно, что нужно делать. Понятно, куда стремиться, чего достигать и как это осуществить. Тут виден путь. Об этом можно рассуждать; и когда-нибудь литературный критик напишет целый том по этому поводу, а комментатор – шесть томов о том, что это значит. Тут все обстоит вполне благополучно.

О второй категории никто не скажет ни слова, хотя именно она делает хорошей всю эту архитектуру и мысль о человеческой жизни. Она непонятна, непостижима и в то же время прекрасна, вторая категория! Но ее нельзя достигнуть, к ней даже нелепо стремиться, к ней нет дорог. Именно эта вторая категория заставляет человека вдруг бросить все и заняться математикой, а потом, бросив математику, вдруг увлечься арабской музыкой, а потом жениться, а потом жениться, а потом, зарезав жену и сына, лежать на животе и рассматривать цветок.

Это та самая неблагоприятная категория, которая делает гения. (Кстати, это я говорю уже не о Заболоцком, он еще жену свою не убил и даже не увлекался математикой.)» (цит. по [49]).

Ясно, что под второй категорией Хармс подразумевал природу гениальности. Здесь уместно заметить, что великий Ньютон занимался также алхимией и библейской хронологией[15], а уже упоминавшийся выше гениальный немецкий математик Кантор значительную часть своей жизни посвятил решению так называемой проблемы личности Шекспира-Бэкона и занятиям богословием ([50]).

[14] Хармс (Ювачёв) Даниил Иванович (1905-1942) – русский, советский писатель, поэт и драматург, основатель объединения ОБЭРИУ.

[15] В настоящее время это направление весьма успешно продолжили творцы Новой хронологии А.Т. Фоменко и Носовский. Не так давно в Ярославле даже открылся Мультимедийный музей Новой хронологии с весьма недешевыми входными билетами.

В этой связи можно также упомянуть немецкого математика Карла Фейербаха[16]), угрожавшего ножом[17] своим ученикам в Эрлангенской гимназии, великого немецкого математика Давида Гильберта (1862–1943), сын которого страдал психическим расстройством [52], и наконец, современного математика Григория Перельмана, решившего знаменитую проблему Пуанкаре, но шокировавшего математический мир отказом принять назначенную за её решение премию института Клэя размером в один миллион долларов и совершившего множество других «экстравагантных» поступков [54].

Естественно, что авторы далеки от мысли о безумии большинства или даже значительной части математиков, но возможно, что риск такого заболевания у представителей этой профессии выше среднестатистического. Это наблюдение относится не только к математикам, но и к представителям некоторых других профессий, например, актерской. Специфика этой профессии, требующая глубокого вживания в роль, нередко приводит актеров к нервным срывам и депрессии, зачастую усугубляющейся алкогольной и наркотической зависимостью. Об этом рассказывает фильм «Безумная роль» из серии «Хроники московского быта»[55].

В заключение заметим, что автор нисколько не претендует на решение всех научно-методических проблем, но все же надеется внести посильную лепту в это дело, продолжив серию своих научно-методических публикаций [36] – [42].

Литература

1. *Потоцкий М.В.* Преподавание высшей математики в педагогическом институте. – М.: Просвещение, 1975.
2. *Лишевский В.П.* Педагогическое мастерство ученого. – М.: Наука, 1975.
3. *Космодемьянский А.А.* Теоретическая механика и современная техника. – М.: Просвещение, 1969.
4. *Децим Ю.Ю.* Сатиры. Книга II. Сатира шестая (перевод Д.С. Недовича) / Римская сатира. – М.: Государственное Издательство Художественной Литературы, 1957, с. 61.
5. *Абрикосов Д.И.* Судьба русского дипломата / Пер. с англ. Н.Ю. Абрикосовой, Е.Ю. Дорман; Предисл., науч. ред. и коммент. М.Ю. Сорокиной; Вступ. ст. д. Макдоналда. – М.: Русский путь, 2008.
6. *Мышкис А.Д.* Советские математики: Мои воспоминания. – М.: ЛКИ, 2007.
7. Мехматяне вспоминают: 2. Выпуск подготовлен В.Б. Демидовичем. – М.: МГУ имени М.В. Ломоносова, механико-математический факультет, 2009.
8. *Мартынов О.П.* Безоружная любовь / О. Мартынов. – М.: Моск. рабочий, 1989.
9. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967.
10. *Yu. S. Bogdanov,* Рецензия. Б.П. Демидович Лекции по математической теории устойчивости, Differ. Uravn.,1969, Volume 5, Number 6, 1138.

[16] Карл Фейербах (1800–1834) – брат философа Людвига Фейербаха (1804–1872), считавшегося предшественником марксизма из-за материалистической направленности его философии и поэтому широко известного в советское время, и дядя одного из наиболее значительных немецких исторических живописцев XIX века Ансельма Фейербаха (1829–1880).

[17] Вообще многие представители семейства Фейербах отличались своей психической неуравновешенностью. На эту тему даже была написана книга с красноречивым названием: «Гений и болезнь: психопатологическое исследование семьи Фейербах» [52].

10. Лекции по математической теории устойчивости: учеб. пособие – 2-е изд. – М.: Изд-во МГУ: ЧеРо, 1998.
11. *Демидович Б.П.* Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Лань, 2008.
12. URL: https://greednews.su/demidovich-sbornik-zadach-po-matematicheskomu-analizu-skachat
13. URL: http://www.poesis.ru/almanah/almanah2/Beletskij/frm_3.htm
14. *Э.Э. Шноль.* Мои студенческие годы / Полином № 1, 2010, научно-методический журнал, С. 18.
15. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е.* Геометрия. Учебное пособие для 9 класса. – М.: Инос, 2001.
16. *Куланин Е.Д.* О взаимосвязи физики и математики. «Физика в школе». 2003. № 3, С. 76–79.
17. *Робинсон Джефферс.* Глубокая рана. / Американская поэзия в русских переводах. – М.: Радуга, 1983, с.259.
18. *Куланин Е.Д., Федин С.Н., Федяев О.И.* Геометрия. 10–11 класс. Пособие для учащихся физико-математического профиля. – М.: Рольф, Айрис-пресс, 1997.
19. *Гусев В.А., Куланин Е.Д., Мякишев А.Г. ФединС.Н.* Геометрия. Профильный уровень: учебник для 10 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010.
20. *Гусев В.А., Куланин Е.Д., Федяев О.И.* Геометрия. Профильный уровень : учебник для 11 класса. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012.
21. Интервью с В.И. Арнольдом. Квант. 1990. № 7. С. 4–5 URL: http://kvant.mccme.ru/1990/07/intervyu_s_viarnoldom.htm
22. Математики тоже шутят / Авт.-сост. С.Н.Федин. Изд. 3-е, испр. и доп. – М: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010.
23. Новая антология палиндрома / Авт.-сост. Б.С.Горобец, С.Н.Федин. – М: ЛКИ, 2008.
24. *Куланин Е.Д.,Шихова Н.А.* Геометрический фейерверк.Творческие задания на уроках математики.- М:Илекса. 2016.
25. *Куланин Е.Д.,Шихова Н.А.* Геометрический фейерверк. Математика в школе, № 5, 2016, С. 47–59.
26. *Куланин Е.Д., Шихова Н.А.* Прямые Эйлера и точки Фейербаха. Математическое образование. 2012. № 2. С. 24–40.
27. *Куланин Е.Д., Шихова Н.А.* Окружности Эйлера вписанного и вневписанных треугольников. Математическое образование. 2016. № 3(79). С.38–48.
28. *Куланин Е.Д.* О происхождении термина «арифметика». Математика в школе. 2011. № 9. С. 55–57.
29. *Куланин Е.Д.* О происхождении термина «арифметика». Математическое образование. 2011. № 3–4. С. 52–54.
30. *Степанов М.Е.* Некоторые вопросы методики преподавания высшей математики. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. – Вып. 1, 2017.
31. *Степанов М.Е.* Образ силового поля как эвристическая модель в математике. Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – Вып. 3., 2007.
32. *Степанов М.Е.* Эрлангенская программа Клейна и геометрия треугольника. Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – 2015. № 1. С. 100–135.
33. *Степанов М.Е.* Эрлангенская программа Клейна и геометрия треугольника (часть вторая). Моделирование и анализ данных. Труды факультета информационных технологий МГППУ. – 2016. № 1. С. 60–115.
34. *Степанов М.Е.* Эрлангенская программа Клейна и геометрия треугольника Моделирование и анализ данных. Математическое образование. 2017. № 3(83). С. 28–42.

35. *Степанов М.Е.* Компьютерные технологии как средство приобщения учащегося к математической реальности. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. – Вып. 1, 2018.
36. *Куланин Е.Д., Нуркаева И.М.* О двух геометрических задачах на экстремум. Математика в школе. 2019. № 4. С. 35–40.
37. *Куланин Е.Д., Нуркаева И.М.* Еще раз о задаче Мавло. Математика в школе. 2020. № 2. С. 76–79.
38. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики. Моделирование и анализ данных. 2019. № 4. С. 127–144.
39. *Куланин Е.Д., Нгуен Ву Куанг, Степанов М.Е.* Осязаемая предметность с компьютерной поддержкой. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. 2019. № 4. С. 145–156.
40. *Куланин Е.Д.,Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* Роль образного мышления в научном мышлении. Моделирование и анализ данных. 2020. Т.10. № 2 С. 110–128.
41. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* О различных подходах к решению экстремальных задач. Моделирование и анализ данных. 2020. Т.11. № 1. С.40–60.
42. *Лунгу К.Н., Норин В.П., Письменный Д.Т., Шевченко Ю.А., Куланин Е.Д.* Сборник задач по высшей математике с контрольными работами. Москва, 2013. Том 2 (8-е издание).
43. *Медушевский Е.* Георг Кантор о Дедекинде, Кронекере и о самом себе. Предисловие и перевод с польского Г.И. Синкевич. – Русский мір. –2013 г. – No8. – С. 271–299. URL: https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz_v_licah/publish/sinkevich_gi/41.pdf
44. *Гаусс К.Ф.* Отрывки из писем и черновиков, относящиеся к неевклидовой геометрии. // Основания геометрии (сб.). – М.: ГИТТЛ, 1956.
45. *Куланин Е.Д.* Выдающийся ученый и человек (к 100-летию со дня рождения А.Д. Александрова), Математика в школе,№ 8, 2012, с. 68–72.
46. *Александров А.Д.* Тупость и гений // Квант. – 1982. – № 11. – С. 12–17. Тупость и гений (окончание) // Квант. – 1982. – № 12. – С. 7–12,15.
47. *Адамар Ж.* Исследование психологии процесса изобретения в области математики. – М.: Советское радио, 1970.
48. *Мазья В.Г., Шапошникова Т.О.* Жак Адамар – легенда математики. – М.: МЦНМО, 2008.
49. *Заболоцкий Н.А.* Огонь, мерцающий в сосуде. – М.: Педагогика-Пресс, 1995, С. 224–225.
50. *Пуркерт В., Ильгаудс Х.И.* Георг Кантор. – Харьков: Издательство «Основа» при Харьковском государственном университете, 1991, с. 52–56.
51. *Меннингер К.* История цифр. Числа, символы, слова / Пер. с англ. Е.В. Ломановой – М., ЗАО Центрполиграф, 2011, С. 43–46.
52. *Spoerri Theodor*. Genie und Krankheit: Eine psychopathologische Untersuchung der Familie Feuerbach. – Basel: S.Karger, 1952.
53. *Рид Констанс.* Гильберт. – М.: Наука, 1977, С. 182–183.
54. *Гессен Маша.* Совершенная строгость. Григорий Перельман: гений и задача тысячелетия. – АСТ, Corpus, 2011.
55. URL: https://www.youtube.com/watch?v=PPhkTH8NISE

About Pedagogical Skills, Psychological Obstacles in Learning and Science and Imaginative Thinking

Yevgeny D. Kulanin*
Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012
e-mail: lucas03@mail.ru

The article deals with the psychological and mathematical problems of teaching mathematics in higher education in the context of the humanitarization of mathematical education. An attempt is made to identify objective reasons that hinder the successful assimilation of the subject.

Keywords: teaching in higher school, pedagogy, pedagogical skills, methods of teaching mathematics in higher school, artistry in teaching, psychological pauses, humanitarization of mathematical education, mathematical jokes, psychological obstacles.

For citation:
Kulanin Y.D. About Pedagogical Skills, Psychological Obstacles in Learning and Science and Imaginative Thinking. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis,* 2021. Vol. 11, no. 4, pp. 87–106. DOI: https://doi.org/10.17759/mda.2021110407 (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Potocki M.V. Teaching higher mathematics at the Pedagogical Institute. – M.: Enlightenment, 1975.
2. Lishevsky V.P. Pedagogical skill of a scientist. – M.: Nauka, 1975.
3. Kosmodemyanskiya.A. Theoretical mechanics and modern technology. – M.: Enlightenment, 1969.
4. Decimus Junius Juvenile. Satires. Book II. The Sixth Satire (translated by D.S. Nedovich) / Roman Satire. – Moscow: State Publishing House of Fiction, 1957, p. 61. Russian Russian diplomat’s Fate
5. N.Y.Abrikosova, E.Y.Dorman; Preface, scientific ed. and commentary by M.Y. Sorokina; Introduction by D.D.MacDonald. – M.: Russian Way, 2008.
6. Myshkis A.D. Soviet Mathematicians: My Memories. – M.: LKI, 2007.
7. Mehmatians remember: 2. The issue was prepared by V.B.Demidovich. – M.: Lomonosov Moscow State University, Faculty of Mechanics and Mathematics, 2009.
8. Martynov Oleg Pavlovich. Unarmed love / O. Martynov. – M.: Moscow. worker, 1989.
9. Demidovich B.P. Lectures on the mathematical theory of stability. – M.: Nauka, 1967.
10. Yu. S. Bogdanov, Review. B.P. Demidovich Lectures on mathematical theory of stability, Diff. Uravn., 1969, Volume 5, Number 6, 1138.
10. Lectures on the mathematical theory of stability: textbook. manual – 2nd ed. – Moscow: Publishing House of Moscow State University: Chero, 1998.

***Yevgeny D. Kulanin,** Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow state University of Psychology & Education, Moscow, Russia, ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6093-7012, e-mail: lucas03@mail.ru

11. Demidovich B.P. Lectures on the mathematical theory of stability. – Moscow: Lan, 2008.
12. URL: https://greednews.su/demidovich-sbornik-zadach-po-matematicheskomu-analizu-skachat
13. URL: http://www.poesis.ru/almanah/almanah2/Beletskij/frm_3.htm
14. E.E. Shnol. My student years / Polynomial No. 1, 2010, scientific and methodological journal, p. 18.
15. Kulanin E.D., Stepanov M.E. Geometry. Textbook for the 9th grade. – M.: iNOS, 2001.
16. Kulanin E.D. On the relationship between physics and mathematics. “Physics at school”. 2003. No. 3, pp. 76–79.
17. Robinson Jeffers. A deep wound. / American poetry in Russian translations. – Moscow: Raduga, 1983, p. 259.
18. Kulanin E.D., Fedin S.N., Fedyaev O.I. Geometry. Grade 10–11. Manual for students of physics and mathematics profile. – M.: Rolf, Iris-press, 1997.
19. Gusev V.A., Kulanin E.D., Myakishev A.G. FedinS.N. Geometry. Profile level : textbook for 10th grade. M.: BINOM. Laboratory of Knowledge, 2010.
20. Gusev V.A., Kulanin E.D., Fedyaev O.I. Geometry. Profile level : textbook for 11th grade. M.: BINOM. Laboratory of Knowledge, 2012.
21. Interview with V.I. Arnold. Kvant. 1990. No. 7. pp. 4–5. http://kvant.mccme.ru/1990/07/intervy-u_s_viarnoldom.htm
22. Mathematicians are also joking / Author-comp. S.N.Fedin. Ed. 3rd, ispr. and add. – M: Book House “LIBROCOM”, 2010.
23. New anthology of palindrome / Author-comp. B.S.gOrobets, S.N.Fedin.- Moscow: LKI, 2008.
24. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Geometric fireworks. Creative tasks in math lessons. – M:Ilex. 2016.
25. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Geometric fireworks. Mathematics at School, No. 5, 2016, pp. 47–59.
26. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Euler lines and Feuerbach points. Mathematical education. 2012. No. 2. pp. 24–40.
27. Kulanin E.D., Shikhova N.A. Euler circles of inscribed and non-inscribed triangles. Mathematical education. 2016. No. 3(79). pp. 38–48.
28. Kulanin E.D. About the origin of the term “arithmetic”. Math at school. 2011. No.9. pp. 55–57.
29. Kulanin E.D. About the origin of the term “arithmetic”. Mathematical education. 2011. No. 3–4. pp. 52–54.
30. Stepanov M.E. Some questions of the methodology of teaching higher mathematics. Modeling and data analysis. Scientific journal. – Issue 1, 2017.
31. Stepanov M.E. The image of a force field as a heuristic model in mathematics. Modeling and data analysis. Proceedings of the Faculty of Information Technologies of MGPPU. – Issue 3., 2007.
32. Stepanov M.E. Klein’s Erlangen program and triangle geometry. Modeling and data analysis. Proceedings of the Faculty of Information Technologies of MGPPU. – 2015. No. 1. pp. 100–135.
33. Stepanov M.E. Klein’s Erlangen program and triangle geometry (Part two). Modeling and data analysis. Proceedings of the Faculty of Information Technologies of MGPPU. – 2016. No. 1. pp. 60–115.
34. Stepanov M.E. Klein’s Erlangen program and Triangle geometry Modeling and Data analysis. Mathematical education. 2017. No. 3(83). pp. 28–42.
35. Stepanov M.E. Computer technologies as a means of introducing a student to mathematical reality. Modeling and data analysis. Scientific journal. – Issue 1, 2018.
36. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. ON two geometric problems on the extremum. Math at school. 2019. No. 4. pp. 35–40.
37. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. Once again about the Mavlo problem. Math at school. 2020. No. 2. pp. 76–79.

38. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. Propaedeutics of solving extreme problems in the school course of mathematics. Modeling and data analysis. 2019. No. 4. pp. 127–144.
39. Kulanin E.D., Nguyen Wu Quang, Stepanov M.E. Tangible objectivity with computer support. Modeling and data analysis. Scientific journal. 2019. No. 4. pp. 145–156.
40. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. The role of imaginative thinking inscientific thinking. Modeling and data analysis. 2020. Vol. 10. No.2. pp. 110–128.
41. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. On various approaches to solving extreme problems. Modeling and data analysis. 2020. Vol.11. No. 1. P. 40–60.
42. Lungu K.N., Norin V.P., Written D.T., Shevchenko Yu.A., Kulanin E.D. Collection of problems in higher mathematics with control papers. Moscow, 2013. Volume 2 (8th edition).
43. Medushevsky E. Georg Kantor about Dedekind, Kronecker and about himself. Preface and translation from Polish by G.I. Sinkevich. – Russian World. – 2013 – No8. – PP. 271–299. URL: https://www.spbgasu.ru/upload-files/vuz_v_licah/publish/sinkevich_gi/41.pdf
44. Gauss K.F. Excerpts from letters and drafts related to non-Euclidean geometry. // Foundations of geometry (Saturday). – M.: gittl, 1956.
45. Kulanin E.D. Distinguished scientist and the man (to the 100 anniversary from the birthday A.D. Alexandrov), Mathematics in school, No. 8, 2012, pp. 68–72.
46. Aleksandrov A.D. Stupidity and genius // quantum. – 1982. – No. 11. – P. 12–17. Stupidity and genius (ending) // Kvant. – 1982. – No. 12. – pp. 7–12, 15.
47. Hadamard J. A study of the psychology of the invention process in the field of mathematics. – M.: Soviet Radio, 1970.
48. Mazya V.G., Shaposhnikova T.O. Jacques Hadamard – a legend of mathematics. – M.: ICNMO, 2008.
49. Zabolotsky N.A. Fire flickering in a vessel. – M.: Pedagogika-Press, 1995, pp. 224–225.
50. V.Purkert, Ilgauds H.I. Georg Kantor. – Kharkiv: Publishing House “Osnova” at Kharkiv State University, 1991, pp. 52–56.
51. Menninger K. The history of numbers. Numbers, symbols, words/Translated from English by E.V. Lomanova – M , ZAO Tsentrpoligraf, 2011, pp. 43–46.
52. Spoerri Theodor. Genie und Krankheit: Eine psychopathologische Untersuchung der Familie Feuerbach. – Basel: S.Karger, 1952.
53. Reed Constance. Gilbert. – M.: Nauka, 1977, pp. 182–183.
54. Hessen Masha. Perfect rigor. Grigory Perelman: Genius and the Millennium Challenge. – AST, Corpus, 2011.
55. URL: https://www.youtube.com/watch?v=PPhkTH8NISE

Моделирование и анализ данных 2021. Том 11. № 4.
Научный журнал

Издаётся с 2011 года

Учредитель
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный психолого-педагогический университет»

Адрес редколлегии:
г. Москва, ул. Сретенка, 29, факультет информационных технологий
Тел.: +7 (499) 167-66-74
E-mail: mad.mgppu@gmail.com

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати.
Свидетельство о регистрации средств массовой информации
ПИ № ФС77-52058 от 7 декабря 2012 года

ISSN: 2219-3758
ISSN: 2311-9454 (online)

Компьютерная верстка – *М.В. Мазоха*

Подписано в печать: 20.12.2021.
Формат: 70*90/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Times. Печать цифровая.
Усл. печ. п. 5,9. Усл.-изд. л. 6,8.
Тираж 500 экз.