

4

**МОДЕЛИРОВАНИЕ
И АНАЛИЗ ДАННЫХ**

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

**MODELLING
AND DATA ANALYSIS**

SCIENTIFIC JOURNAL

2022

ISSN: 2219-3758

ISSN: 2311-9454 (ONLINE)

МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ДАННЫХ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

2022 • Том. 12 • № 4

MODELLING AND DATA ANALYSIS

SCIENTIFIC JOURNAL

2022 • Vol. 12 • № 4



Московский государственный
психолого-педагогический университет
Moscow State University
of Psychology & Education

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор – Л.С. Куравский

Заместители главного редактора – С.Д. Кулик, А.В. Пантелеев

Члены редакционной коллегии – К.К. Абгарян, Г.Г. Амосов, М.В. Воронов, Е.Л. Григоренко (США), В.К. Захаров, А.И. Кибзун, Л.М. Либкин (Великобритания), В.Р. Милов, А.В. Наумов, Д.Л. Ревизников, Х. Холлинг (Германия), Д. Фрэнсис (США), К.В. Хорошенко (Великобритания), Г.А. Юрьев

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ

Председатель редакционного совета – Г.Г. Амосов

Члены редакционного совета – В.А. Барабанщиков, П. Бентлер (США), А.В. Горбатов, Л.С. Куравский, Л.М. Либкин (Великобритания), А.А. Марголис, В.В. Рубцов, Д.В. Ушаков, Д. Фрэнсис (США)

Ответственный секретарь – Н.Е. Юрьева

Издаётся с 2011 года

Учредитель

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный психолого-педагогический университет»

Адрес редколлегии:

г. Москва, ул. Сретенка, 29, факультет информационных технологий
Тел.: +7 (499) 167-66-74
E-mail: mad.mgppu@gmail.com

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати.

Свидетельство о регистрации средств массовой информации

ПИ № ФС77-52058 от 7 декабря 2012 года

ISSN: 2219-3758

ISSN: 2311-9454 (online)

© ФГБОУ ВО «Московский государственный психолого-педагогический университет», 2022.
Все права защищены. Любая часть этого издания не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения редакционной коллегии. Правила оформления рукописей, направляемых в редакцию журнала, высылаются по запросу по электронной почте.



СОДЕРЖАНИЕ



АНАЛИЗ ДАННЫХ

Артеменков С.Л.

Онтологический и эпистемологический аспекты
моделирования: модельное отношение и адиафорные системы..... 5

Воронов М.В., Давыдовский А.Г.

Биоинспирированный сценарный анализ
связи эпидемии COVID-19 и технологий дистанционного обучения 25

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

*Куравский Л.С., Юрьев Г.А., Юрьева Н.Е.,
Исаков С.С., Несимова А.О., Николаев И.А.*

Адаптивная технология психологической диагностики на основе
марковских и квантовых представлений процесса выполнения заданий..... 36

КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ

Тарасов С.Б.

Тестирующая система на основе модели интеллекта Д. Векслера для детей..... 56

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ

Куланин Е.Д., Степанов М.Е.

Всестороннее рассмотрение
математических понятий как методический приём 67

Червен-Водали Е.Б., Антипова С.Н., Сидорова В.Б., Васина Л.Г.

Мотивирование интереса у детей с ОВЗ
и инвалидностью к занятиям математикой и информатикой на примере
проведения олимпиады на факультете «Информационные технологии»..... 85

Куланин Е.Д., Степанов М.Е.

О визуализации решений некоторых экстремальных задач 94

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Исаков С.С.

Кластеризация и многоступенчатый семантический анализ научных текстов 105



АНАЛИЗ ДАННЫХ

УДК 001.53

Онтологический и эпистемологический аспекты моделирования: модельное отношение и адиафорные системы

*Артеменков С.Л.**

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>
e-mail: slart@inbox.ru

На основе рассмотрения модельного отношения, предложенного Р. Розеном, в статье представлены онтологические и эпистемологические аспекты моделирования каузальных системных процессов. Модельное отношение позволяет осуществлять сравнение систем и их моделей, а также дает возможность перейти к определению и известной формализации процессов измерений. Рассмотренный онтологический аспект моделирования включает представление о сложных системах и в случае импредикативных систем позволяет говорить о выделении качественно более сложного класса сверхсложных систем. В эпистемологическом плане на основе положений трансцендентальной психологии дано определение порождающих (формопорождающих) систем, как адиафорных систем, чьи механизмы, как правило, не проявляют себя в порождаемых формах и продуктах. Адиафорность исследуемых процессов прямо не зависит от онтологической сложности моделируемой системы и означает, что система порождает новые структуры и формы независимо от каких-либо проявляемых свойств или производимых частей и продуктов. Адиафорные системы могут иметь место при рассмотрении процессов перехода между системообразующими формопорождающими структурами, изучаемыми разными иерархически взаимосвязанными науками.

Ключевые слова: системология, модель, модельное отношение, формопорождение, сверхсложные системы, трансцендентальная психология, адиафорные системы.

Для цитаты:

Артеменков С.Л. Онтологический и эпистемологический аспекты моделирования: модельное отношение и адиафорные системы // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 5–24. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120401>

**Артеменков Сергей Львович*, кандидат технических наук, профессор кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий факультета информационных технологий,



Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>, e-mail: slart@inbox.ru

1. ВВЕДЕНИЕ

Моделирование является особым направлением развития современной науки, которое вместе с тем является искусством, отражающим важное качество жизни, поскольку наличие внутренней модели мира является важной характеристикой телесности живых организмов [20]. Тот факт, что моделирование во многом представляет собой искусство, связан, с одной стороны, с онтологическим аспектом собственной сложности устройства рассматриваемой части мира, а с другой стороны, с эпистемологическим и гносеологическим аспектами трудности познания качеств и механизмов тех процессов, которые подлежат моделированию и не поддаются автоматической формализации.

В отношении первого аспекта, сложность мира выступает для ученого в качестве такого устройства мира, которое фиксируется в понятии сложные системы. При этом известно, что для понятия сложности не существует однозначного определения. Ученые расходятся в определениях системной «сложности». Однако общее пересечение всех характеристик «сложности» содержит как минимум необходимое возникновение явлений из множества взаимодействий, при том, что количество этих взаимодействий не обязательно является большим. Сложная система часто влечет за собой появление новых явлений, вещи удивительные, неожиданные и явно непредсказуемые. Простая (т.е. несложная) система как правило не порождает таких непредсказуемых или эмерджентных вещей [3, 42].

В отношении второго гносеологического аспекта, можно утверждать, что трудность познания процессов, которые подлежат моделированию и не поддаются автоматической формализации, может быть также охарактеризована степенью сложности проникновения в исследуемые процессы и дальнейшего создания их соответствующих моделей. При этом моделирование сложных систем, по-видимому, должно быть связано с дополнительными трудностями. Вместе с тем существующие здесь познавательные сложности не связаны только со сложностью и онтологией рассматриваемых систем и, в частности, определяются наличными возможностями теоретического постижения и вывода естественных законов.

Выводимость закономерностей тех или иных процессов при достаточной степени установления их существования и характера проявления, в первую очередь, может быть обусловлена различными обстоятельствами доступности этих процессов для соответствующего исследования. Если адекватные средства проникновения в существо некоторого процесса недоступны по тем или иным причинам, то установление закономерностей и должное моделирование этого процесса будет затруднительным делом. Например, в психологии с такого рода трудностями наука встречается постоянно, поскольку многие из наличных здесь процессов имеют частично скрытый или полностью бессознательный характер.



Современные конструктивный, информационный и другие подходы к анализу процессов часто позволяют обойти представленные трудности на основе известных свойств продуктов соответствующих процессов в предположении, что механизмы этих процессов могут быть основаны на свойствах этих продуктов. Такой подход может быть назван продуктным подходом [27]. Он хорошо работает в научно-технической сфере. При наличии знаний о деталях какой-либо машины и самой машины в целом, по-видимому, так или иначе можно будет понять и построить процесс создания этой машины без наличия чертежей или посещения завода ее производства.

Понятно, что такой способ реконструкции процесса (по его продуктам) не всегда возможен. Например, секрет приготовления сыра пармезан не содержится ни в самом сыре, ни в молоке как основном продукте, из которого он сделан, т.е., фактически, эти продукты и их свойства не дают никакой информации о процессе создания (созревания) сыра. Метафорически можно сказать, что процесс создания сыра пармезан является адиафорным процессом, в том смысле, что его механизмы «неразличимы» в его продуктах или «безразличны» (индифферентны) к получаемому результату [36].

Целью настоящей работы является рассмотрение онтологии и эпистемологии системного моделирования каузальных процессов, в частности, для определения выделенного класса адиафорных систем на основе анализа, так называемого, модельного отношения [40, 44–46].

2. МОДЕЛЬНОЕ ОТНОШЕНИЕ

Моделирование так или иначе связано с представлением одной вещи или системы с помощью другой. Телеологическое представление одной системы в другой представляет собой древнейшее человеческое предприятие: человек находит закономерности и всегда теоретизирует, осуществляя даже метамоделирование самого моделирования, что включает методологическое изучение моделирования как процесса, а не просто создание самих моделей различных систем [40].

Генрих Герц во введении к своему посмертно опубликованному труду «Принципы механики, изложенные в новой связи» раскрывает метод моделирования в постановке задачи нахождения возможности предвидения будущего опыта, что позволяет регулировать наши действия в настоящем [14]. Основой для решения этой задачи служит предшествующий опыт и следующий метод: «мы создаем себе внутренние образы или символы внешних предметов, причем мы создаем их такими, чтобы логически необходимые следствия этих представлений в свою очередь были образами естественно необходимых следствий отображенных предметов. Чтобы это требование вообще было выполнимым, должно существовать некоторое соответствие между природой и нашим умом. Опыт учит нас, что это требование выполнимо и что такое соответствие существует с действительности. Если нам удалось создать из накопленного до сих пор опыта представление требуемого характера, то мы можем в короткое время вывести из них, как из моделей, следствия, которые сами по себе проявились бы во внешнем мире только через продолжительное время или же были результатом



нашего вмешательства» [14, с. 13]. Таким образом, моделирование позволяет нам предвидеть факты и координировать принятые нами решения в соответствии с разработанными моделями соответствующих вещей (явлений или процессов). Здесь модель-образ выступает как мысленный образ внешнего объекта с определенным соответствием между природой этого объекта и мыслью. При этом, как замечает Г. Герц, модели-образы «находятся с вещами лишь в одном существенном соответствии» и, «отнодь не необходимо, чтобы они, кроме того, были в каком-либо другом соответствии с вещами» [14, с. 14].

Характерным примером дальнейшего метамоделирования может служить функциональное представление модели в виде диаграммы модельного отношения Р. Розена [44–46]. Модельное отношение – это коммутативное функциональное отношение между естественной (природной) системой N и формальной системой F , определенное отображениями кодирования и декодирования между ними (Рис. 1).

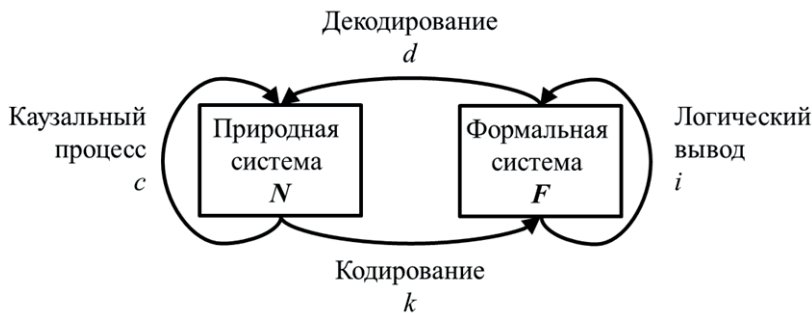


Рис. 1. Прототипическое модельное отношение.

Процессы, происходящие в системах N и F , определяются как каузальные. Каузальный процесс c представляет собой проявление Аристотелевской действующей причины в природной системе, и, процесс логического вывода i соответствует проявлению Аристотелевской действующей причины в формальной системе. Кодирование k отображает естественную систему N и ее каузальный процесс c в формальную систему F и ее внутренний процесс i . Декодирование d осуществляет обратное отображение. Выводы здесь удовлетворяют условию коммутативности, согласно которому прослеживание по стрелке c – это то же самое, что последовательное прослеживание трех стрелок k, i, d .

$$c = k \circ i \circ d \quad (1)$$

Иными словами, при наличии модельного отношения можно получить один и тот же ответ, если наблюдать за разворачивающейся последовательностью событий c в естественной системе N , или проследить как происходит кодирование k некоторых свойств естественной системы в формализм F , используется имплицативная структура формальной системы для вывода теорем, а затем d декодирует эти теоремы



в предложения (предсказания) о самой системе N . Когда выполняется коммутативность (1), то устанавливается соответствие между (некоторыми) каузальными свойствами естественной системы и импликативной структурой формальной системы. До определенной степени мы тогда можем узнать об одной системе, смотря на другую. Отношение между N и F выражает модельное отношение, F является моделью N , а N является реализацией F .

С формальной точки зрения диаграмма модельного отношения полностью симметрична и запись (1) можно заменить на обратную.

$$i = d \circ c \circ k \quad (2)$$

В принципе мы можем, как интересоваться совокупностью моделей, которые могут заместить природную систему с помощью некоторого формального языка, так и равным образом рассматривать совокупность таких объектных систем, которые могут быть закодированы в некоторый формализм или декодированы из данного формального языка [44].

Однако, как отмечает А.Н. Лоуи [40], в общее модельное соотношение на рисунке 1 встроена «полярность». Хотя кодирование k и декодирование d являются функциями, их операции (а также роли систем N и F) не взаимозаменяемы, даже для моделирования. Одна из причин заключается в том, что коммутативность $c = k \circ i \circ d$ уравнения (1) не влечет за собой (2): $i = d \circ c \circ k$. Это, в первую очередь, связано с тем, что причинно-следственные процессы в F обычно не могут соответствовать всей возможной коллекции действующих причин в N . Вопрос о том, когда первое подразумевает второе, как правило, является предметом специального исследования [41].

Частным случаем модельного отношения при условии, что динамический процесс в системе N заменяется на статические отношения внутри изучаемого явления или вещи, а F представляет символьную или числовую системы, является отношение измерения. Согласно современному определению измерения по Супесу и Зинесу его можно представить как гомоморфизм (в лучшем случае изоморфизм) $f = (k, d)$ между состояниями измеряемой системой $A = N$ и числовым множеством $R = F$, с учетом наличия определенной группы отношений G , определяющей тип шкалы [32]. Сведенные к общему морфизму кодирование k и декодирование d во многих случаях могут быть успешно формализованы, что обуславливает возможность автоматизации многих процессов измерения.

3. СРАВНЕНИЕ СИСТЕМ МЕЖДУ СОБОЙ

Диаграмму модельного отношения удобно использовать для сравнения разных систем между собой. Частный случай конгруэнтности между двумя различными природными системами $N1$ и $N2$ возникает, когда они обладают одной и той же формальной моделью F (или, альтернативно, они составляют различные реализации F), как показано на рисунке 2 [45]. Используя систему F , можно «закодировать» признаки $N1$ в соответствующие признаки $N2$ и, наоборот, таким образом, чтобы две структуры



следования в двух системах $N1$ и $N2$ были приведены в соответствие. Этому отвечает коммутативная диаграмма (показанная на рис. 3) взаимного моделирующего отношения между двумя естественными системами.

В этом случае, изображенные на рисунках 2 и 3, природные системы $N1$ и $N2$ являются аналогами. Аналогичные системы позволяют нам узнать об одной из них, наблюдая за другой. Отношения аналогии лежат в основе эффективности «масштабных моделей» в технике, а также всех различных «принципов эквивалентности» в физике.

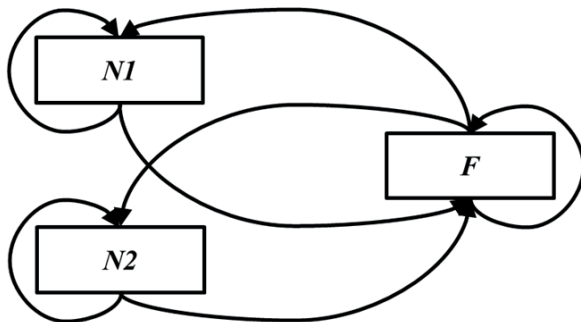


Рис. 2. Общая модель F для двух аналогичных систем $N1$ и $N2$.

Но отношение аналогии имеет гораздо более глубокие последствия. Естественные системы самого разного рода (например, организмы, общества, экономические системы и политические системы) могут быть аналогичными. В частности, известно, что биологические и социально-экономические системы являются аналогичными антиципативными системами. Здесь аналогия – это отношение между системами, возникающее на основании моделей их причинных следствий, а не непосредственно из их материальных или иных структур. Таким образом, такая аналогия и родственные ей предлагают наиболее мощную и физически обоснованную альтернативу редукционизму (а именно, «имеют общую модель» и, следовательно, «аналогичны», а не «одно охватывает другое») [40].



Рис. 3. Аналогия.

Диаграмма, дополнительная к рис. 2, показана на рис. 4. Здесь единая естественная система N моделируется двумя различными возможно альтернативными формализмами: $F1$ и $F2$ [45]. Вопрос об отношении между формализмами $F1$ и $F2$ в этом случае не так прост, как раньше, и зависит от степени перекрытия N двумя кодировками в $F1$ и в $F2$. В некоторых случаях можно эффективно построить по крайней мере

некоторые стрелки кодирования и декодирования между двумя формализмами. В качестве одного из примеров можно рассмотреть формулировку теории преобразований Дирака в квантовой механике, которая объединяет матричную механику Гейзенберга и волновую механику Шредингера. Другим примером может быть взаимосвязь между термодинамической и статистико-механической моделями жидкостей [40].

В остальных случаях формальной связи между $F1$ и $F2$ не существует. Тогда возникает ситуация, когда N одновременно реализует два различных и независимых формализма. Примерами являются различные дополненности Бора для микрофизических явлений [40].

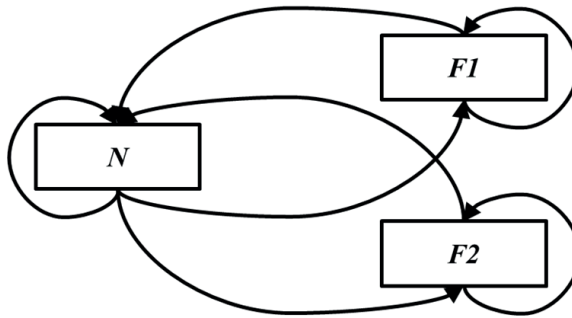


Рис. 4. Альтернативные формальные модели.

Модели можно формировать также итеративно: функторы кодирования и декодирования двух моделей могут быть составлены согласно второй конфигурации (Рис. 5), в которой естественная система N связана с двумя формальными системами $F1$ и $F2$ последовательно.

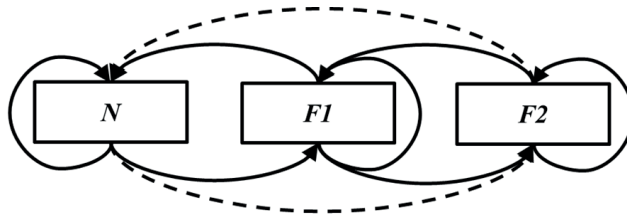


Рис. 5. Машинная модель.

Предположим, что формальная система $F1$ является моделью естественной системы N , причем прототипическое модельное отношение представляет собой переход из области науки в область математики. Если выделить только предикативные процессы $F1$, можно построить чисто синтаксическую «машинную» модель $F2$, как на рисунке 5.

Тогда можно рассматривать только две внешние системы N и $F2$ и забыть об исходной модели $F1$. Формальная система $F2$ является машинной моделью есте-



ственной системы N и отражает чисто синтаксические аспекты последней. Сами стрелки кодирования и декодирования (штриховые стрелки на рисунке 5) между N и $F2$ нельзя назвать эффективными в каком-либо формальном смысле, но они составляют исключительно входные и выходные цепочки машин Тьюринга в $F2$, и эти композиции можно сразу отождествить с эффективными процессами в N . Независимо от того, исчерпывают ли они имплицативные ресурсы системы N или нет, такая модель системы N сама по себе служит для различения предикативных и не-предикативных систем [42].

Последовательное образование модельных отношений в случае, когда систему N можно считать относительно стабильной системой с внутренними отношениями, часто встречается при проведении измерений в общественных науках. В частности, схема процесса психологического измерения процедурно может включать большое количество множеств, связанных различными морфизмами: $Y \rightarrow S \rightarrow P \rightarrow M \rightarrow U$, где физическая шкала Y представляет собой концептуальную переменную, S – соответствует набору стимулов измеряемой переменной, P – представляет результаты психологического отражения, M – является формальным множеством и U – психологической числовой шкалой [16, с. 110]. Каждый из таких морфизмов так или иначе включает операции кодирования и декодирования соответствующих модельных отношений.

Рассмотренное модельное отношение позволяет воплотить природный закон и тесно связано с возможностями теоретического объяснения и предсказания, что является одними из основных целей научного исследования. Будущее оказывается определено настоящим настолько хорошо, насколько конгруэнтной является используемая модель. При этом часто правильное предсказание может быть действием прямого декодирования из формализма (даже без использования кодирования).

Такое декодирование без кодирования является сутью метафоры, и наука ими переполнена: метафора химеры, машинная метафора Декарта и др. Метафора хотя и предоставляет возможность для объяснения и предсказания недостаточна и по сути не научна. Наука требует обеспечить экспериментальные возможности проверки предсказаний, что невозможно без обеспечения адекватного кодирования.

4. ПОРОЖДАЮЩИЕ СИСТЕМЫ И ИХ МЕХАНИЗМЫ

На практике во многих случаях представить адекватную формальную модель трудно или это не представляется возможным. В особенной мере это относится к таким процессам, которые обозначают появление чего-то нового не совсем понятным образом, что в разных науках и, в частности, в психологии часто обозначается термином «порождение». Например, в психолингвистике используется термин «порождения речи» и, в частности, объясняется, что: «В начале построения высказывания лежит мотив. Мотивация порождает речевую интенцию. На этом этапе говорящий имеет образ результата, но еще не имеет плана действия, которое он должен произвести, чтобы этот результат получить» [13, с. 33]. Таким образом, порождение



осуществляет некоторое действие образования нового, не имеющее собственного плана или алгоритма. Этот алгоритм может в принципе отсутствовать или быть только не известным исследователю.

В программировании порождением может называться многократное применение правил: от начального символа к предложению (содержащему только терминальные символы). В результате язык программирования «допускает порождение эффективного кода «хорошо» написанных программ» [15, с. 70].

Исследования природы психики указывают на наличие порождения действительной формы существования психики, будь то процессы порождения образа объекта или процессы порождения деятельности [17, 18, 28]. В частности, в психологии восприятия была разработана особая концепция «порождающего процесса восприятия» [25–27, 29]. Непосредственно-чувственное восприятие здесь представляется в виде общеприродного формопорождающего процесса. При этом «необходимым условием возникновения порождающего процесса восприятия является анизотропность отражающей системы, которая, расчлняя принимаемое воздействие на различающиеся относительно друг друга дискретные части, создает возможность для образования между ними анизотропного отношения» [29, с. 87].

На основе этой концепции восприятия А.И. Миракяном был предложен новый подход трансцендентальной психологии, в котором сделана попытка философско-теоретического осмысления и формализации возможностей осуществления формопорождения на основе ряда фундаментальных принципов и положений трансцендентального подхода [1, 2, 6, 9, 10, 22–24, 30, 31, 35]. Результирующие характеристики трех современных парадигм психологии восприятия представлены в таблице ниже [1].

Таблица.

Характеристики трех парадигм психологии восприятия.

№	Элементы парадигмы	Парадигмальная область психологии восприятия		
		Гносеологическая	Онтологическая	Трансцендентальная
1	Основание знаний	Свойства продуктов восприятия	Среда и ситуация восприятия	Общие природные принципы
2	Методологический подход	Феноменально-систематизирующий	Событийный	Аксиоматический
3	Предмет изучения восприятия	Функциональное поведение и явления восприятия	Перцептивное событие как процесс	Трансцендентальные процессуальные механизмы
4	Позиция исследователя	Внешний наблюдатель преобразований	Внешний наблюдатель событий	Внутренний соучастник процесса
5	Модель системы	Основана на свойствах продуктов (образов)	Основана на структурах событий	Основана на формопорождении
6	Описание структуры системы	Функциональная гетерогенность	Структурная гетерогенность	Анизотропная однородность



№	Элементы парадигмы	Парадигмальная область психологии восприятия		
		Гносеологическая	Онтологическая	Трансцендентальная
7	Внутренний процесс	Детекция свойств	Формирование структур	Образование отношений
8	Описание процесса восприятия	Выделение и объединение свойств	Выделение и структурирование событий	Процесс формопорождения
9	Уровень свойств образов	Отдельные свойства	Событийные свойства	Сопредставленные свойства

Моделирование процессов формопорождения в восприятии на основе принципов трансцендентальной психологии позволило выявить ряд структурных особенностей процесса восприятия [2, 6–11, 26, 36]. Представленные в теории процессы кодирования форм в те или иные их имена обуславливают некоторые необходимые механизмы, но не обладают достаточной универсальностью для адекватного моделирования процессов непосредственно-чувственного восприятия в целом. Общие результаты проведенных исследований представлены в работах [30, 31].

Попытки раскрытия специфики процессов порождения делаются и в современном системном анализе, в котором системное целое в его определенной организованности обычно фиксируется посредством относительно устойчивой схемы связей и отношений между элементами системы. Порождающие системы рассматриваются при этом как системы с поведением или с изменяющимися состояниями. Состояние некоторых переменных модели порождается при изменении их параметров и выборе граничных условий на основе заданных правил, законов и формул. Порождение в этом случае начинается с исходных данных, соответствующих базовым свойствам моделируемой системы, и значений, отвечающих параметрам этих свойств. В этой системной ситуации, четко определенной ограниченным набором формальных операций, модельная система осуществляет порождение информации о поведении или структуре моделируемого объекта с изменяющимся состоянием.

Этот подход удобен для компьютерной реализации и структурированные системы тогда выражают отношения между рядом построенных моделей, а метасистемы могут отражать отношения между построенными отношениями между моделями. Данная технология предполагает также возможности учета решения разных проблем и задач моделирования различными авторами и возможности упрощения для оптимизации работы пользователя [12, 19, 34].

Важно отметить, что предлагаемый подход моделирования порождения, фактически, расширяет контекст модельного отношения, поскольку отчасти позволяет формально описать те интеллектуальные действия, которые в модельном отношении на рисунке 1 скрыты за операциями кодирования и декодирования (в общем случае эти операции остаются не формализуемыми и, естественно, могут по-разному осуществляться различными авторами). При этом в систему данных и порождающих правил



формальной модели могут быть включены определенные семантические и прагматические компоненты, характеризующие возможности субъектов. Это позволяет говорить об онтологиях интеллектуального моделирования [12].

В целом можно сказать, что определение моделируемых процессов как порождающих, остается важной основой для указания на их сложную и непознанную природу, что, в частности, имеет место для психологических процессов генерации речи, восприятия, деятельности и поведения. При этом решающим фактором возможности моделировать порождение является сложность реализуемой системы. Однако, сложность нельзя использовать в качестве объяснительного принципа, поскольку «сложность» и «проявление» оказываются связаны с действием общего причинного источника, требующего расшифровки его механизмов в том числе с помощью метода моделирования. Традиционные способы моделирования с помощью систем, включающих фиксированные наборы состояний вместе с соответствующими динамическими законами, фактически ограничиваются только подклассом относительно простых естественных систем. При таком рассмотрении «простота» и «сложность» не имеют какого-либо существенного качественного различия.

Если полагать, что физика вооружает нас универсальными законами, которые охватывают все (природные) системы, тогда существует только один вид «системы» (а именно, подмножество вселенной), где «простые» и «сложные» системы отличаются только степенью простоты или сложности. Типичным сторонником этого взгляда являлся фон Нейман, который утверждал, что «сложность» – это измеримое (или даже вычислимое) количество систем, которое может быть использовано для их полного упорядочения, т.е. сложность – это что-то вроде таксономического индекса для ранжирования систем [33]. Кроме того, он предположил, что существует критическое значение или порог сложности. Ниже этого порога находились простые системы, которые ведут себя в своих обычных механических режимах, а выше порога мы имеем сложные системы, способные проявлять новые, нелогичные, непредвиденные модели поведения [42].

Существенно отличное представление о сложности было развито в реляционной биологии [44, 45], где проводится качественное различие между классом простых систем и классом сложных систем, что требует абсолютного разделения вселенной систем на два взаимодополняющих множества. Во множестве естественных систем U набор P простых систем определяется все те системы, которые удовлетворяют свойству предикативности (p). С другой стороны, как его дополнение, определяют набор сложных (импредикативных) систем – множество P_i всех естественных систем, не удовлетворяющих свойству p ; эквивалентно, все те системы, которые удовлетворяют свойству (не p) [42].

Разделение между P и P_i представляет собой «непроницаемую» границу: система либо проста, либо сложна (но не то, и другое одновременно), и две категории простых систем и сложных систем исключают друг друга. С самого начала устанавливается дихотомия: сложная система определяется как система, которая не является простой, и наоборот. Поскольку в языке термин «сложность» так или иначе предполагает



различие в степени простоты или сложности и многие вполне предикативные системы часто называются сложными, то импредикативные системы имеет смысл именовать **сверхсложными** системами. Различие в сложности здесь абсолютно: не существует «более сложных» сравнений по степени между системами.

Разница в степени между простым и сложным сродни классификации размера множеств на «маленькие» и «большие». Инстинктивно множество, содержащее несколько элементов, мало, а множество, содержащее, скажем, 10 в сотой степени элементов (гугол), велико; но переход от малого к большому нечеткий и зависит от контекста. Различие между сложными и сверхсложными системами аналогично различию между конечными и бесконечными множествами. Разделение между конечными множествами и бесконечными множествами непроницаемо. Бесконечное – это не «большое конечное»: внутри конечного царства конечное (хотя и большое) число повторений механистических операций, таких как «добавление одного элемента», не делает конечное множество бесконечным.

С гносеологической точки зрения, можно утверждать, что трудность познания процессов, которые подлежат моделированию и не поддаются автоматической формализации, также может быть охарактеризована степенью сложности создания соответствующих моделей. При этом моделирование сложных и сверхсложных систем, по-видимому, должно быть связано с дополнительными гносеологическими трудностями. Существующая здесь познавательная сложность также может быть качественно разной, что при этом может быть прямо не связано с рассмотренной выше онтологической сложностью рассматриваемых систем.

Традиционно в физике теории считались связными сетями естественных законов. Законы должны были быть универсальными, общими и необходимыми. Однако даже для физики эта картина законов как применимых ко всей вселенной, без исключений и со следствиями, которые можно вывести из причин, подвергалась сомнению [38]. В биологии многие философы высказывали сомнения в существовании законов в физическом смысле. Биологические законы, если они существуют, по-видимому, подвержены пространственным ограничениям, никогда не бывают без исключений и чаще всего имеют невыводимые причинно-следственные связи [37]. В этом отношении социальные и социально-психологические закономерности не уступают биологическим процессам в своей неопределенности и невыводимости, что обуславливает и трудности в их моделировании.

5. АДИАФОРНЫЕ СИСТЕМЫ

Эпистемологическую трудность выявления механизмов процессов можно пояснить на основе рассмотрения того же модельного отношения. На рисунке 6 показана инфраструктура задачи субъекта по моделированию системы N с помощью модели F . Задача уподобления процесса i процессу c без возможности проникновения в процесс c заключается в определении базовых свойств, характеризующих систему N как на ее входе 1, так и на выходе 2. Эти свойства и определяют продукты процесса N .

Преобразование 1 в 3, затем 3 в 4 и 4 в 2 представляет собой другой путь получения продуктов 2. Иными словами моделирование позволяет обеспечить идентификацию конечных продуктов, получаемых двумя различными путями. Это представлено в равенстве (3), которое является другим видом равенства (1).

$$1 \rightarrow 2 = 1 \rightarrow 3 + 3 \rightarrow 4 + 4 \rightarrow 2 \quad (3)$$

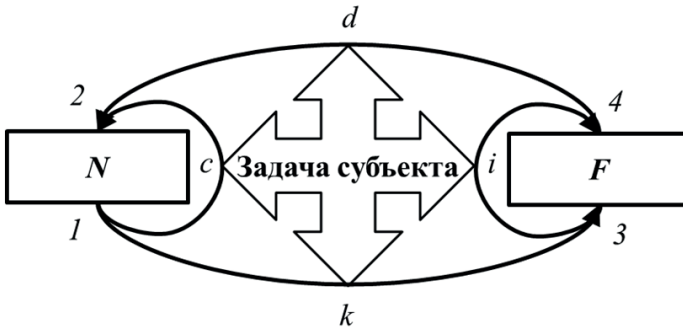


Рис. 6. Инфраструктура задачи моделирования.

Как было отмечено ранее, знание о механизме i может быть получено на основе свойств продуктов 1 и 2, т.е. без какого-либо проникновения в процесс c . Такой подход вполне можно назвать продуктным подходом к поиску системных механизмов. Например, проблема механизма зрения может быть представлена задачей «построения символического описания сцены с использованием информации, содержащейся во входном визуальном образе» [39, с. 26]. В психологии восприятия этот подход был объяснен образованием «в сознании исследователей эмпирического **постулата отождествления** характеристик процесса психического отражения с его предметно-содержательным результатом» [27, с. 185]. Как отмечает А.И. Миракян [27], этот результат был всегда ближе к «сознанию практически действующего человека» [27, с. 186]. Адекватность соотношения объекта отражения и продукта отражения всегда имела большое функционально-практическое значение для успешной деятельности человека, в то время как непосредственно процессуальная сторона отражения такого значения для сознательной деятельности человека не имела.

Памятуя о значимости процессуальных продуктов, порождающими можно назвать такие процессы, механизмы которых (в независимости от их сложности) не определяются свойствами своих продуктов и не зависят от них. Эти механизмы являются своеобразными адиафорами по отношению к своим продуктам. Адиафора в философском смысле является термином для фиксации индифферентного, представляющего собой нечто непосредственно безразличное по отношению к значимому (моральному благу или злу).

Поэтому системы с такими порождающими механизмами можно назвать **адиафорными** системами. Например, перцептивные процессы возможно являются



адиафорными в том смысле, что они, по-видимому, специфически порождают новые структуры и формы с помощью механизмов, которые безразличны к участвующим в них продуктам и их свойствам. В результате, эти свойства тогда не содержат никакой адекватной информации для познания соответствующих механизмов. Собственно говоря, разработка трансцендентальной психологии восприятия [22–24] потребовалась А.И. Миракяну в связи с тем, что на основании проведенных им исследований восприятия он был вынужден постулировать такой адиафорный непродуктивный характер механизмов непосредственно-чувственного восприятия и обозначить эти процессы как формопорождающие [30].

В целом эти перцептивные процессы адиафорны в том смысле, что они специфически порождают новые структуры и формы, безразличные к этим продуктам процессов и характеристикам продуктов. Это также означает, что собственная перцептивная система не манифестирует свои механизмы феноменологически в нормальных условиях ее функционирования. В этом случае экспериментальные исследования должны отказаться от традиционной экологической валидности, которая относится к способности обобщать результаты исследований в искусственных условиях на реальные условия. Проявления внутренних механизмов не могут в этом случае естественно возникать в пределах функционального диапазона восприятия. Чтобы увидеть явления, связанные с этими механизмами, необходимо вывести систему из ее естественного функционального диапазона. Таким образом, исследование адиафорных систем, по-видимому, требует нового типа экспериментирования, направленного на выявление работы гипотетических модельных принципов в особых условиях [5].

Следует отметить, что свойством адиафорности, по-видимому, обладают и другие психологические процессы. Более того ситуацию можно обобщить, поскольку процессы, носящие особый структурно-порождающий характер, обычно характеризуют переходы между системообразующими структурами, изучаемыми разными иерархически взаимосвязанными науками [21, 43]. Процессуальные механизмы здесь также не зависят от явленных свойств их частей или продуктов.

Например, рассмотрим гипотетический процесс образования поваренной соли (хлористого натрия) из натрия и хлора. Можно утверждать, что знание химических молекулярных свойств хлористого натрия или его ингредиентов не позволит понять, как получить из двух этих ингредиентов поваленную соль. Реальный механизм этой реакции лежит на физическом уровне и требует знания устройства соответствующих атомов.

Таким образом, идея формопорождения, выдвинутая при изучении психических процессов восприятия, важна и методологически с точки зрения ее более широких обобщений и выделения в системологии отдельного класса адиафорных структурно-порождающих процессов. Механизмы этих процессов не зависят от явленных особенностей их частей или продуктов и специфичны для процесса перехода между системообразующими структурами, изучаемыми разными иерархически взаимосвязанными науками [4, 21, 36].

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе рассмотрения модельного отношения [44, 45] рассмотрены онтологический и эпистемологический (гносеологический) аспекты моделирования сложных систем.

Модельное отношение позволяет осуществлять сравнение систем и их моделей, а также переходить к отношениям измерения в случае, когда каузальные процессы заменяются относительно стабильными отношениями между частями (свойствами) внутри исходной системы.

Онтологический аспект моделирования связан со сложностью моделируемой системы. Качественное увеличение этой сложности в импредикативных системах позволяет говорить о них как о сверхсложных системах [42].

В эпистемологическом плане на основе подхода трансцендентальной психологии восприятия [1, 2, 22–24] дано определение порождающих (формопорождающих) систем, как адиафорных систем, чьи механизмы, как правило, не проявляют себя в порождаемых формах, структурах и продуктах. Адиафорность исследуемых процессов прямо не зависит от онтологической сложности моделируемой системы и означает, что эти системы порождают новые структуры и формы независимо от каких-либо свойств, представленных в них, или производимых ими частей и продуктов. Представляется, что адиафорные системы могут иметь место при рассмотрении процессов перехода между системообразующими формопорождающими структурами, изучаемыми разными иерархически взаимосвязанными науками.

Представленные в статье результаты имеют методологическое значение для системологии и практики разработки системных моделей и подходов к исследованию сложных и сверхсложных систем и, в частности, порождающих или формопорождающих систем.

Литература

1. *Артеменков С.Л.* Проблематика формопорождения в психологии восприятия: анализ с позиций трансцендентальной парадигмы исследования восприятия. Психология восприятия: трансцендентальный вектор развития: Коллективная монография / под ред. Г.В. Шуковой. М.; СПб.: Нестор-История, 2020. С. 113–150.
2. *Артеменков С.Л.* Трансцендентальная психология и проблемы исследования формопорождающих процессов // Психология восприятия: Трансцендентальная перспектива. Ереван: Наири, 2017. С. 27–52.
3. *Артеменков С.Л.* Аспекты моделирования и особые свойства сложных систем // Моделирование и анализ данных. 2016. № 1. С. 47–59. doi:10.17759/mda.04.
4. *Артеменков С.Л.* Реализация методологического принципа научного обобщения Выготского в современной трансцендентальной психологии // В сборнике: Научная школа Л.С. Выготского: традиции и инновации. материалы международного симпозиума. 2016. С. 154–157.
5. *Артеменков С.Л.* Экспериментальное исследование зрительных процессов на основе конфликтной ситуации в восприятии // Социальный мир человека. Вып. 7. Вопросы конфликтологии и медиации / под ред. Н.И. Леонова. Электрон. текстовые дан. Ижевск: ERGO, 2016. С. 64–69.



6. *Артеменков С.Л.* Модель сопредставленности для оценки вероятности объединения событий // *Моделирование и анализ данных*. 2014. № 1. С. 43–54.
7. *Артеменков С.Л.* Иерархия процессов опознания в «перцептроне» Миракяна // *Информационные технологии*. 2013. № 3. С. 56–61.
8. *Артеменков С.Л.* Реконструкция модели «перцептрона» Миракяна // *Моделирование и анализ данных*. 2013. № 1. С. 49–60.
9. *Артеменков С.Л.* Трансцендентальная психология как изменение образа мышления. А.И. Миракян и современная психология восприятия. М.: УРАО «Психологический институт»; Обнинск: ИТ-СОЦИН, 2010. С. 324–358.
10. *Артеменков С.Л.* Методология трансцендентальной психологии и проблемы моделирования и экспериментального исследования порождающих процессов // *Труды ФИТ (выпуск 2)*. Москва. РУСАВИА, 2005. С. 37–57.
11. *Афанасьев И.А., Артеменков С.Л.* Компьютерное моделирование «перцептрона» Миракяна для кодирования форм объектов // *Экспериментальный метод в структуре психологического знания*. М.: «Институт психологии РАН», 2012. С. 157–161.
12. *Валькман Ю.Р., Степашко П.В.* Об онтологии интеллектуального моделирования / Открытые семантические технологии проектирования интеллектуальных систем = Open Semantic Technologies for Intelligent Systems (OSTIS-2016): материалы VI междунар. науч.-техн. конф. (Минск, 18–20 февраля 2016 года) / редкол.: В.В. Голенков (отв. ред.) [и др.]. Минск: БГУИР, 2016. С. 165–170.
13. *Вержебицкая Т.Н., Алексина Л.И.* Психолингвистика: Учебное пособие. Мн.: БГПУ, 2009. 188 с.
14. *Герц Г.Р.* Принципы механики, изложенные в новой связи / Г.Р. Герц; ред. И.И. Артоблевский; пер. В.Ф. Котов, А.В. Сулимо-Самуйло. Москва: Изд-во Акад. наук СССР, 1959. 383 с.
15. *Городняя Л.В.* Парадигма программирования: курс лекций / Л.В. Городняя; Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск: РИЦ НГУ, 2015. 206 с.
16. *Зароченцев Л.Д., Худяков А.И.* Экспериментальная психология: учеб. М.: ТК Велби, Изд-во Проспект, 2005. 208 с.
17. *Иванников В.А.* Порождение деятельности и проблема мотивации // *Вестник Московского университета*. Серия 14. Психология: Научный журнал. 2015. № 2. С. 15–22.
18. *Иванников В.А.* О природе и происхождении психики // *Национальный психологический журнал*. 2015. № 3(19). С. 15–23.
19. *Клир Дж.* Системология. Автоматизация решений системных задач / Дж. Клир. М.: Радио и связь, 1990. 540 с.
20. *Князева Е.Н.* Понятие «Umwelt» Якоба фон Иксюля и его значимость для современной эпистемологии // *Вопросы Философии*. 2015. № 5. С. 30–44.
21. *Магаршак Ю.* Структура эмпирической реальности // *Независимая Газета* от 10.10.2007. – URL: http://www.ng.ru/science/2007-10-10/14_structure.html
22. *Миракян А.И.* Контуры трансцендентальной психологии. Книга 2. М.: ИП РАН, 2004. 384 с.
23. *Миракян А.И.* Контуры трансцендентальной психологии. Книга 1. М.: ИП РАН, 1999. 208 с.
24. *Миракян А.И.* Начала трансцендентальной психологии восприятия // *Философ. исслед.* 1995. № 2. С. 77–94.
25. *Миракян А.И.* Константность и полифункциональность восприятия. М.: Изд-во ВНИИ ПК ССК, 1992. 216 с.
26. *Миракян А.И.* Афизиальные принципы психического отражения и их моделирование // *Принципы порождающего процесса восприятия / Под ред. А.И. Миракяна*. М.: Изд-во НИИ СО и УК АПН, 1992. С. 9–48.



27. *Миракян А.И.* Психология пространственного восприятия. Ереван: Айастан, 1990. 206 с.
28. *Панов В.И.* Парадоксы изучения психики и возможность их преодоления // Национальный психологический журнал. 2011. № 1 (5). С. 50–54.
29. *Панов В.И.* Непосредственно-чувственный уровень восприятия движения и стабильности объектов. Вопросы психологии. 1998. № 2. С. 82–107.
30. Психология восприятия: трансцендентальный вектор развития: Коллективная монография / под ред. Г.В. Шуковой. М.; СПб.: Нестор-История, 2020. 384 с.
31. Психология восприятия: Трансцендентальная перспектива. Ереван: Наири, 2017. 344 с.
32. *Суппес П., Зинес Дж.* // Льюс Р., Галантер Е. Психологические измерения: Основы теории измерений (Суппес П., Зинес Дж.). Психофизические шкалы (Льюс Р., Галантер Е.): Пер. с англ. 1967. 196 с.
33. *фон Нейман Дж.* Общая и логическая теория автоматов. Пер. и примечания Ю.В. Данилова. В книге: Тьюринг А. Может ли машина мыслить? ГИФМЛ; М.; 1960. С. 39–65.
34. *Швецова Н.А., Синельникова Т.И.* Методы системологии в системе поддержки принятия решений // Международный журнал экспериментального образования. 2015. № 11–1. С. 136–137.
35. *Шукова Г.В.* Парадигмальные изменения в современной психологии восприятия: от психического отражения к порождению психической реальности // Гуманитарный вектор. Серия Психология и Педагогика, 2013. 1(33). С. 124–131.
36. *Artemenkov S.L.* Metaphysics and Fundamentals of Transcendental Psychology Approach. Open Journal of Philosophy, 2021, 11, 125–147.
37. *Boogerd F.C., Bruggeman F.J., Hofmeyr J-H.S., & Westerhoff H.V.* (Eds.) Systems Biology – Philosophical Foundations. Elsevier. 2007. 360 p.
38. *Cartwright N.* How the laws of physics lie. Oxford University Press, 1983. 232 p.
39. *Frisby J.* Seeing: Illusion, Brain and Mind. Oxford: Oxford University Press. 1979. 160 p.
40. *Louie A.H.* Mathematical Foundations of Anticipatory Systems. In Handbook of Anticipation. Poli R. (ed.), Springer, New York. 2019. 937–964.
41. *Louie A.H.* Intangible life: Functorial connections in relational biology. Anticipation Science, Vol. 2. New York: Springer. 2017. 264 p.
42. *Louie A.H. & Poli R.* Complex Systems. In Handbook of Anticipation. Poli R. (ed.), Springer, New York. 2019. 17–35.
43. *Magarshak Y.* On the Issue of Completeness of the Modern Conception of Atomic and Molecular Structure. Universal Journal of Physics and Application, 2008, 5, 535–540.
44. *Rosen R.* Essays on life itself. Columbia University Press, 1999, 361 p.
45. *Rosen R.* Life itself: A comprehensive inquiry into the nature, origin and fabrication of life. Columbia University Press, 1991, 285 p.
46. *Rosen R.* Ergodic approximations and specificity. Mathematical Modelling, 1980, 1, 91–97.



Ontological and Epistemological Aspects of Modeling: Modelling Relation and Adiaphoric Systems

*Sergei L. Artemenkov**

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>

e-mail: slart@inbox.ru

Based on the consideration of the modelling relation proposed by R. Rosen, the article presents ontological and epistemological aspects of modeling causal system processes. The modelling relation makes it possible to compare systems and their models, and also allows to proceed to the definition and well-known formalization of measurement processes. The considered ontological aspect of modeling includes the concept of complex systems and, in the case of impredicative systems, allows us to speak about the allocation of a qualitatively more complex class of supercomplex systems. In epistemological terms, based on the provisions of transcendental psychology, the definition of generating (form-generating) systems is given as adiaphoric systems, whose mechanisms, as a rule, do not manifest themselves in generated forms and products. The adiaphoric nature of the processes under study does not directly depend on the ontological complexity of the modeled system and means that the system generates new structures and forms, regardless of any manifested properties or produced parts and products. Adiaphoric systems can take place when considering the processes of transition between backbone form-generating structures studied by various hierarchically interconnected sciences.

Keywords: systemology, model, modelling relation, form generation, supercomplex systems, transcendental psychology, adiaphoric systems.

For citation:

Artemenkov S.L. Ontological and Epistemological Aspects of Modeling: Modelling Relation and Adiaphoric Systems. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 5–24. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120401> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Artemenkov S.L. Problematika formoporozhdeniya v psikhologii vospriyatiya: analiz s pozicij transcendental'noj paradigmy issledovaniya vospriyatiya. *Psihologiya vospriyatiya: transcendental'nyj vektor razvitiya: Kollektivnaya monografiya*. Pod red. G. V. SHukovoj. M.; SPb.: Nestor-Istoriya, 2020. pp. 113–150.
2. Artemenkov S.L. Transcendental'naya psihologiya i problemy issledovaniya formoporozhdayushih processov. *Psihologiya vospriyatiya: Transcendental'naya perspektiva*. Erevan: Nairi, 2017. pp. 27–52.

**Sergei L. Artemenkov*, PhD in Engineering, Professor of the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies of the Faculty of Information Technology, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1619-2209>, e-mail: slart@inbox.ru



3. Artemenkov S.L. Aspekty modelirovaniya i osobye svoystva slozhnyh sistem. Modelirovanie i analiz dannyh. 2016. № 1. pp. 47–59.
4. Artemenkov S.L. Implementation of the Methodological Principle of Scientific Generalization by Vygotsky in Modern Transcendental Psychology. The Materials of International Symposium: Scientific School of L.S. Vygotsky: Traditions and Innovations, Moscow, 27–28 June 2016, pp. 156–157.
5. Artemenkov S.L. Eksperimental'noe issledovanie zritel'nyh processov na osnove konfliktnoj situacii v vospriyatii. Social'nyj mir cheloveka. Vyp. 7. Voprosy konfliktologii i mediacii. Pod red. N.I. Leonova. Elektron. tekstovye dan. Izhevsk: ERGO, 2016. pp. 64–69.
6. Artemenkov S.L. Model' sopredstavlenosti dlya ocenki veroyatnosti ob"edineniya sobytij. Modelirovanie i analiz dannyh. 2014. № 1. pp. 43–54.
7. Artemenkov S.L. Ierarhiya processov opoznaniya v «perceptrone» Miraklyana. Informacionnye tekhnologii. 2013. № 3. pp. 56–61.
8. Artemenkov S.L. Rekonstrukciya modeli «perceptrona» Miraklyana. Modelirovanie i analiz dannyh. 2013. № 1. pp. 49–60.
9. Artemenkov S.L. Transcendental'naya psihologiya kak izmenenie obraza myshleniya. A.I. Miraklyan i sovremennaya psihologiya vospriyatiya. M.: URAO «Psihologicheskij institut»; Obninsk: IT-SOCIN, 2010. pp. 324–358.
10. Artemenkov S.L. Metodologiya transcendental'noj psihologii i problemy modelirovaniya i eksperimental'nogo issledovaniya porozhdayushchih processov. Trudy FIT (vypusk 2). Moskva. RUSAVIA, 2005. pp. 37–57.
11. Afanas'ev I.A., Artemenkov S.L. Komp'yuternoe modelirovanie «perceptrona» Miraklyana dlya kodoporozhdeniya form ob"ektov. Eksperimental'nyj metod v strukture psihologicheskogo znaniya. M.: «Institut psihologii RAN», 2012. pp. 157–161.
12. Val'kman YU.R., Stepashko P.V. Ob ontologii intellektual'nogo modelirovaniya. Otkrytye semanticheskie tekhnologii proektirovaniya intellektual'nyh sistem = Open Semantic Technologies for Intelligent Systems (OSTIS-2016): materialy VI mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. (Minsk, 18–20 fevralya 2016 goda)/ redkol.: V.V. Golenkov (otv. red.) [i dr.]. Minsk: BGUIR, 2016. pp. 165–170.
13. Verzhbickaya T.N., Aleksina L.I. Psihologingvistika: Uchebnoe posobie. Mn.: BGPU, 2009. 188 p.
14. Gerc G.R. Principy mekhaniki, izlozhenyye v novej svyazi. G.R. Gerc; red. I.I. Artobolevskij; per. V.F. Kotov, A.V. Sulimo-Samujlo. Moskva: Izd-vo Akad. nauk SSSR, 1959. 383 p.
15. Gorodnyaya L.V. Paradigma programmirovaniya: kurs lekcij L.V. Gorodnyaya; Novosib. gos. un-t. Novosibirsk: RIC NGU, 2015. 206 p.
16. Zarochencev L.D., Hudyakov A.I. Eksperimental'naya psihologiya: ucheb. M.: TK Velbi, Izd-vo Prospekt, 2005. 208 p.
17. Ivannikov V.A. Porozhdenie deyatel'nosti i problema motivacii. Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 14. Psihologiya: Nauchnyj zhurnal. 2015. № 2. pp.15–22.
18. Ivannikov V.A. O prirode i proiskhozhdenii psihiki. Nacional'nyj psihologicheskij zhurnal. 2015. № 3(19). pp. 15–23.
19. Klir Dzh. Sistemologiya. Avtomatizaciya reshenij sistemnyh zadach. Dzh. Klir. M.: Radio i svyaz', 1990. 540 P.
20. Knyazeva E.N. Ponyatie «Umwelt» YAkoba fon Ikskyulya i ego znachimost' dlya sovremennoj epistemologii. Voprosy Filosofii. 2015. № 5. pp. 30–44.
21. Magarshak YU. Struktura empiricheskoy real'nosti. Nezavisimaya Gazeta ot 10.10.2007. – URL: http://www.ng.ru/science/2007-10-10/14_structure.html
22. Miraklyan A.I. Kontury transcendental'noj psihologii. Kniga 2. M.: IP RAN, 2004. 384 P.
23. Miraklyan A.I. Kontury transcendental'noj psihologii. Kniga 1. M.: IP RAN, 1999. 208 P.



24. Mirakyan A.I. Nachala transcendental'noj psihologii vospriyatiya. *Filosof. issled.* 1995. № 2. pp. 77–94.
25. Mirakyan A.I. Konstantnost' i polifunktional'nost' vospriyatiya. M.: Izd-vo VNII PK SSK, 1992. P. 216.
26. Mirakyan A.I. Afizikal'nye principy psihicheskogo otrazheniya i ih modelirovanie. *Principy porozhdayushchego processa vospriyatiya.* Pod red. A.I. Mirakyan. M.: Izd-vo NII SO i UK APN, 1992. pp. 9–48.
27. Mirakyan A.I. *Psihologiya prostranstvennogo vospriyatiya.* Erevan: Ajastan, 1990. 206 P.
28. Panov V.I. Paradoksy izucheniya psihiki i vozmozhnost' ih preodoleniya. *Nacional'nyj psihologicheskij zhurnal.* 2011. № 1 (5). pp. 50–54.
29. Panov V.I. Neposredstvenno-chuvstvennyj uroven' vospriyatiya dvizheniya i stabil'nosti ob'ektov. *Voprosy psihologii.* 1998. № 2. pp. 82–107.
30. *Psihologiya vospriyatiya: transcendental'nyj vektor razvitiya: Kollektivnaya monografiya.* Pod red. G.V. SHukovoj. M.; SPb.: Nestor-Istoriya, 2020. 384 P.
31. *Psihologiya vospriyatiya: Transcendental'naya perspektiva.* Erevan: Nairi, 2017. 344 P.
32. Suppes P., Zines Dzh. L'yus R., Galanter E. *Psihologicheskie izmereniya: Osnovy teorii izmerenij* (Suppes P., Zines Dzh.). *Psihofizicheskie shkaly* (L'yus R., Galanter E.): Per. s angl. 1967. 196 P.
33. fon Nejman Dzh. *Obschaya i logicheskaya teoriya avtomatov.* Per. i primechaniya YU.V. Danilova. V knige: T'yuring A. *Mozhet li mashina myslit'?* GIFML; M.; 1960. pp. 39–65.
34. SHvecova N.A., Sinel'nikova T.I. *Metody sistemologii v sisteme podderzhki prinyatiya reshenij.* *Mezhdunarodnyj zhurnal eksperimental'nogo obrazovaniya.* 2015. № 11–1. pp. 136–137.
35. SHukova G.V. *Paradigmal'nye izmeneniya v sovremennoj psihologii vospriyatiya: ot psihicheskogo otrazheniya k porozhdeniyu psihicheskoy real'nosti.* *Gumanitarnyj vektor. Seriya Psihologiya i Pedagogika,* 2013. 1(33). pp. 124–131.
36. Artemenkov S.L. *Metaphysics and Fundamentals of Transcendental Psychology Approach.* *Open Journal of Philosophy,* 2021, 11, 125–147.
37. Boogerd F.C., Bruggeman F.J., Hofmeyr J-H.S., & Westerhoff H.V. (Eds.) *Systems Biology – Philosophical Foundations.* Elsevier. 2007. 360 p.
38. Cartwright N. *How the laws of physics lie.* Oxford University Press, 1983. 232 p.
39. Frisby J. *Seeing: Illusion, Brain and Mind.* Oxford: Oxford University Press. 1979. 160 p.
40. Louie A.H. *Mathematical Foundations of Anticipatory Systems.* In *Handbook of Anticipation.* Poli R. (ed.), Springer, New York. 2019. 937–964.
41. Louie A.H. *Intangible life: Functorial connections in relational biology.* *Anticipation Science,* Vol. 2. New York: Springer. 2017. 264 p.
42. Louie A.H. & Poli R. *Complex Systems.* In *Handbook of Anticipation.* Poli R. (ed.), Springer, New York. 2019. 17–35.
43. Magarshak Y. *On the Issue of Completeness of the Modern Conception of Atomic and Molecular Structure.* *Universal Journal of Physics and Application,* 2008, 5, 535–540.
44. Rosen R. *Essays on life itself.* Columbia University Press, 1999, 361 p.
45. Rosen R. *Life itself: A comprehensive inquiry into the nature, origin and fabrication of life.* Columbia University Press, 1991, 285 p.
46. Rosen R. *Ergodic approximations and specificity.* *Mathematical Modelling,* 1980, 1, 91–97.

Биоинспирированный сценарный анализ связи эпидемии COVID-19 и технологий дистанционного обучения

Воронов М.В.*

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7839-6250>
e-mail: mivoronov@yandex.ru

Давыдовский А.Г.**

Белорусский государственный университет информатики
и радиоэлектроники (БГУИР), г. Минск, Беларусь
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1806-9674>
e-mail: agd2011@list.ru

Разработана структурная схема и представлено описание биоинспирированного квазимолекулярного алгоритма сценарного анализа динамики вариационных рядов. На основе этого алгоритма разработан и верифицирован комплекс пессимистических, инерционных и оптимистических сценариев связи поисковой активности интернет-пользователей и общей заболеваемости коронавирусной инфекцией. Оценены корреляционные связи между интенсивностями поисковых обращений по теме «дистанционное обучение» относительных частот поисковых обращений по различным коммуникативные информационно-технологическим платформам. Установлено, что распространение поисковых обращений интернет-пользователей по коронавирусной ассоциированной тематике имеет характер цепного разветвленного процесса, что свидетельствует о феномене «инфодемии COVID-19».

Ключевые слова: прогнозирование, сценарный анализ, дистанционное обучение, биоинспирированный алгоритм, COVID-19.

***Воронов Михаил Владимирович**, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой прикладной математики. Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0507-9144>, e-mail: mivoronov@yandex.ru

****Давыдовский Анатолий Григорьевич**, кандидат биологических наук, доцент кафедры, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (БГУИР), г. Минск, Республика Беларусь, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1806-9674>, e-mail: agd2011@list.ru



Для цитаты:

Воронов М.В., Давыдовский А.Г. Биоинспирированный сценарный анализ связи эпидемии COVID-19 и технологий дистанционного обучения // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 25–35. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120402>

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Современная жизнь стремительно усложняется. Как следствие, все более актуализируется принятие решений в условиях повышенного уровня неопределенности [1]. Наиболее сложные из такого рода ситуаций стали относить к трудно прогнозируемым и даже непрогнозируемым (была даже разработана теория, получившая название «Чёрный лебедь» [2]).

Для принятия обоснованных решений необходимо иметь представления об альтернативных гипотетически возможных вариантах развития сложившейся ситуации в будущем (сценариев) и оценивать вероятность реализации каждой из них [3, 4].

Глобальная эпидемия COVID-19 обусловила весьма существенное воздействие на социальные, политические, социально-экономические, социотехнические, социокультурные и другие аспекты жизни современного общества, что побуждает к активизации исследований в области прогнозирования развития земной цивилизации в целом и формирования сценариев последствий такого масштаба событий, в частности. Одной из перспективных платформ такого рода исследований является активно развиваемый в рамках системного анализа так называемый сценарный подход [5]. Среди инструментов сценарного подхода выделим, как наиболее подходящий, на наш взгляд, сценарный анализ по Р. Шварцу [6]. Его основные этапы следующие:

- определение фокуса исследования;
- указание ключевых факторов микросреды (внутренних характеристик);
- определение движущих сил макросреды (внешних факторов);
- ранжирование определенных внешних и внутренних факторов по степени их важности;
- выбор «логики»/способа генерации сценариев на основе подготовленных данных;
- конкретизация сценариев;
- рассмотрение последствий построенных сценариев.

Исследователи обратили внимание, что в период эпидемии *COVID-19* произошли существенные трансформации устоявшихся процессов в сфере образования. Связаны ли эти события или нет? Если да, то в какой мере и каковы последствия этого?

Замечено, что условиях глобальной эпидемии COVID-19 резко возрос поток поисковых запросов пользователей по тематике, связанной короновирусной инфекцией. Этот факт побудил выдвинуть гипотезу о том, что полученная при анализе такого рода запросов информация может служить полезным источником для разработки средств прогнозирования медико-биологических, социальных и социально-экономических причин различного рода социальных турбулентностей.

В этой связи была поставлена задача разработки и обоснования биоинспирированного алгоритма анализа сценариев распространения поисковых обращений поль-



зователей, относящихся к области дистанционного обучения, в условиях пандемии COVID-19.

2. БИОИНСПИРИРОВАННЫЙ КВАЗИМОЛЕКУЛЯРНЫЙ АЛГОРИТМ СЦЕНАРНОГО АНАЛИЗА

Для набора исходной информации в русскоязычном сегменте интернет-пространства были выявлены и зафиксированы данные о динамике поисковых обращениях по тематическому кластеру «Дистанционное образование». При этом были использован веб-сервис контекстной рекламы портала Google (<https://ads.google.com>), а также общедоступных сервисов Wordstat.Yandex.by (<https://wordstat.yandex.by>) за период с июля 2020 г. по август 2021 г. и GoogleTrends.com (<https://trends.google.ru>) за период с августа 2016 г. по июль 2021 г. На степень связи «дистанционное обучение», как ключевой темой, были также исследованы относительные показатели поисковых обращений по темам «электронное обучение», «online обучение», «анти-вирус», «Telegram», «Viber», «COVID-19», «Zoom», «Discord», «Moodle», «Skype», «Windows», «Linux», «Википедия», «мемы», «самоизоляция» и др.

Факторами, оказывающими наиболее существенное влияние на динамику поисковых обращений по теме «дистанционное обучение», оказались: «Антивирус», «Википедия», «Самоизоляция», «Мемы», «Moodle», «Skype», «Windows», «Zoom».

С помощью критериев Колмогорова-Смирнова и критерия Лиллиефорса был проведен анализ соответствия построенных вариационных рядов нормальному распределению осуществлен, который показал удовлетворительное соответствие исследуемых вариационных рядов нормальному распределению.

Исходные данные были обработаны с помощью комплексного метода корреляционно-регрессионного анализа с использованием критерия Пирсона, включая построение множественных линейных регрессионных моделей (МЛРМ), а также метода сценарного анализа с формированием оптимистического, базового (инерционного) и пессимистического сценариев. Для прогнозирования тенденций динамики поисковых обращений был использован метод экспоненциального сглаживания, а также основные положения теории аппроксимации [7].

Для прогнозирования связи заболеваемости COVID-19 с поисковой активностью интернет-пользователей был использован как традиционный подход, основанный на возможностях корреляционно-регрессионного аналитического моделирования (КРАМ), а также биоинспирированные методы и алгоритмы, включая впервые разработанный биоинспирированный квазимолекулярный алгоритм (БКМА).

В рамках данного подхода использована «гибридизация сценариев» с конверсией структурных коэффициентов при независимых переменных в МЛРМ из десятичной в бинарную форму и обратно. Полученные таким образом варианты для каждого сценария («гибриды») подвергались селекции по критериям минимума и максимума. Были получены «максимальные» (max, «макси»), «минимальные» (min, «мини»), усредненные варианты сценариев («миди»), а также гибридные варианты



оптимистического (optimistic – O), базового (basic – B) и пессимистического (pessimistic – P) сценариев.

Одним из методологических оснований БКМА является «сценарный крест». Этот методологический инструмент, как показано на рисунке 1 включает четыре различных сценария, базирующихся на взаимодействии двух неопределенностей (А) и (Б) [8].

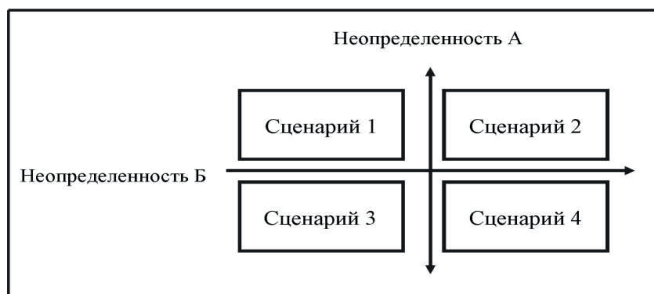


Рис. 1. «Сценарный крест».

При этом БКМА формирует пространство сценариев прогнозной динамики временных рядов, например, характеризующих частоту COVID-ассоциированных поисковых обращений интернет-пользователей. После конверсии из десятичной формы в бинарную такие «молекулы-мономеры» подвергаются преобразованию, которое аналогично изомеризации природных органических биомолекул с образованием двух зеркальных изомеров, каждый из которых может быть представлен в цис- или транс форме сцепления. При этом на основе одного исходного структурного коэффициента для каждой независимой переменной могут быть получены четыре варианта-«изомера», что в целом, соответствует методологическому подходу «сценарный крест». При этом пространственная хиральная изомеризация может быть реализована с помощью зеркальной изомеризации – «mirror»-эффекта, а цис-/транс-изомерия может быть осуществлена путем инверсии бинарного кода с заменой «1» на «0» и наоборот. После обратной конверсии – из бинарной формы в десятичную – можно получить квартет значений каждого структурного коэффициента для каждой независимой переменной в модели множественной линейной регрессии. После этого целесообразна селекция наибольших (макси-), минимальных (мини-) и средних, или средневзвешенных (миди-) значений каждого структурного коэффициента для каждой независимой переменной.

Далее путем гибридизации формируется популяция, содержащая три группы МЛРМ: макси-, миди- или мини-коэффициенты при независимых переменных. Тем самым формируется «целевой сценарий» (ЦС), который может включать как мини-, так и миди-, так и макси-коэффициенты при различных структурных переменных в МЛРМ.

На рисунке 2 представлена структурная схема биоинспирированного алгоритма формирования, изомеризации, гибридизации и селекции прогнозных сценариев динамики вариационных рядов.



Рис.2. Структурная схема биоинспирированного алгоритма формирования, изомеризации, гибридизации и селекции прогнозных сценариев динамики вариационных рядов.

Популяции МЛРМ могут быть подвергнуты селекции по критерию соответствия ЦС. Соответствующие «полимерные биомолекулы» отбираются, сохраняются и используются для формирования прогностических сценариев в дальнейшем, а не соответствующие – элиминируются из общей популяции. На рисунке 3 представлена



структурная схема формирования прогнозных сценариев на основе метода биоинспирированного сценарного анализа.

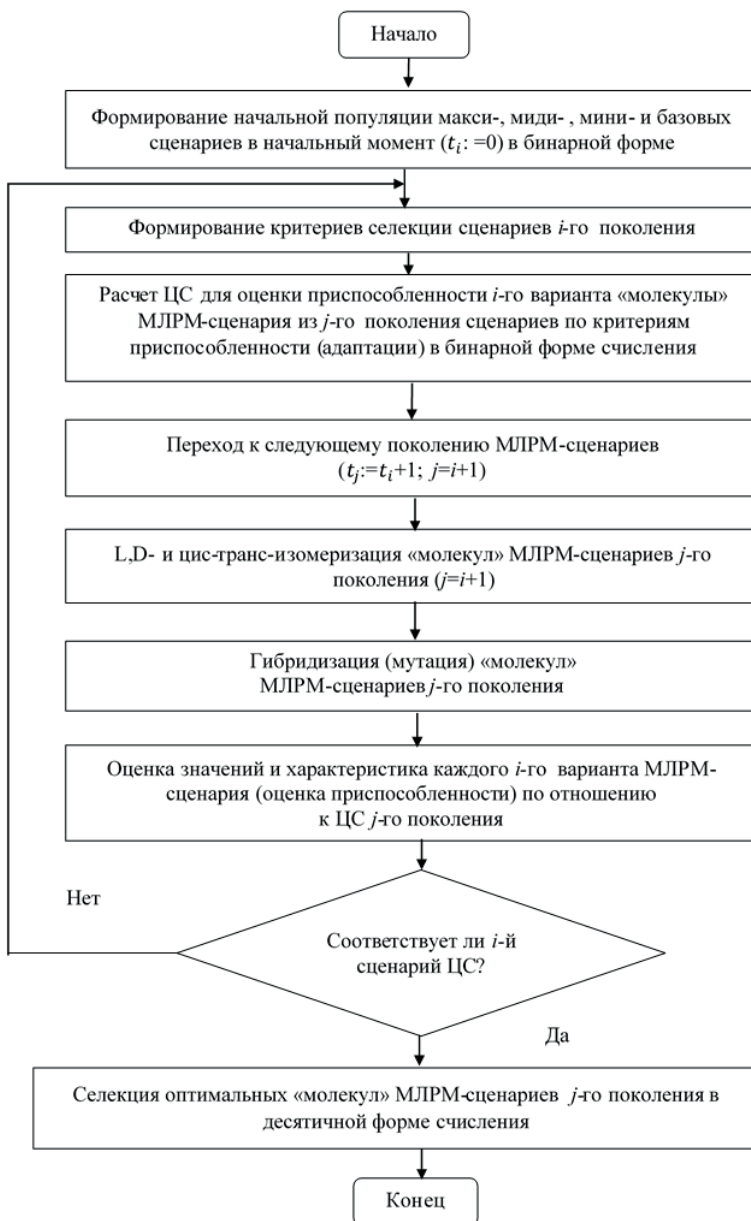


Рис. 3. Структурная схема формирования прогнозных сценариев на основе множественных линейных регрессионных моделей.



Для реализации сценарного анализа на основе БКМА разработано программное обеспечение (ПО), включающее на основе объектно-ориентированной структуры с соблюдением принципов инкапсуляции наследования и абстракции.

При практической реализации ПО БКМА для обеспечения его совместимости с языком программирования Python реализована библиотека PyQt5. Данное ПО включает класс `Ui_MainWindow`, `Controller`, классы `ConverterBase` и `Converter`, `ConverterBase`, `ExcelIO`, `ExcelIO`, классы `Correlation` и `ForwardSelection`, а также прочие классы модели, которые находятся в пакете `model`. В качестве основной библиотеки для работы с многомерными массивами была выбрана библиотека `NumPy`.

Для вычисления коэффициентов сценариев при анализе временных рядов использовался механизм минимизации скалярной функции нескольких переменных, где переменные – коэффициенты модели Холта-Винтерса, а кросс-валидация выступает в качестве непосредственно функции. По нашему мнению, для этих целей вполне подходит функция `optimize.minimize` из библиотеки `SciPy`.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

На основе применения методологии сценарного подхода и технологии БКМА были исследованы различные аспекты поисковой активности пользователей интернет-сервисов, касающиеся распространения медиаконтента различной направленности в условиях эпидемии COVID-19 в Республике Беларусь [9]. С помощью веб-сервиса `Yandex.WordStat.by` выполнено исследование динамики поисковых обращений, связанных с тематическим локусом «дистанционное обучение» в период второй и третьей волны эпидемии коронавируса. Осуществлен корреляционный анализ частоты поисковых обращений с использованием интернет-пользователей в период с 27.07.2020 г. до 03.08.2021 г. Корреляционный анализ с использованием критерия Пирсона позволил установить следующие коэффициенты корреляции: по Пирсону ($P < 0,05$) между частотами поисковых обращений по тематическому локусу ДО, с одной стороны, и «электронное обучение» ($r=0,56$), «антивирус» ($r=0,36$), «Viber» ($r=0,28$), «COVID-19» ($r=-0,03$), «Zoom» ($r=0,86$), «Discord» ($r=-0,46$), «Moodle» ($r=0,86$), «Skype» ($r=0,65$), «мемы» ($r=0,69$), «Википедия» ($r=0,67$) и «Windows» ($r=0,51$), с другой стороны [10].

Кроме того, установлена достаточно сильная корреляция по частоте поисковых обращений по теме ДО и частотами поисковых обращений «электронное обучение» ($r=0,63$), «Zoom» ($r=0,89$), «Discord» ($r=-0,50$), «Moodle» ($r=0,92$), «Skype» ($r=0,68$), «мемы» ($r=0,85$), «Википедия» ($r=0,75$), «Windows» ($r=0,60$) и «Linux» ($r=0,37$). Показана сильная отрицательная корреляция между поисковыми обращениями в парах «COVID-19»–«Telegram» ($r=-0,55$) и «COVID-19»–«Viber» ($r=-0,76$).

Вместе с тем, проанализирована динамика исследуемых поисковых обращений интернет-пользователей в период с 04.07.2021 г. до 25.07.2022 г. и осуществлено прогнозирование динамики временных рядов поисковых обращений интернет-пользователей с помощью метода тройного экспоненциального сглаживания Холта-Винтерса.



Предложен прогнозный сценарий, основанный на достаточно сильной корреляционной связи поисковых обращениях по тематике ДО, с одной стороны, и поисковыми обращениями «антивирус» ($r=0,45$), «Zoom» ($r=0,89$), «Discord» ($r=-0,50$), «Moodle» ($r=0,92$), «Skype» ($r=0,68$), «мемы» ($r=0,85$), «Википедия» ($r=0,75$), «Windows» ($r=0,60$), с другой, среди русскоязычных интернет-пользователей.

Анализ результатов прогнозирования позволяет предположить возрастание влияния эпидемии коронавирусной инфекции на цифровую трансформацию технологий обучения, в направлении стабильного использования информационно-технологических платформ «Zoom», «Discord», «Moodle», «Skype» ($r=0,60$). Это позволило предположить, что в прогнозируемом периоде COVID-19 является фактором стимуляции заинтересованности интернет-пользователей в использовании для онлайн-обучения таких популярных мессенджеров, как «Viber» ($r=0,61$), «Telegram» ($r=-0,58$), «Википедия» ($r=0,75$), «COVID-19» ($r=0,23$), «Linux» ($r=0,37$). В то же время, повышенная отрицательная корреляция в парах «COVID-19»–«Telegram» ($r=-0,55$), а также «COVID-19»–«Viber» ($r=-0,76$) свидетельствует о возможной роли обращения к популярным мессенджерам «Telegram» и «Viber» в отвлечении внимания интернет-пользователей от проблематики эпидемии COVID-19.

Таким образом, показано, что в прогнозируемом периоде с 04.07.2021 г. до 25.07.2022 г. наиболее значимыми факторами, оказывающими существенное влияние на интенсивность поисковых обращений по тематике ДО, являются такие обращения как «антивирус», «википедия», «мемы», «самоизоляция», «электронное обучение», «COVID-19», «Discord», «Linux», «LMS» (Learning Management System), «Moodle», «online-обучение», «Skype», «Telegram», «Viber», «Windows», «Zoom».

В дальнейшем с помощью технологии БКМА были разработаны, обоснованы и исследованы пессимистические, инерционные и оптимистические сценарии связи поисковой активности интернет-пользователей и общей заболеваемости коронавирусной инфекцией. Анализ полученных сценариев позволяет предположить наличие сложных причинно-следственных связей между частотой поисковых обращений интернет-пользователей по тематике ДО и технологий социальных интернет-коммуникаций.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Разработан биоинспирированный квазимолекулярный алгоритм, в котором любой сценарий, представленный уравнением множественной линейной регрессии, рассматривается как полимерная молекула, а структурные коэффициенты при независимых переменных – как отдельные мономеры, которые могут подвергаться изомеризации, гибридизации, модификации и селекции.
2. Анализ полученных результатов свидетельствует об улучшении работы предложенного биоинспирированного квазимолекулярного алгоритма для генерации сценариев прогнозной динамики временных рядов комплексных данных по сравнению с традиционным подходом, основанном на корреляционно-регрессионном



анализе. При этом улучшение качества сценарного анализа для формирования прогнозных сценариев составляет от 24 % до 78 % в зависимости от сложности сценария, а по времени прогнозирования – от 62 % до 387 % анализа и прогнозирования по сравнению с традиционным подходом [10].

3. На основе вышеназванного алгоритма разработаны 287 множественных линейных регрессионных моделей сценариев прогнозной динамики временных рядов поисковых обращений интернет-пользователей с использованием данных веб-сервисов GoogleTrends.com (<https://trends.google.com/>) и WordstatYandex.by (<https://wordstat.yandex.by/>) по тематическим локусам «ДО», «электронное обучение», «online-обучение», «антивирус», «Telegram», «Viber», «COVID-19», «Zoom», «Discord», «Moodle», «Skype», «мемы», «википедия», «Windows», «Linux», «самоизоляция» в русскоязычном сегменте Сети в локации Республики Беларусь в период с 04.07.2021 г. до 25.07.2022.
4. Установлено, что распространение поисковых обращений интернет-пользователей по COVID-19-ассоциированной тематике имеет характер цепного разветвленного процесса, что косвенно указывает на быстрое распространение такого феномена, как «инфодемия COVID-19», в пространстве интернет.

Литература

1. *Вертешев С.М., Воронов М.В., Герасименко П.В., Кремков М.В.* Принятие решений при управлении организационными системами: Монография. – Псков: Псковский государственный университет, 2019. 218 с.
2. *Талёв Н.Н.* Чёрный лебедь. Под знаком непредсказуемости. Пер. с англ. М.: Колибри, 2009. 528 с.
3. *Van Notten Ph.* Writing on the wall: scenario development in times of discontinuity. Florida: Boca Raton; 2005, 209 p.
4. *Van Notten Ph.* Scenario development: a typology of approaches. Think Scenario. 2006: P. 69–84.
5. *Гладков Ю.М., Кононов Д.А. Кранчатв А.И.* Сценарное исследование социально-экономических систем: методология, задачи, практика применения. // Вестник РГГУ. Серия: Экономика, управление, право. 2007. № 12, С. 100–119.
6. *Schwartz P.* The art of the long view: planning for the future in an uncertain world. NY : Currency Doubleday; 1991, 271 p.
7. *Голубинский А.Н.* Методы аппроксимации экспериментальных данных и построения моделей. // Вестник Воронежского института МВД. 2007. № 2, С.138–143.
8. *Переверза Т.В.* Сценарный подход в анализе сложных социальных систем. Системные исследования и информационные технологии. 2011. № 1, С.133–143.
9. *Давыдовский А.Г., Лапицкая Н.В.* Социальные последствия цифровой трансформации образования в условиях коронакризиса. Журнал Белорусского государственного университета. Социология. 2022. № 2, С. 56–65.
10. *Давыдовский А.Г.* Методологические основы сценарного анализа связи заболеваемости COVID-19 и поисковой активности пользователей с помощью биоинспирированных алгоритмов. BIG DATA and Advanced Analytics = BI DATA и анализ высокого уровня: сб. научных статей VIII Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 11–12 мая 2022 г. – Минск: Бестпринт, 2022. С. 462–475.



Bioinspired Scenario Analysis of the Connection between the COVID-19 Epidemic and Distance Learning Technologies

Mikhail V. Voronov*

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7839-6250>

e-mail: mivoronov@yandex.ru

Anatoly G. Davydovsky**

Belarusian State University of Informatics

and Radioelectronics (BSUIR), Minsk, Belarus

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1806-9674>

e-mail: agd2011@list.ru

The structural scheme is developed and the description of the bioengineered quasimolecular algorithm of scenario analysis of dynamics of variation series is presented. On the basis of this algorithm a complex of pessimistic, inertial and optimistic scenarios of connection of search activity of Internet users and general morbidity coronavirus infection were developed and verified. Correlation relations between the intensity of search queries on the topic «distance learning» of relative frequencies of search queries on various communicative information technology platforms have been evaluated. It has been found that the distribution of Internet users' search queries on coronavirus theme has the character of a chain branching process, which testifies to the phenomenon of «infodemia COVID-19».

Keywords: forecasting, scenario analysis, distance learning, bioinspired algorithm, COVID-19.

For citation:

Voronov M.V., Davydovsky A.G. Bioinspired Scenario Analysis of the connection between the COVID-19 Epidemic and Distance Learning Technologies. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 25–35. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120402> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Verteshev S.M., Voronov M.V., Gerasimenko P.V., Kremkov M.V. Decision-making in the management of organizational systems: Monograph. – Pskov: Pskov State University, 2019. 218 p.

***Mikhail V. Voronov**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Applied Mathematics, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0507-9144>, e-mail: mivoronov@yandex.ru

****Anatoly G. Davydovsky**, Candidate of Biological Sciences, Associate Professor of the Department, Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (BSUIR), Minsk, Republic of Belarus, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1806-9674>, e-mail: agd2011@list.ru



2. Taleb N.N. Black Swan. Under the sign of unpredictability. Translated from English. M.: Hummingbird; 2009. 528 p.
3. Van Notten Ph. Writing on the wall: scenario development in times of discontinuity. Florida: Boca Raton; 2005, 209 p.
4. Van Notten Ph. Scenario development : a typology of approaches. Think Scenario. 2006. pp. 69–84.
5. Gladkov Yu. M., Kononov D.A. Krapchatv A.I. Scenario study of socio-economic systems: methodology, tasks, application practice. // Bulletin of the Russian State University. Series: Economics, Management, Law. 2007. No. 12, pp. 100–119.
6. Schwartz P. The art of the long view: planning for the future in an uncertain world. NY. : Currency Doubleday. 1991, 271 p.
7. Golubinsky A.N. Methods of approximation of experimental data and model construction. Bulletin of the Voronezh Institute of the Ministry of Internal Affairs. 2007. No. 2, pp. 138–143
8. Pereverza T.V. Scenario approach in the analysis of complex social systems. System research and information technology. 2011. № 1, pp. 133–143.
9. Davydovsky A.G., Lapitskaya N.V. Social consequences of digital transformation of education in the conditions of the coronacrisis. Journal of the Belarusian State University. Sociology. 2022. № 2, pp. 56–65.
10. Davydovsky A.G. Methodological foundations of scenario analysis of the relationship between the incidence of covid-19 and the search activity of users using bioinspired algorithms. BIG DATA and Advanced Analytics = BI DATA and high-level analysis : collection of scientific articles of the VIII International Scientific and Practical Conference, Minsk, May 11–12, 2022 – Minsk: Bestprint, 2022. pp. 462–475.

Получена 15.11.2022

Принята в печать 04.12.2022

Received 15.11.2022

Accepted 04.12.2022

◇◇ МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ◇◇

УДК 004.942

Адаптивная технология психологической диагностики на основе марковских и квантовых представлений процесса выполнения заданий

Куравский Л.С. *

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-3375-8446>
e-mail: ls.kuravsky@gmail.com

Юрьев Г.А. **

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2960-6562>
e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

Юрьева Н.Е. ***

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1419-876X>
e-mail: yurieva.ne@gmail.com

Исаков С.С. ****

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>
e-mail: isakovss@mgppu.ru

Несимова А.О. *****

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8394-7376>
e-mail: sasha.n2230@gmail.com

Николаев И.А. *****

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7715-5575>
e-mail: stripeddog@yandex.ru



Представлен метод построения адаптивных диагностических оценок с помощью идентифицируемых вероятностных марковских моделей, обеспечивающий индивидуальные траектории тестирования испытуемых путём обоснованного выбора оптимальной последовательности предъявления заданий. Особенности применяемого адаптивного подхода являются: выявление и использование при построении расчётных оценок временной динамики изменения способности справляться с заданиями; возможность учёта времени, затрачиваемого на выполнение заданий; меньшее по сравнению с другими подходами число заданий, которое следует предъявлять, – что обеспечивает представленному подходу преимущества перед аналогами. Рассмотрен новый подход к решению задач диагностики путем свёртки прикладных марковских моделей в квантовые представления, что позволяет выявлять структуру процесса выполнения заданий с помощью квантового спектрального анализа и использовать при формировании диагностического решения только существенную информацию, повышая надёжность результатов.

Ключевые слова: марковские модели, квантовые представления, психологическая диагностика, адаптивное тестирование.

Финансирование. Работа выполняется в рамках государственного задания Министерства просвещения РФ № 073–00110–22–06 от 12.12.2022 г.

Для цитаты:

Куравский Л.С., Юрьев Г.А., Юрьева Н.Е., Исаков С.С., Несимова А.О., Николаев И.А. Адаптивная технология психологической диагностики на основе марковских и квантовых представлений процесса выполнения заданий // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 36–55. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120403>

**Куравский Лев Семенович*, доктор технических наук, профессор, декан факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3375-8446>, e-mail: l.s.kuravsky@gmail.com

***Юрьев Григорий Александрович*, кандидат физико-математических наук, доцент, ведущий кафедрой, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2960-6562>, e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

****Юрьева Наталия Евгеньевна*, кандидат технических наук, научный сотрудник центра информационных технологий для психологических исследований факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1419-876X>, e-mail: yurieva.ne@gmail.com

*****Исаков Сергей Сергеевич*, преподаватель, аспирант, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>, e-mail: isakovss@mgppu.ru

******Несимова Александра Олеговна*, студент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8394-7376>, e-mail: sasha.n2230@gmail.com

******Николаев Иван Александрович*, студент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7715-5575>, e-mail: stripeddog@yandex.ru



1. ВВЕДЕНИЕ

В последние годы выросла популярность различных форм психологических диагностик, охватывающих, в широком смысле, практически все формы и способы передачи знаний, умений и навыков с помощью информационных и коммуникационных технологий. Подходы к психологической диагностике имеют как известные преимущества, так и недостатки, наиболее значимые из которых обусловлены отсутствием эффективной адаптации диагностического процесса к индивидуальным особенностям и возможностям его участников. Проблемы, связанные с адаптацией такого рода, сложны для решения и наиболее актуальны при диагностике неформализуемых умений и навыков. Существующие средства организации электронной диагностики, включая системы управления обучением и учебным контентом, обходят рассматриваемую проблему, решая более доступные задачи. Причина этого заключается, в первую очередь, в трудностях формализации и отсутствии подходящего математического аппарата.

Указанные проблемы сделали актуальной разработку новых подходов. В 2010–2012 годах был разработан метод адаптивного тестирования [1-3], построенный на применении *идентифицируемых марковских моделей* с непрерывным временем и *байесовской классификации*. Как развитие этого результата, в 2017 году предложен новый вариант марковской модели адаптивного тестирования с дискретным временем [4], предполагающий оценки конструкторов с использованием предельных распределений вероятностей пребывания в состояниях, вычисленных с помощью матриц вероятностей перехода.

Различные возможности марковских процессов для решения диагностических, прогностических и других задач подробно рассмотрены в работах [5, 6, 7–10], где разработаны многочисленные решения, реализованные в различных областях, таких как инженерия, психологический анализ данных, системы поддержки принятия решений, адаптивное тестирование и обучение, прикладное управление мультиагентными системами. Однако, диагностика на основе процессов такого типа требует обычно детальной информации о наблюдаемых переходах между многочисленными состояниями и поэтому нуждается в огромном числе эмпирических данных, которых часто нет (подходящие примеры можно найти в [7]). Эти причины формируют запрос на разработку более эффективных математических представлений в исследуемых областях применения.

Применение квантовых представлений, аналогичных тем, что были в работах [11–12], для моделирования поведения марковских процессов при решении диагностических задач может дать требуемое решение благодаря тому, что такие квантовые структуры являются обобщением традиционных вероятностных конструкций (поэтому они лучше отвечают имеющимся результатам наблюдений), а число необходимых кубитов обычно намного меньше, чем число состояний соответствующей марковской модели. Следуя субъективной интерпретации вероятностной конструкции вместо частотной, этот подход дает новую гибкую форму для представления поведения прикладных вероятностных систем, что существенно расширяет возможности их анализа.

В статье рассмотрен новый подход к решению задач диагностики путем свёртки прикладных марковских моделей в квантовые представления, что позволяет выяв-



лять структуру процесса выполнения заданий с помощью квантового спектрального анализа.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИАГНОСТИЧЕСКОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Для реализации диагностических процедур применяется марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем [13-14], для которого известны начальные распределения вероятностей и наблюдаемые частоты нахождения в состояниях процесса $F_{i,d}$ в контрольные моменты времени $\{t_d\}_{d=0,\dots,D-1}$, где i – индекс состояния, D – число моментов времени, для которых известны частоты $F_{i,d}$, $0 \leq t_d \leq T$, T – конечный момент времени. Интенсивности переходов между состояниями являются идентифицируемыми параметрами рассматриваемых моделей.

Полагается, что каждый испытуемый имеет одну из заданных оценок диагностического уровня с индексами $l \in \{1, \dots, 3\}$. Вероятности пребывания в состояниях процесса, как функции времени, определяются следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений Колмогорова в матричной форме:

$$\frac{d\mathbf{p}_l(t)}{dt} = \mathbf{M}(\lambda_l)\mathbf{p}_l(t),$$

где $0 \leq t \leq T$, $\{x_{ij}\}_{i=0,\dots,n}$ и $\{x_{i*}\}_{i=0,\dots,n}$ – состояния марковского процесса, $\mathbf{p}_l(t)$ представляет вероятности пребывания в состояниях процесса для определенного уровня подготовки испытуемого l , $\mathbf{M}(\lambda_l) = \|m_{ij}(\lambda_l)\|$ – матрица, имеющая размер

$$2n + 2, \mathbf{p}_l(t) = (p_{0,l}(t), \dots, p_{n,l}(t), p_{0*,l}(t), \dots, p_{n*,l}(t))^T, \\ \lambda_l = (\lambda_{0,l}^+, \dots, \lambda_{n-1,l}^+, \mu_{0,l}^+, \dots, \mu_{n,l}^+, \mu_{0,l}^-, \dots, \mu_{n,l}^-)^T$$

– упорядоченное множество интенсивностей переходов между состояниями процесса для уровня подготовки испытуемого l .

Для определения того, как вероятности пребывания в состояниях изменяются со временем, используется марковский процесс, представляющей собой конечную цепь из $2n+2$ состояний (Рисунок 1). Состояния x_k и x_{k*} соответствуют фрагментам заданий, представляющим k^{bie} содержательные уровни процесса оценки. Для каждого k может быть определен свой собственный адаптирующийся к возможностям испытуемого набор заданий с релевантным содержанием.

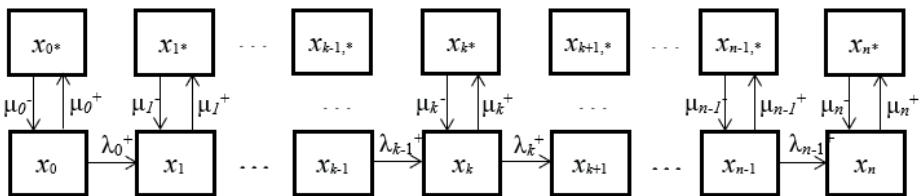


Рис. 1. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем, представляющий динамику оценки: $\{x_{ij}\}_{i=0,\dots,n}$ и $\{x_{i*}\}_{i=0,\dots,n}$ – состояния процесса,

$\lambda_l = (\lambda_{0,l}^+, \dots, \lambda_{n-1,l}^+, \mu_{0,l}^+, \dots, \mu_{n,l}^+, \mu_{0,l}^-, \dots, \mu_{n,l}^-)^T$ – упорядоченное множество интенсивностей переходов между состояниями для уровня подготовки испытуемого l .



Когда испытуемый находится в состоянии x_k , назначенное для выполнения тестовое задание адаптивно выбирается из множества возможных вариантов, соответствующих данному состоянию. Каждое задание имеет свои ограничения, в том числе по времени выполнения.

Переходы между состояниями определяются следующими правилами, обеспечивающими для испытуемого адаптивность диагностической процедуры:

- если испытуемый, пребывая в состоянии x_k , выполняет соответствующее задание правильно и не нарушает временные или другие ограничения, связанные с этим заданием, выполняется переход в состояние x_{k+1} ;
- если испытуемый, пребывая в состоянии x_k , выполняет соответствующее задание неправильно и не нарушает временные или другие ограничения, связанные с этим заданием, пребывание в состоянии x_k продолжается;
- если испытуемый, пребывая в состоянии x_k , выполняет соответствующее задание правильно, но нарушает временные или другие ограничения, связанные с этим заданием, выполняется переход в состояние x_{k*} ;
- если испытуемый, пребывая в состоянии x_{k*} , при выполнении задания нарушает временные или другие ограничения, связанные с этим заданием, либо выполняет соответствующее задание неправильно и не нарушает временные или другие ограничения, связанные с этим заданием, пребывание в состоянии x_{k*} продолжается;
- если испытуемый, пребывая в состоянии x_{k*} , выполняет соответствующее задание правильно и не нарушает временные или другие ограничения, связанные с этим заданием, выполняется возвращение в состояние x_k .

Полагается, что в начальный момент времени испытуемый находится в состоянии x_0 . Функционально состояния x_{k*} выполняют роль своего рода «ловушек» для тех испытуемых, которым не удаётся уложиться в заданные лимиты времени или другие ограничения при выполнении заданий.

Зная состояние процесса, в котором испытуемый в определенный момент времени оказывается после выполнения текущего задания, а также соответствующие прогнозируемые вероятности пребывания в состояниях процесса, которые можно рассчитать с помощью уравнений Колмогорова для каждого диагностического уровня, с помощью формулы Байеса оцениваются апостериорные вероятности диагностических уровней подготовки экипажа:

$$P(C_l|S(t)) = \frac{P(C_l)P(S(t)|C_l)}{\sum_{k=0}^z P(C_k)P(S(t)|C_k)},$$

где C_l – событие, состоящее в том, что испытуемый обладает l^{oi} оценкой диагностического уровня ($l \in \{1, \dots, z\}$), $S(t)$ – событие, состоящее в том, что испытуемый находится в указанном состоянии процесса в указанный момент времени, $P(C_l)$ – априорная вероятность того, что испытуемый обладает l^{oi} оценкой диагностического уровня, $P(S(t)|C_l)$ – вероятность пребывания в указанном состоянии процесса в указанный момент времени при условии, что испытуемый обладает l^{oi} оценкой диагностического уровня, $P(C_l|S(t))$ – вероятность того, что $l^{ая}$ оценка диагностического уровня соответствует испытуемому, который находится в указанном состоянии процесса в указанный момент времени.



Оценка диагностического уровня, при которой достигается наибольшее значение условной апостериорной вероятности $P(C_{max}|S(t)) = \max_l \{P(C_l|S(t))\}_{l=1,\dots,z}$ является искомой.

Процесс обхода состояний рассматриваемых марковских процессов прерывается, если указанное выше наибольшее значение условной апостериорной вероятности $P(C_{max}|S(t))$ превысит все оставшиеся значения апостериорных вероятностей $\{P(C_l|S(t))\}_{l=1,\dots,z}$ не менее чем на установленное критическое значение Δp_* . После этого адаптивная оценка диагностического уровня устанавливается по текущему результату.

Параметры марковского процесса $\lambda_l = (\lambda_{0,l}^+, \dots, \lambda_{n-1,l}^+, \mu_{0,l}^+, \dots, \mu_{n,l}^+, \mu_{0,l}^-, \dots, \mu_{n,l}^-)^T$ идентифицируются по наблюдаемым и прогнозируемым гистограммам, представляющим распределения частот пребывания в состояниях процесса. Вычисляются оценки этих параметров, обеспечивающие наибольшее согласование между наблюдаемыми и прогнозируемыми частотами пребывания в контрольных состояниях процесса в заданные моменты времени, а именно: определяется множество интенсивностей переходов между состояниями λ_l , которому соответствует наименьшее значение статистики Пирсона:

$$\chi^2(\lambda_l) = \sum_{d=0}^{D-1} \sum_{i=0}^n \left[\frac{(p_i(t_d)N_d - F_{i,d})^2}{p_i(t_d)N_d} + \frac{(p_{i*}(t_d)N_d - F_{i*,d})^2}{p_{i*}(t_d)N_d} \right],$$

где $N_d = \sum_{i=0}^n (F_{i,d} + F_{i*,d})$, $F_{i,d}, F_{i*,d}$ – наблюдаемые частоты пребывания в состояниях процесса в моменты времени $\{t_d\}_{d=0,\dots,D-1}$. Эта статистика используется для проверки статистической гипотезы о том, что набор прогнозируемых частот попадания в состояния значимо не отличаются от соответствующего набора наблюдаемых частот [13, 15–24], и представляет собой меру согласования применяемой математической модели с наблюдениями.

Для решения данной задачи идентификации разработан специальный численный метод [17]. При ограниченном объёме эмпирических данных интенсивности переходов между состояниями могут приближённо оцениваться как обратные величины к средним интервалам времени между двумя смежными переходами в соответствующем направлении [14], что является наиболее практичным решением в случае эмпирических данных ограниченного объёма.

Работа с эмпирическими данными показала, что использование для построения байесовских оценок диагностического уровня вероятностей пребывания в парах состояний « $x_k + x_{k*}$ » ($k = 0, 1, \dots, 6$) (т.е. состояний вместе с соответствующими им состояниями-«ловушками») обеспечивает существенно более высокий уровень дискриминации между оцениваемыми уровнями, чем в случае использования вероятностей пребывания в состояниях, вычисленных отдельно.

3. ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

Например, если в модели используется 7 пар состояний, соответствующих последовательным этапам диагностической процедуры, приведённая выше в матричной форме система обыкновенных дифференциальных уравнений Колмогорова,



определяющая динамику пребывания в состояниях марковского процесса, приобретает вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_0}{dt} = \mu_0^- p_{0*} - (\mu_0^+ + \lambda_0^+) p_0 \\ \frac{dp_{0*}}{dt} = \mu_0^+ p_0 - \mu_0^- p_{0*} \\ \dots \\ \frac{dp_k}{dt} = \lambda_{k-1}^+ p_{k-1} + \mu_k^- p_{k*} - (\mu_k^+ + \lambda_k^+) p_k \\ \frac{dp_{k*}}{dt} = \mu_k^+ p_k - \mu_k^- p_{k*} \\ (k = 1, \dots, 5) \\ \dots \\ \frac{dp_6}{dt} = \lambda_5^+ p_5 + \mu_6^- p_{6*} - \mu_6^+ p_6 \\ \frac{dp_{6*}}{dt} = \mu_6^+ p_6 - \mu_6^- p_{6*} \end{array} \right.$$

(обозначения см. выше).

В качестве иллюстрации, в случае трёх вариантов диагностической оценки, эмпирические данные прохождения одного из тестов привели к временной динамике вероятностей пребывания в состояниях марковского процесса, представленной на Рисунках 2–4.

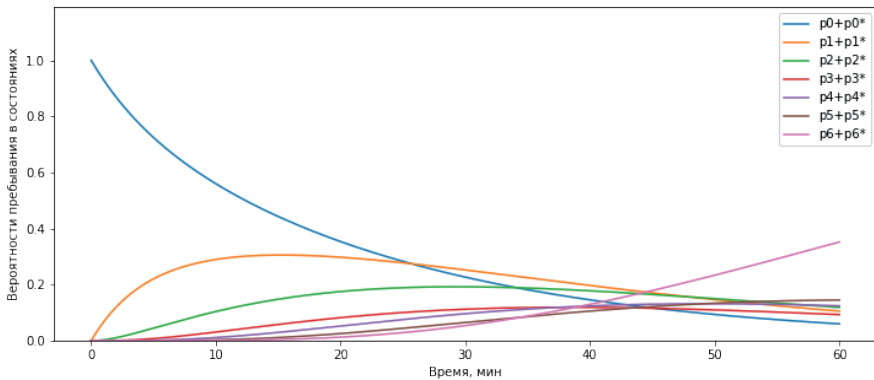


Рис. 2. Временная динамика вероятностей пребывания в двоенных состояниях марковского процесса в случае испытуемых, соответствующих диагностическому уровню 1.

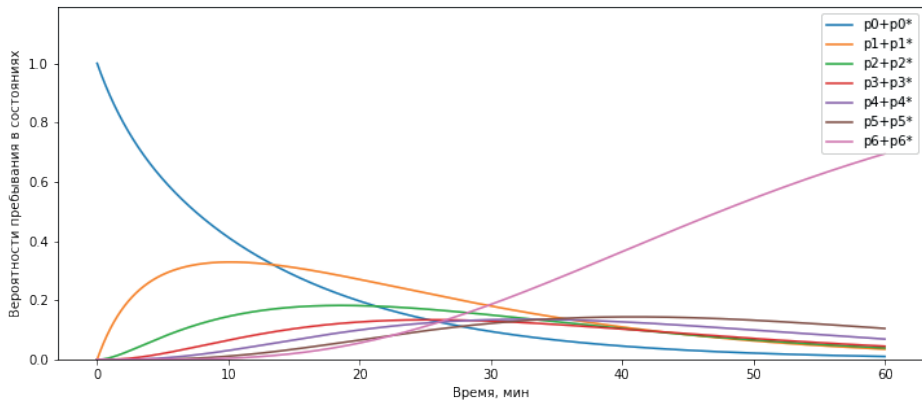


Рис. 3. Временная динамика вероятностей пребывания в двоянных состояниях марковского процесса в случае испытуемых, соответствующих диагностическому уровню 2.

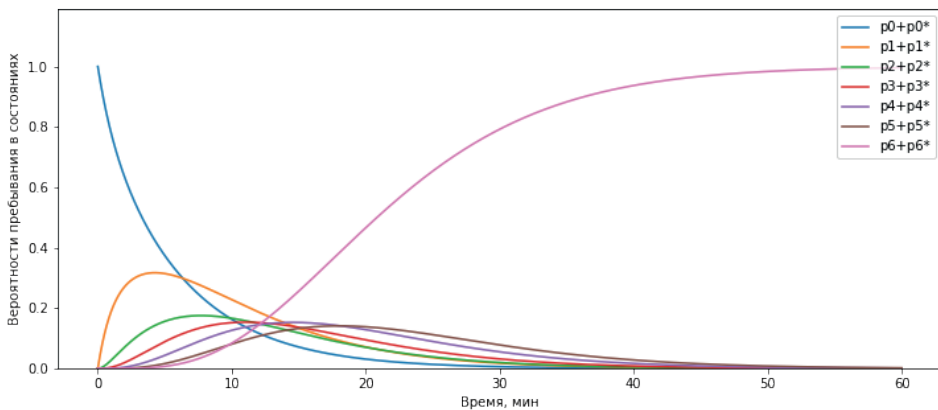


Рис. 4. Временная динамика вероятностей пребывания в двоянных состояниях марковского процесса в случае испытуемых, соответствующих диагностическому уровню 3.

Построение диагностической оценки проиллюстрировано на Рисунке 5 с помощью расчётной диаграммы для двоянных состояний. Приведённая оценка вычислялась для состояния процесса x_1 , в котором испытуемый находился в контрольный момент времени (3-я минута выполнения теста). Для повышения качества дискриминации, использовались вероятности пребывания в паре состояний « $x_1 + x_{1*}$ ». Текущая оценка, соответствующая контрольному моменту времени – уровень 3.

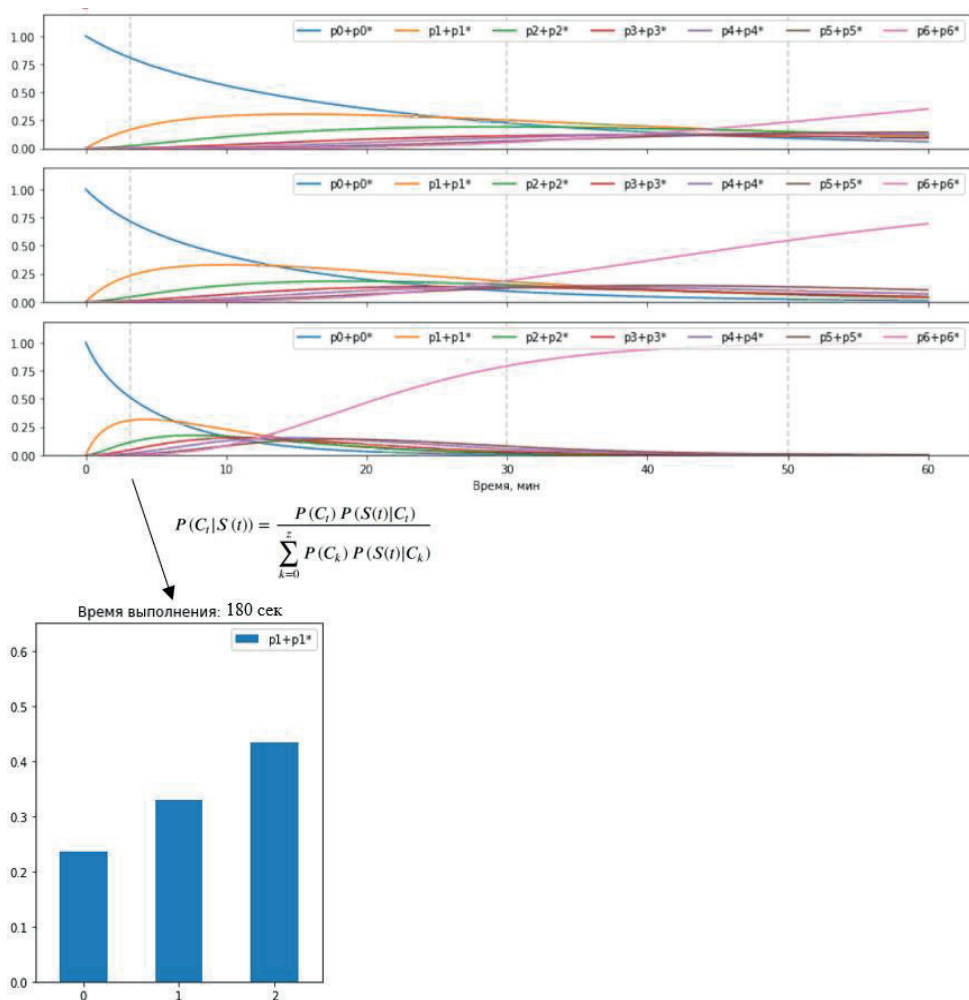


Рис. 5. Построение байесовской диагностической оценки на 3-й минуте выполнения тестовых заданий с помощью графиков вероятностей пребывания в состояниях соответствующего марковского процесса.

4. ПОСТРОЕНИЕ КВАНТОВЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДЛЯ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ

Применение квантовых представлений для анализа марковских процессов при решении диагностических задач может дать необходимое решение благодаря тому, что такие квантовые структуры являются обобщением традиционных вероятностных конструкций (поэтому они лучше отвечают имеющимся результатам наблюдений). Следуя субъективной интерпретации вероятностной конструкции вместо частотной,



этот подход дает новую гибкую форму для представления поведения прикладных вероятностных систем, что существенно расширяет возможности их анализа.

Для представления динамики поведения исследуемой системы используются *марковские процессы с дискретными состояниями и дискретным временем*, при этом вероятности перехода из состояния в состояние являются параметрами модели. Переход к указанному варианту марковских процессов от рассмотренных выше процессов с непрерывным временем очевиден: функциональные зависимости $\mathbf{p}_i(t)$ преобразуются в соответствующие ряды путём дискретизации с заданным постоянным временным шагом.

Динамика вероятностей пребывания в состояниях марковского процесса определяется следующим матричным уравнением:

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{U}_d \mathbf{p}_i,$$

где значения индекса $i \in \{1, 2, \dots, N\}$ соответствуют дискретным моментам времени в основной шкале; вероятности пребывания в состояниях в момент времени i представляются как $\mathbf{p}_i = (p_{i,1}, \dots, p_{i,G})^T$; G – количество состояний марковского процесса; $\mathbf{U}_d = \|u_{d,ij}\|$ – стохастическая матрица размера $G \times G$ вероятностей перехода между состояниями, в которой $u_{d,ij}$ – вероятность перехода из состояния j в состояние i . Каждому состоянию марковской цепи взаимнооднозначно соответствует определённая область (ячейка) комплексной плоскости, по которой перемещаются собственные значения матриц \mathbf{T}_i .

Преобразование марковских моделей в квантовые представления позволяет выявить структуру исследуемых процессов с помощью квантового спектрального анализа [25–26]. Результаты этого анализа, подобно анализу функций с помощью преобразования Фурье, выражают внутреннюю структуру случайного наблюдаемого процесса в частотной области. Они, в свою очередь, могут быть использованы для последующего углублённого анализа поведения квантовой системы. Накопленный эмпирический опыт показывает, что такой подход существенно увеличивает количество полезной и значимой информации о поведении исследуемой системы по сравнению с марковскими процессами.

Чтобы представить прикладной марковский процесс данного типа для решения диагностической задачи, используется набор M кубитов $\{|q_k\rangle\}_{k=0}^{M-1}$, размер и величина которого определяются количеством распознаваемых состояний. Полученное представление кубитов отражает переходы между кластерами состояний, число которых значительно меньше числа состояний исходной марковской модели. Кластеры распознаваемых состояний определяются на основе эмпирических данных, содержащихся в матрице вероятностей переходов, элементами которой являются выборочные оценки вероятностей переходов между состояниями марковской модели, преобразуемой посредством процедуры многомерного шкалирования.

Таким образом, этапами свёртки марковского процесса в систему кубитов являются как многомерное шкалирование [27–30] для получения определённого представления состояний марковской модели в пространстве шкалирования, так и последующий кластерный анализ [28–29] для формирования кластеров объединённых состояний этой модели. Пары состояний марковской модели, которые имеют большие



вероятности взаимных переходов, в результате выполнения указанной процедуры располагаются в пространстве шкалирования ближе друг к другу.

По сравнению с исходным марковским процессом предлагаемое представление имеет преимущества в двух аспектах: за счет уменьшения размерности задачи (число кубитов определяется числом кластеров и поэтому в несколько раз меньше числа состояний в исходном марковском процессе) и использования более обобщенного и гибкого квантового представления вероятности [25–26]. Каждое квантовое представление соответствует одному из кластеров, выявленных в результате проведенного кластерного анализа. Оптимальное количество кластеров может быть определено с использованием информации об эффективности решения рассматриваемой прикладной задачи [26]. Благодаря кластеризации для принятия диагностического решения используется только существенная информация.

Для рассматриваемых квантовых систем наблюдаемой величиной является пребывание марковского процесса в кластере заданных состояний. Поэтому ее наблюдаемые значения могут быть представлены биполярными константами типа либо I (марковский процесс находится внутри набора заданных состояний), либо $-I$ (марковский процесс без этого набора состояний).

Исследуемые марковские процессы могут быть выражены с помощью кубитовых представлений пребывания в соответствующих кластерах состояний, а именно: вероятностная структура, представляемая кубитами, должна содержать несколько кластеров состояний, причем рассматриваемый процесс в любой момент времени находится в одном и только одном из M рассматриваемых кластеров.

Пребывание процесса в кластере состояний k ($k = 0, \dots, M - 1$) представлено кубитом $|q_k(t)\rangle = A_k(t)|a_k\rangle + B_k(t)|b_k\rangle$, где t – время; векторы $|a_k\rangle$ и $|b_k\rangle$ образуют основу кластера состояний, векторы которого должны быть выбраны в качестве результатов измерений, полученных путем проецирования; $A_k(t), B_k(t) \in \mathbb{C}$ (\mathbb{C} – множество комплексных чисел); $|A_k(t)|^2 + |B_k(t)|^2 = 1$, где $|A_k(t)|^2$ рассматривается как вероятность пребывания в кластере состояний k в соответствии с правилом Борна, $|B_k(t)|^2$ рассматривается как вероятность не остаться в кластере состояния k (то есть остаться в любом другом доступном кластере системы $j \neq k$, который не совпадает с кластером i) в соответствии с правилом Борна.

Векторы $|a_k\rangle$ и $|b_k\rangle$ должны быть получены в виде результатов наблюдения, а именно: каждое проведенное измерение дает или $|a_k\rangle$, или $|b_k\rangle$ с двумя очевидными эквивалентными условиями нормализации, следующими из приведенных выше определений $A_k(t)$ и $B_k(t)$:

$$\sum_{k=0}^{M-1} |A_k(t)|^2 = 1, |B_k(t)|^2 = \sum_{j \neq k} |A_j(t)|^2.$$

Используя подход фон Неймана к интерпретации измерений [31], отличия от выраженных квантовых систем определяются с помощью следующих *преобразований нормализации* N_k для выполнения заданных условий для $A_k(t)$ и $B_k(t)$ ($k = 0, \dots, M - 1$), которые выполняются при измерениях:



$$= \frac{A_k(t)}{\sqrt{\sum_{j=0}^{M-1} |A_j(t)|^2}} |a_k\rangle + \text{sign}(B_k(t)) \sqrt{1 - \frac{|A_k(t)|^2}{\sum_{j=0}^{M-1} |A_j(t)|^2}} |b_k\rangle.$$

Как отмечается в [25–26], эти преобразования нормализации делают представленные кубиты *запутанными при измерении (EM)*. Вся совокупность представленных кубитов, запутанных измерением, называется *EM-квантовой системой*. Нормализация, о которой идет речь, формирует ограничение, накладываемое рассматриваемыми приложениями. Фактически данные кубиты используются как зонды, которые получают информацию о состоянии системы и формируют фон для диагностических выводов.

Каждый кубит $|q_k(t)\rangle$ рассматривается как формальная квантовая структура, эволюция которой в *замкнутом режиме* описывается некоторым *унитарным оператором эволюции* $\mathbf{U}_k(t_0, t)$ k -й квантовой системы:

$$|q_k((t_0 + t))\rangle = \mathbf{U}_k(t_0, t) |q_k(t_0)\rangle,$$

где $|q_k(t_0)\rangle$ – текущее состояние исследуемой замкнутой системы в момент времени t_0 , $|q_k((t_0 + t))\rangle$ – последующее состояние той же замкнутой системы в момент времени $t_0 + t$.

Оператор $\mathbf{U}_k(t_0, \Delta t)$ унитарной эволюции, который отвечает за эволюцию системы в течение малого промежутка времени Δt – от $|q_k(t_0)\rangle$ в момент времени t_0 до $|q_k((t_0 + \Delta t))\rangle$ в момент времени $t_0 + \Delta t$, – можно выразить как $\mathbf{I} - i\Delta t \mathbf{H}_k + o(\Delta t)$, где \mathbf{H}_k – оператор Гамильтона (гамильтониан) k -й квантовой системы; \mathbf{I} – оператор тождества. Это выражение вытекает из непрерывности оператора $\mathbf{U}_k(t_0, \Delta t)$, причем $-i\Delta t \mathbf{H}_k$ является его главной линейной частью приращения.

Если гамильтониан \mathbf{H}_k установлен, то полное поведение k -го рассматриваемого кубита определяется с помощью решения уравнения Шрёдингера:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{U}_k(t_0, t) = -i \mathbf{H}_k \mathbf{U}_k(t_0, t).$$

Эта форма уравнения легко выводится из условий непрерывности и унитарности для рассматриваемого оператора эволюции. Очевидно, что данные гамильтонианы полностью определяют поведение EM-квантовой системы. Экспериментально наблюдаемыми являются величины, которые определяются этим оператором.

Используемая вероятностная модель квантовых представлений была подтверждена известными экспериментами [32].

Согласно одному из основных постулатов квантовой механики, каждой экспериментально наблюдаемой величине соответствует определенный эрмитов оператор в гильбертовом пространстве, причем собственные значения этого оператора являются ее измеряемыми величинами. Поскольку исследуемые системы являются нефизическими, в качестве экспериментальных результатов можно рассматривать биполярные константы $-I$ и I со следующей интерпретацией: $-I$ – если система не находится в данном кластере состояний; I – если система находится в данном кластере состояний.



Решение уравнения Шрёдингера имеет вид: $\mathbf{U}_k(t_0, t) = \mathbf{U}_k(t_0, 0)e^{-i\mathbf{H}_k t}$. Так как используемый гамильтониан является эрмитовым оператором, $\{\mathbf{H}_k\}_{k=0}^{M-1}$ должен определяться измеренными биполярными собственными значениями (-1 или 1). Начальные условия для решения уравнения могут быть представлены в любой удобной форме, поскольку начальный момент времени может быть расположен в любой точке оси времени.

В качестве решения уравнения Шрёдингера допустим хорошо известный оператор вращения, который использовался в работах [25–26, 33] для описания соответствующего поведения квантовой системы, а именно:

$$\mathbf{U}_k(t_0, t) = \mathbf{U}_k(t_0, 0) \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}.$$

Скорость эволюции различных кубитов может различаться. Однако все кубиты, работающие в одной и той же ЕМ-квантовой системе, должны эволюционировать в одном и том же масштабе времени. Поэтому для каждого кубита $|q_k(t)\rangle$ должен быть определен частотный параметр θ_k . В этом случае вышеприведенный оператор вращения принимает вид:

$$\mathbf{U}_k(t_0, 0) \begin{pmatrix} \cos(2\pi\theta_k t) & -\sin(2\pi\theta_k t) \\ \sin(2\pi\theta_k t) & \cos(2\pi\theta_k t) \end{pmatrix},$$

где t – общее время; θ_k – частота вращения кубита, которую необходимо определить. Эволюция, представленная таким образом, выражает скрытую периодичность нахождения в заданных кластерах состояний в течение периода наблюдения.

Идентификации параметров представлений кубитов и сопутствующие проблемы представлены в работах [25–26]. С помощью моделирования динамики марковской цепи в соответствии с вероятностями перехода состояний соответствующих матриц генерируются выборки траекторий прохождения кластеров состояний (или траекторий кластеров состояний) для каждого распознаваемого класса испытуемых. Эти выборки, а также выявленные параметры представлений кубитов используются для вычисления элементов матриц взаимных расстояний в определённой далее спектральной метрике.

Для каждой исследуемой ЕМ-квантовой системы в качестве соответствующего спектра анализируемого процесса рассматриваются как значения частоты $\{\theta_k^*\}_{k=0, \dots, M-1}$, так и наблюдаемые числа $\{F_k\}_{k=0, \dots, M-1}$ попадания в состояния $k = 0, \dots, M - 1$ в моменты времени $\{t_j\}_{j=1, 2, \dots, N}$, которые называются амплитудами $\{L_k\}_{k=0, \dots, M-1}$. Для выяснения поведения ЕМ-квантовой системы определяются скрытые периодичности нахождения в данных состояниях в течение периода наблюдения. Спектральная метрика [25–26] оказалась наиболее эффективной для сравнения спектров процессов для пары моделей поведения системы:

$$w_{uv} = M - Z_{uv} e^{-\beta \sum_{k=0}^{M-1} (L_{u,k} - L_{v,k})^2},$$

где u и v ($u, v = 1, \dots, Z$) – пара индексов сравниваемых моделей Z ; w_{uv} – расстояние между процессами u и v ; Z_{uv} – количество совпадающих частот $\{\theta_{u,k}^*\}_{k=0, \dots, M-1}$ и $\{\theta_{v,k}^*\}_{k=0, \dots, M-1}$ с одинаковыми индексами k для сравниваемых процессов u и v (частоты $\theta_{u,k}^*$ и $\theta_{v,k}^*$ с одинаковым индексом k считаются совпада-



ющими, если их разность меньше заданной общей точности $\Delta\theta$, то есть $|\theta_{u,k}^* - \theta_{v,k}^*| \leq \Delta\theta$; $L_{u,k}$ и $L_{v,k}$ – амплитуды k -го кубита для процессов u и v соответственно; $\beta \geq 0$ – определенный эмпирический коэффициент. Очевидно, что указанный экспоненциальный коэффициент принимает наибольшее значение, если $L_{u,k} = L_{v,k}$ для всех k , с расстоянием w_{uv} , принимающим наименьшее значение.

Для решения диагностической задачи для оцениваемого испытуемого, представленного определенной траекторией прохождения кластеров состояний, необходимо включить соответствующую исследуемую траекторию в выборку других допустимых траекторий. Используя вычисленную матрицу взаимных расстояний в качестве входных данных, многомерное шкалирование позволяет получить рассматриваемые траектории кластеров состояний (включая траекторию оцениваемого испытуемого) в виде точек в пространстве шкалирования заданной размерности. Основываясь на информации о принадлежности к заданным классификационным классам, дискриминантный анализ того или иного типа может выявить класс траектории оцениваемого испытуемого. Преимущества представленного подхода рассмотрены в работах [29, 33].

5. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Разработан метод построения адаптивной диагностической оценки с помощью идентифицируемых вероятностных марковских моделей, который обеспечивает построение индивидуальной траектории тестирования путём обоснованного выбора оптимальной последовательности предъявления заданий, повышая эффективность диагностической процедуры.
2. Значения параметров применяемых марковских процессов идентифицируются с использованием наблюдаемых и прогнозируемых гистограмм, описывающих распределения частот пребывания в состояниях модели. Идентификация проводится отдельно для каждого из рассматриваемых диагностических уровней.
3. Принадлежность к различным диагностическим уровням определяется с помощью байесовских оценок.
4. Особенности применяемого адаптивного подхода являются: выявление и использование при построении расчётных оценок временной динамики изменения способности справляться с заданиями; возможность учёта при построении расчётных оценок времени, затрачиваемого на выполнение заданий; меньшее по сравнению с другими подходами число заданий, которое следует предъявлять, – что обеспечивает представленному подходу преимущества перед аналогами.
5. Разработан подход к решению задач диагностики путем свертки прикладных марковских моделей в квантовые представления. Эти представления подразумевают: запутывание путем измерения, количественную оценку соответствия между замкнутой системой кубитов и наблюдениями для определения параметров кубитов, а также специализированную спектральную метрику для сравнения марковских траекторий кластеров состояний.
6. Очевидным преимуществом представленного подхода является то, что число кубитов определяется числом кластеров и поэтому в несколько раз меньше числа состояний в исходном марковском процессе. Благодаря этому при формировании диагностического решения используется только существенная информация.



7. Преобразование марковских моделей в квантовые представления позволяет выявить структуру исследуемых процессов с помощью квантового спектрального анализа. Результаты этого анализа, подобно анализу функций с помощью преобразования Фурье, выражают внутреннюю структуру случайного наблюдаемого процесса в частотной области. Они, в свою очередь, могут быть использованы для последующего углублённого анализа поведения квантовой системы. Накопленный эмпирический опыт показывает, что такой подход существенно увеличивает количество полезной и значимой информации о поведении исследуемой системы по сравнению с марковскими процессами.

Литература

1. *Куравский Л.С., Юрьев Г.А.* Адаптивное тестирование как марковский процесс: модели и их идентификация. – *Нейрокомпьютеры: разработка и применение*. №2. 2011. С. 21–29.
2. *Куравский Л.С., Юрьев Г.А.* Вероятностный метод фильтрации артефактов при адаптивном тестировании. – *Экспериментальная психология*, т.5, №. 1. 2012. С. 119–131.
3. *Куравский Л.С., Юрьев Г.А.* Об одном подходе к адаптивному тестированию и устранению его артефактов. // *Нейрокомпьютеры: разработка и применение*. №1. 2012.
4. *Куравский Л.С., Артеменков С.Л., Юрьев Г.А., Григоренко Е.Л.* Новый подход к компьютеризованному адаптивному тестированию // *Экспериментальная психология*. 2017. Т. 10. №. 3. С. 33–45. doi:10.17759/exppsy.2017100303
5. *G.G. Amosov.* On Markovian Cocycle Perturbations in Classical and Quantum Probability. *Int. J. Math. & Math. Sci.*, 2003 (54), 3443–3467 (2003).
6. *G.G. Amosov.* On Markovian Perturbations of the Group of Unitary Operators Associated with a Stochastic Process with Stationary Increments. *Theory Prob. & its Applications*, 49 (1), 123–132 (2005).
7. *L.S. Kuravsky et al.* Markovian Models in Diagnostics and Forecasting Problems: Textbook (Moscow State Univ. Psych. Educ., Moscow, 2017) [in Russian].
8. *L.S. Kuravsky, A.A. Margolis, P.A. Marmalyuk, A.S. Panfilova, G.A. Yuryev, P.N. Dumin.* A Probabilistic Model of Adaptive Training. *Applied Math. Sciences*, 10 (48), 2369–2380 (2016).
9. *L.S. Kuravsky, S.L. Artemenkov, G.A. Yuryev, E.L. Grigorenko.* A New Approach to Computerized Adaptive Testing. *Exp. Psychology*, 10 (3), 33–45 (2017).
10. *L.S. Kuravsky, S.N. Baranov and G.A. Yuryev.* Synthesis and Identification of Hidden Markov Models Based on a Novel Statistical Technique in Condition Monitoring. In: *Proc. 7th Int. Conf. on Condition Monitoring & Machinery Failure Prevention Technologies (Stratford-upon-Avon, England, 2010)*.
11. *L.S. Kuravsky.* Discriminant analysis based on the approaches of quantum computing. *Lobachevskii J. Math.* 41 (12), 2338–2344 (2020).
12. *L.S. Kuravsky.* Modeling Dynamical Behavior of Stochastic Systems: Spectral Analysis of Qubit Representations vs the Mutual Markovian Model Likelihood Estimations. *Lobachevskii J. Math.*, 42 (10), 2364–2376 (2021).
13. *Марковские модели в задачах диагностики и прогнозирования: Учеб. пособие / Под ред. Л.С. Куравского.* – 2-е изд., доп. – М.: Изд-во МГППУ, 2017. – 197 с.
14. *Овчаров Л. А.* Прикладные задачи теории массового обслуживания. – М.: Машиностроение, 1969. – 324 с.
15. *Kuravsky L.S., Dumin P.N. and Yuryev G.A.* Adaptive Aircraft Crew Training Based on Accumulated Empirical Experience. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*, 12(1), 2021, pp. 256–264. <http://www.iaeme.com/IJARET/issues.asp?JType=IJARET&VTtype=12&IType=1>.



16. Kuravsky L.S., Greshnikov I.I. Optimizing the mutual arrangement of pilot indicators on an aircraft dashboard and analysis of this procedure from the viewpoint of quantum representations. – Journal of Applied Engineering Science, doi:10.5937/jaes0-31855.
17. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A. and Dumin P.N. A Numerical Technique for the Identification of Discrete-State Continuous-Time Markov Models – Applied Mathematical Sciences. Vol. 9, 2015, No. 8, pp. 379–391. URL: <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2015.410882>.
18. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Belyaeva O.B. and Prokopiyeva O.Yu. Mathematical Foundations of Flight Crew Diagnostics Based on Videoculography Data. – Applied Mathematical Sciences, Vol. 10, 2016, no. 30, 1449–1466, <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.6122>.
19. Kuravsky L.S., Yuriev G.A., Dumin P.N. Estimating the Influence of Human Factor on the Activity of Operators of Complex Technical Systems in Civil Engineering with the Aid of Adaptive Diagnostics, International Journal of Civil Engineering and Technology, 10(2), 2019, pp. 1930–1941. <http://www.iaeme.com/IJCIET/issues.asp?JType=IJCIET&VType=10&IType=02>.
20. Kuravsky L.S., Yuryev G.A. Detecting Abnormal Activities of Operators of Complex Technical Systems and their Causes Basing on Wavelet Representations, International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET) 10(2), 2019, pp. 724–742. <http://www.iaeme.com/IJCIET/issues.asp?JType=IJCIET&VType=10&IType=2>.
21. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I. New approaches for assessing the activities of operators of complex technical systems. Eksperimental'naya psikhologiya = Experimental psychology (Russia), 2019, vol. 12, no. 4, pp. 27–49. doi:10.17759/exppsy.2019120403.
22. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I., Greshnikov I.I., Polyakov B.Y. Assessing the Aircraft Crew Activity Basing on Video Oculography Data. Eksperimental'naya psikhologiya = Experimental Psychology (Russia), 2021. Vol. 14, no. 1, pp. 204–222. DOI: <https://doi.org/10.17759/exppsy.2021140110>
23. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I., Yuryeva N.E. Assessing the Aircraft Crew Actions with the Aid of a Human Factor Risk Model. Eksperimental'naya psikhologiya = Experimental Psychology (Russia), 2020. Vol. 13, no. 2, pp. 153–181. DOI: <https://doi.org/10.17759/exppsy.2020130211>.
24. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I., Yuryeva N.E., Mikhaylov A.Y. Evaluating the Contribution of Human Factor to Performance Characteristics of Complex Technical Systems. – Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis, 2020. Vol. 10, no. 1, pp. 7–34. DOI: 10.17759/mda.2020100101.
25. L.S. Kuravsky. Modeling Dynamical Behavior of Stochastic Systems: Spectral Analysis of Qubit Representations vs the Mutual Markovian Model Likelihood Estimations. Lobachevskii J. Math., 42 (10), 2364–2376 (2021).
26. L.S. Kuravsky. Simplification of Solving Diagnostics Problems by Convolution of Applied Markovian Models into the Quantum Representations. Lobachevskii J. Math., 43 (7), 1669–1682 (2022).
27. Borg and P.J.F. Groenen. Modern Multidimensional Scaling Theory and Applications (Springer, New York, 2005).
28. D.F. Morrison. Multivariate Statistical Methods, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York, 1976).
29. E. Lloyd. Handbook of Applicable Mathematics, Vol. 6: Statistics, Ed. by W. Ledermann (Wiley, Hoboken, 1984).
30. T.F. Cox and M.A.A. Cox. Multidimensional Scaling, 2nd ed. (Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 2001).
31. J. von Neumann. Mathematical Foundations of Quantum Mechanics (Princeton Univ. Press, Princeton, 1955).
32. S. Holevo. Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory, 2nd ed. (Edizioni della Normale, Pisa, 2011).
33. L.S. Kuravsky. Discriminant analysis based on the approaches of quantum computing. Lobachevskii J. Math. 41 (12), 2338–2344 (2020).



Adaptive Technology of Psychological Diagnostics Based on the Markovian and Quantum Representations of the Task Performing Process

Lev S. Kuravsky*

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3375-8446>
e-mail: l.s.kuravsky@gmail.com

Grigory A. Yuryev**

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2960-6562>
e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

Nataliya E. Yuryeva***

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1419-876X>
e-mail: yurieva.ne@gmail.com

Sergey S. Isakov****

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>
e-mail: isakovss@mgppu.ru

Alexandra O. Nesimova*****

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8394-7376>
e-mail: sasha.n2230@gmail.com

Ivan A. Nikolaev*****

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7715-5575>
e-mail: stripeddog@yandex.ru

A method for constructing adaptive diagnostic assessments using identifiable probabilistic Markovian models is presented, which provides individual test trajectories of subjects by reasonably choosing the optimal sequence of presenting tasks. The features of the applied adaptive approach are: identification and use in the construction of calculated estimates of the time dynamics of changes in the ability to cope with tasks; the possibility of taking into account the time spent on completing tasks; the number of tasks that should be submitted is smaller in comparison with other approaches, which provides the presented approach with advantages over analogues. A new approach to solving diagnostic problems by convolving applied Markovian models into quantum representations is considered, which makes it possible to identify the structure of the task execution process using quantum spectral analysis and use only essential information when forming a diagnostic solution, increasing the reliability of the results.

Keywords: Markovian models, quantum representations, psychological diagnostics, adaptive testing.



Funding. The work is carried out within the framework of the state task of the Ministry of Education of the Russian Federation No. 073–00110–22–06 dated 12.12.2022.

For citation:

Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Yuryeva N.E., Isakov S.S., Nesimova A.O., Nikolaev I.A. Adaptive Technology of Psychological Diagnostics Based on the Markovian and Quantum Representations of the Task Performing Process. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 36–55. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120403> (In Russ., abstr. in Engl.).

***Lev S. Kuravsky**, Doctor of Engineering, Professor, Dean of the Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3375-8446>, e-mail: ls.kuravsky@gmail.com

****Grigory A. Yuryev**, PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of Department of the Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2960-6562>, e-mail: g.a.yuryev@gmail.com

*****Nataliya E. Yuryeva**, PhD in Engineering, Research Fellow, Information Technology Center for Psychological Studies of the Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1419-876X>, e-mail: yurieva.ne@gmail.com

******Sergey S. Isakov**, Lecturer, Postgraduate Student of the Computer Science Faculty, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>, e-mail: isakovss@mgppu.ru

*******Alexandra O. Nesimova**, Student, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8394-7376>, e-mail: sasha.n2230@gmail.com

*******Ivan A. Nikolaev**, Student, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russian Federation, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7715-5575>, e-mail: stripeddogg@yandex.ru

References

1. Kuravskii L.S., Yur'ev G.A. Adaptivnoe testirovanie kak markovskii protsess: modeli i ikh identifikatsiya. – *Neirokomp'yutery: razrabotka i primeneniye*, №2, 2011, pp. 21–29.
2. Kuravskii L.S., Yur'ev G.A. Veroyatnostnyi metod fil'tratsii artefaktov pri adaptivnom testirovanii. – *Ekspierimental'naya psikhologiya*, t.5, No.1, 2012, pp. 119–131.
3. Kuravskii L.S., Yur'ev G.A. Ob odnom podkhode k adaptivnomu testirovaniyu i ustraneniyu ego artefaktov. // *Neirokomp'yutery: razrabotka i primeneniye*, №1, 2012.
4. Kuravskii L.S., Artemenkov S.L., Yur'ev G.A., Grigorenko E.L. Novyi podkhod k komp'yuterizirovannomu adaptivnomu testirovaniyu. *Ekspierimental'naya psikhologiya= Experimental Psychology (Russia)*. 2017. T. 10. №. 3. pp. 33–45. doi:10.17759/exppsy.2017100303
5. G.G. Amosov. On Markovian Cocycle Perturbations in Classical and Quantum Probability. *Int. J. Math. & Math. Sci.*, 2003 (54), 3443–3467 (2003).
6. G.G. Amosov. On Markovian Perturbations of the Group of Unitary Operators Associated with a Stochastic Process with Stationary Increments. *Theory Prob. & its Applications*, 49 (1), 123–132 (2005).
7. L.S. Kuravsky et al. *Markovian Models in Diagnostics and Forecasting Problems: Textbook* (Moscow State Univ. Psych. Educ., Moscow, 2017) [in Russian].
8. L.S. Kuravsky, A.A. Margolis, P.A. Marmalyuk, A.S. Panfilova, G.A. Yuryev, P.N. Dumin. A Probabilistic Model of Adaptive Training. *Applied Math. Sciences*, 10 (48), 2369–2380 (2016).



9. L.S. Kuravsky, S.L. Artemenkov, G.A. Yuryev, E.L. Grigorenko. A New Approach to Computerized Adaptive Testing. *Exp. Psychology*, 10 (3), 33–45 (2017).
10. L.S. Kuravsky, S.N. Baranov and G.A. Yuryev. Synthesis and Identification of Hidden Markov Models Based on a Novel Statistical Technique in Condition Monitoring. In: Proc. 7th Int. Conf. on Condition Monitoring & Machinery Failure Prevention Technologies (Stratford-upon-Avon, England, 2010).
11. L.S. Kuravsky. Discriminant analysis based on the approaches of quantum computing. *Lobachevskii J. Math.* 41 (12), 2338–2344 (2020).
12. L.S. Kuravsky. Modeling Dynamical Behavior of Stochastic Systems: Spectral Analysis of Qubit Representations vs the Mutual Markovian Model Likelihood Estimations. *Lobachevskii J. Math.*, 42 (10), 2364–2376 (2021).
13. Марковские модели в задачах диагностики и прогнозирования: Учеб. пособие / Под ред. Л.С. Куравского. – 2-е изд., доп. – М.: Изд-во МГППУ, 2017. – 197 с.
14. Ovcharov L.A. *Prikladnye zadachi teorii massovogo obsluzhivaniya*. – М.: Mashinostroenie, 1969. – 324 p.
15. Kuravsky L.S., Dumin P.N. and Yuryev G.A. Adaptive Aircraft Crew Training Based on Accumulated Empirical Experience. *International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology*, 12(1), 2021, pp. 256–264. <http://www.iaeme.com/IJARET/issues.asp?JType=IJARET&VType=12&IType=1>.
16. Kuravsky L.S., Greshnikov I.I. Optimizing the mutual arrangement of pilot indicators on an aircraft dashboard and analysis of this procedure from the viewpoint of quantum representations. – *Journal of Applied Engineering Science*, doi:10.5937/jaes0-31855.
17. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A. and Dumin P.N. A Numerical Technique for the Identification of Discrete-State Continuous-Time Markov Models - *Applied Mathematical Sciences*. Vol. 9, 2015, No. 8, pp. 379–391. URL: <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2015.410882>.
18. Kuravsky L.S., Marmalyuk P.A., Yuryev G.A., Belyaeva O.B. and Prokopieva O.Yu. Mathematical Foundations of Flight Crew Diagnostics Based on Videoculography Data. – *Applied Mathematical Sciences*, Vol. 10, 2016, no. 30, 1449–1466, <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.6122>.
19. Kuravsky L.S., Yuriev G.A., Dumin P.N. Estimating the Influence of Human Factor on the Activity of Operators of Complex Technical Systems in Civil Engineering with the Aid of Adaptive Diagnostics, *International Journal of Civil Engineering and Technology*, 10(2), 2019, pp. 1930–1941. <http://www.iaeme.com/IJCIET/issues.asp?JType=IJCIET&VType=10&IType=02>.
20. Kuravsky L.S., Yuryev G.A. Detecting Abnormal Activities of Operators of Complex Technical Systems and their Causes Basing on Wavelet Representations, *International Journal of Civil Engineering and Technology (IJCIET)* 10(2), 2019, pp. 724–742. <http://www.iaeme.com/IJCIET/issues.asp?JType=IJCIET&VType=10&IType=2>.
21. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I. New approaches for assessing the activities of operators of complex technical systems. *Ekspperimental'naya psikhologiya = Experimental psychology (Russia)*, 2019, vol. 12, no. 4, pp. 27–49. doi:10.17759/expsy.2019120403.
22. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I., Greshnikov I.I., Polyakov B.Y. Assessing the Aircraft Crew Activity Basing on Video Oculography Data. *Ekspperimental'naya psikhologiya = Experimental Psychology (Russia)*, 2021. Vol. 14, no. 1, pp. 204–222. DOI: <https://doi.org/10.17759/expsy.2021140110>
23. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I., Yuryeva N.E. Assessing the Aircraft Crew Actions with the Aid of a Human Factor Risk Model. *Ekspperimental'naya psikhologiya = Experimental Psychology (Russia)*, 2020. Vol. 13, no. 2, pp. 153–181. DOI: <https://doi.org/10.17759/expsy.2020130211>.
24. Kuravsky L.S., Yuryev G.A., Zlatomrezhev V.I., Yuryeva N.E., Mikhaylov A.Y. Evaluating the Contribution of Human Factor to Performance Characteristics of Complex Technical Systems. – *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2020. Vol. 10, no. 1, pp. 7–34. DOI: 10.17759/mda.2020100101.



25. L.S. Kuravsky. Modeling Dynamical Behavior of Stochastic Systems: Spectral Analysis of Qubit Representations vs the Mutual Markovian Model Likelihood Estimations. *Lobachevskii J. Math.*, 42 (10), 2364–2376 (2021).
26. L.S. Kuravsky. Simplification of Solving Diagnostics Problems by Convolution of Applied Markovian Models into the Quantum Representations. *Lobachevskii J. Math.*, 43 (7), 1669–1682 (2022).
27. Borg and P.J.F. Groenen. *Modern Multidimensional Scaling Theory and Applications* (Springer, New York, 2005).
28. D.F. Morrison. *Multivariate Statistical Methods*, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York, 1976).
29. E. Lloyd. *Handbook of Applicable Mathematics*, Vol. 6: Statistics, Ed. by W. Ledermann (Wiley, Hoboken, 1984).
30. T.F. Cox and M.A.A. Cox. *Multidimensional Scaling*, 2nd ed. (Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, 2001).
31. J. von Neumann. *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* (Princeton Univ. Press, Princeton, 1955).
32. S. Holevo. *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory*, 2nd ed. (Edizioni della Normale, Pisa, 2011).
33. L.S. Kuravsky. Discriminant analysis based on the approaches of quantum computing. *Lobachevskii J. Math.* 41 (12), 2338–2344 (2020).

Получена 15.12.2022
Принята в печать 19.12.2022

Received 15.12.2022
Accepted 19.12.2022

◆◆◆◆◆ КОМПЛЕКСЫ ПРОГРАММ ◆◆◆◆◆

УДК 004.054

Тестирующая система на основе модели интеллекта Д. Векслера для детей

Тарасов С.Б.*

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9220-7580>
e-mail: tserg2005@mail.ru

В статье описывается разработка тестирующей системы для детей дошкольного и младшего школьного возраста при определении интеллекта и выявления патологии в раннем возрасте. Основное внимание при разработке тестирующей системы было уделено созданию удобного интерфейса, позволяющего проходить тестирование детям. Разработанная система может иметь широкое применение благодаря своей простоте, возможностям онлайн тестирования и централизованной обработки результатов.

Ключевые слова: тестирующая система, база данных, модель интеллекта Д. Векслера, дети.

Для цитаты:

Тарасов С.Б. Тестирующая система на основе модели интеллекта Д. Векслера для детей // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 56–66. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120404>

1. ВВЕДЕНИЕ

Разработка автоматизированной тестирующей системы для детей дошкольного и младшего школьного возраста до сих пор остается актуальной задачей при определении интеллекта и выявления патологии в раннем возрасте. В отличие от теста Векслера для взрослых, методика проведения теста для детей должна учитывать особенности детской психологии и уровень подготовки испытуемых.

К сожалению, большого опыта работы с этой категорией пользователей нет.

**Тарасов Сергей Борисович*, кандидат технических наук, доцент кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9220-7580>, e-mail: tserg2005@mail.ru



Хотя методика WPPSI (Wechsler Preschool and Primary Scale of Intelligence) предназначенная для изучения интеллектуальных способностей детей дошкольного возраста (5–6,5 лет) появилась сравнительно давно, широкого распространения она не получила. При проведении тестирования автоматизация используется только для расчетов полученных результатов тестирования. Само тестирование проводится вручную с привлечением квалифицированных психологов – специалистов в области детской клинической психологии, что затрудняет широкое внедрение тестирования.

Основное внимание при разработке тестирующей системы было уделено созданию удобного интерфейса, позволяющего проходить тестирование детям.

2. СТРУКТУРА МЕТОДИКИ

Структура методики WPPSI состоит из субтестов, которые измеряют разные психические процессы, а в сумме дают IQ – коэффициент интеллектуального развития ребенка.

WPPSI делится на группу вербальных и невербальных субтестов. Всего в этой версии имеется 8 субтестов: 4 вербальных и 4 невербальных.

Вербальные	Невербальные
Осведомлённость	Складывание фигур
Понимание	Кубики Кооса
Сходство	Лабиринты
Запоминание	Недостающие детали

Стандартные правила по проведению диагностики должны соблюдаться при компьютерном тестировании также как и при обычном тестировании.

К ним относятся: отсутствие выставления оценок в присутствии ребенка, поощрение ответов, кроме явно отрицательных, а в случае неверных ответов переключаться на выполнение другого субтеста.

Если ребенок дает два непротиворечивых ответа, но разного качества, следует оценивать ответ по лучшему из них.

Время проведения тестирования можно регулировать, имея возможность при необходимости сделать перерыв.

Эти правила должны также соблюдаться при проведении компьютерного тестирования.

Следует учесть, что тестирование проводится среди детей, которые могут ещё плохо читать, писать. Нужно сделать так, чтобы взаимодействие с системой было крайне удобным.

Известно, что дети активно используют устройства ввода, такие как мышь и клавиатура. На экране, по возможности, следует сократить текстовые сообщения,



заменяв их графическими рисунками и звуковыми сообщениями. На основании рекомендаций по проведению теста Векслера число заданий может быть сокращено. Это связано с тем, что компьютерное тестирование для детей является дополнительной нагрузкой.

Рассмотрим субтесты вербальной шкалы:

1. **Осведомлённость** включает в себя 29 вопросов, которые необходимы для проверки наличия базовых знаний. Правильный ответ оценивается в 1 балл. Неправильный ответ оценивается в 0 баллов. Прекращение тестирования происходит при 5 отрицательных ответах подряд;
2. **Понимание** состоит из 14 вопросов, направленных на проверку правильности понимания испытуемых различных выражений. Тестирование прекращается при трех неудачах подряд. В зависимости от ответов начисляется 0, 1 или 2 балла. 2 балла начисляются, если испытуемый проявляет собственную активность, т.е. сам принимает решение или пытается сам исправить предложенную ситуацию и 1 балл начисляется, если испытуемый предлагает исправить положение кому-нибудь другому или обращается за помощью к старшим;
3. **Сходство** - направлен на выявление способностей к логическому обобщению и измерение степени развития этих способностей. Нахождение сходства включает в себя 13 заданий. Необходимо определить общую категорию для предложенных объектов, выяснить их схожие качества. В зависимости от ответов начисляется 0, 1 или 2 балла.

Пример вопроса: *Лимоны кислые, а сахар . При ответе *сладкий* начисляется один балл. При проведении компьютерного тестирования возможен вывод нескольких озвученных ответов и выбор правильного ответа. Такой вариант следует использовать для детей, которые еще не научились читать и писать.*

4. **Запоминание** состоит из двух частей. Первая содержит несколько рядов, состоящие от 3 до 9 чисел. Испытуемый должен запомнить и воспроизвести после прослушивания. Вторая часть состоит из рядов, содержащих от 2 до 8 чисел. Испытуемый должен воспроизвести числа в обратном порядке. Начисление баллов растет по мере увеличения ряда чисел. Числа озвучиваются. Воспроизведение выполняется с помощью клавиатуры.

Анализ вербальных субтестов показал, что диалог с пользователем включает определенный ряд стандартных действий, которые могут быть реализованы с помощью конструктора тестов. Уже накоплен определенный опыт по созданию конструктора тестов. Одна из разработок была описана в статье «Тестирующая система с использованием конструктора тестов»¹. Для разрабатываемого конструктора тестов добавлены дополнительные возможности: озвучивание текста, секундомер, как для выполнения всего теста, так и для отдельных заданий. Была включена возможность завершения тестирования в случае определенного числа неверных ответов.

¹ С.Б. Тарасов, Ю.С. Павлюткин. «Тестирующая система с использованием конструктора тестов», сборник «Моделирование и анализ данных» № 1 2015.

Невербальная шкала, или «шкала действий» состоит из 4 субтестов.

1. **Складывание фигур** – может включать одно или 2 задания. Необходимо собрать фигуру хорошо знакомого предмета из отдельных деталей (фигуры «человек», «лошадь»). Диагностируется способность к синтезу целого из деталей. Оценка зависит от времени и правильности сборки.

Реализация рассчитана на использование мыши. Деталь захватывается левой кнопкой мыши и перемещается. Перемещение возможно в любом направлении, но не допускается накладка деталей и изменение размеров. Для правильной сборки используется поворот детали. Поворот выполняется путем вращения мыши при нажатой правой кнопке. Если детали соединяются правильно, то их границы выделяются абрисом. При завершении сборки выдаётся сообщение: «**Фигура собрана**».

На рисунке 1 изображена фигура лошади. Требуется собрать такую же фигуру из 6 частей.

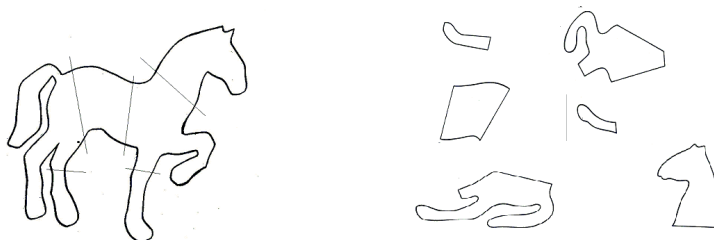


Рис. 1. Пример задания.

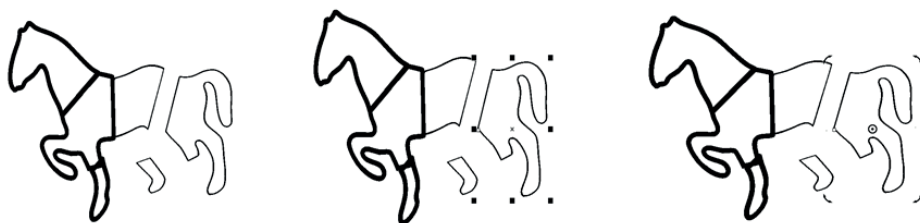


Рис. 2. Выделение правильно выполненного задания.

В процессе сборки правильно собранные части выделяются абрисом (рис. 2 слева). Для сборки отдельных частей требуется выделить нужную часть фигуры. Появляются размерные точки. Перемещение можно выполнять при нажатой левой кнопке мыши в направлениях влево-вправо и вверх-вниз (рис. 2 в центре). Возможен поворот части фигуры. Для этого следует нажать правую кнопку мыши. Появившаяся круговая стрелка указывает на то, что поворот фигуры разрешен (рис. 2 правая часть).

Если во время сборки фигуры ребенок испытывает трудности, то присутствующий психолог должен оказать помощь.



2. **Кубики Кооса – субтест** может включать от одного до нескольких заданий. Испытуемому необходимо собрать картинку по образку из имеющегося набора. Результат оценивается по скорости и правильности сборки. Правильность сборки контролируется путем сравнения собранной фигуры с эталоном. Тест используется для диагностирования наглядно-действенного интеллекта детей, оценки двигательной координации.

Реализация данного теста на компьютере также рассчитана на использование мыши. После выделения нужного элемента (рис 3), его можно перетащить в область сборки (рис 4). Если фигура собрана правильно, то осуществляется переход к следующему заданию. Допускается две попытки, после чего также осуществляется переход к новому заданию, а само задание считается невыполненным (оценка 0 баллов).



Рис. 3.

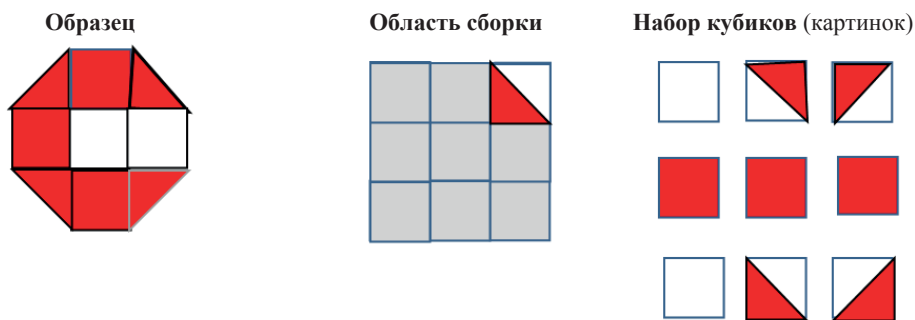


Рис. 4. Область сборки.

3. **Лабиринт – субтест** может включать от одного до нескольких заданий. Испытуемому необходимо пройти по лабиринту от входа до конечной точки. Проходить через стены лабиринта нельзя. Тестирующая система этого сделать не позволяет. Следует избегать тупиков. Результат оценивается по скорости выполнения задания. С помощью этого субтеста выявляются аналитические способности ребенка; его умение удерживать свои действия в рамках указанных ограничений, меру устойчивости внимания.

Реализация данного теста представлена на рисунке 5.

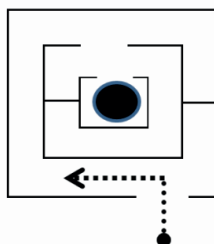


Рис. 5. Тест лабиринт.



Прохождение лабиринта осуществляется путем перемещения мыши при нажатой левой кнопке. Пройденный путь отображается пунктирной линией. Завершением пути считается достижение круга. После этого можно отпустить кнопку мыши. Во время прохождения лабиринта отпускать мышь нельзя. Иначе прохождение лабиринта придется выполнить повторно. Таким образом, осуществляется имитация прохождения лабиринта для традиционного бумажного теста, когда карандаш нельзя отрывать до конца маршрута.

4. **Недостающие детали** – суть субтеста состоит в том, что испытуемому демонстрируется несколько карточек и за ограниченное время испытуемый должен определить отсутствующие детали на каждой картинке.

Так как ребенок может еще не знать название недостающей детали, при компьютерной реализации было предложено с помощью мыши выбирать область с недостающей деталью. Например, на картинке с расческой, выбрать место, где отсутствуют зубцы. Чтобы исключить угадывание, количество попыток сокращено до трех. Результат появляется на экране и дополнительно озвучен.

Предложенный диалог взаимодействия с системой упрощен. Однако, несмотря на простой диалог, дети должны иметь определенные навыки работы с системой. Поэтому необходимо перед тестированием, провести пробное занятие для освоения работы с тестирующей системой.

3. ЭТАПЫ РАЗРАБОТКИ ТЕСТИРУЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

По результатам анализа основных режимов работы тестирующей системы было выполнено ее проектирование. Для проектирования использовалась методология IDEF0 включенная в пакет функционального моделирования BPWIN. На рисунке 6 представлен верхний уровень IDEF0 диаграммы.



Рис. 6. Верхний уровень IDEF0 диаграммы.



На диаграмме показаны ресурсы необходимые для функционирования тестирующей системы. На вход поступают вопросы и ответы теста, тип тестирования. Тип тестирования, количество вопросов и ответов теста задаётся на этапе создания теста. Управляющими данными будут являться тестирующая система и права доступа. Механизмы поступают снизу. Ими являются пользователь и психолог – преподаватель. У каждого свои права доступа. Поэтому функции между ними разделяются. На выходе получаем результаты тестирования.

На рисунке 7 показан подуровень основной диаграммы, описывающий функциональность всей системы.

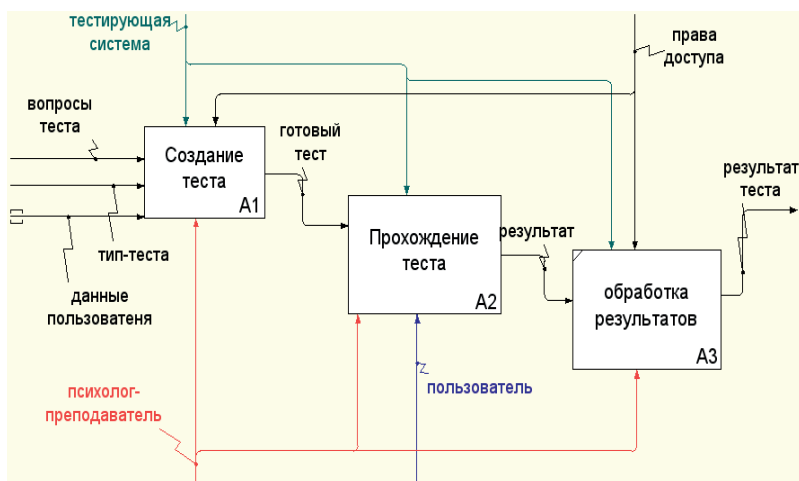


Рис. 7. Функциональность системы.

На данной схеме представлено функционирование тестирующей системы. Основными этапами являются создание, прохождение тестирования и обработка результатов. Так как права пользователей разделены, то не каждому доступен тот или иной этап. Для испытуемого появляется возможность проходить тестирование, а для психолога доступны все функции, а именно: составление теста, контроль за прохождением тестирования и получения результатов.

Для хранения информации выполнено проектирование базы данных. На рисунке 8 изображена информационная модель базы данных.

На схеме представлены таблицы, содержащие информацию по пользователям, тестам и результатам тестирований.

Таблица «Users» хранит данные о пользователях: уникальный номер (ID_users), имя, фамилия, пол, возраст, дата прохождения теста.

Таблица «Tests» хранит данные о тестах: уникальный номер теста и пользователя, количество вопросов и ответов, название тестов, сумма ответов на тесты.

Таблица «Sum_ball_users» хранит данные о результатах прохождения тестирования: номер пользователя, балл, дата, результат.

Таблица «Perevod_ball_users» хранит данные о номере теста, дате, балл за тесты.

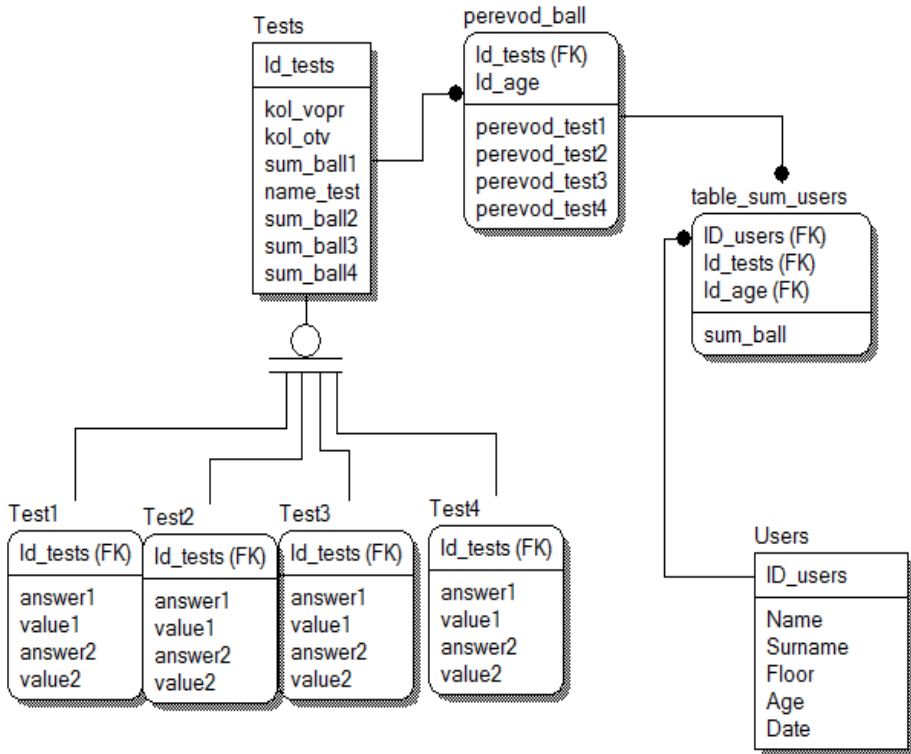


Рис. 8. Информационная модель базы данных.

Для хранения данных была использована СУБД MySQL.

Администрирование и добавление материалов в тестирующую систему построено с помощью CMS Joomla, которая позволяет достаточно просто добавлять и редактировать различные материалы.

Для формирования тестов широко использовался язык Javascript. Обычно этот язык используется для программного доступа к объектам приложений. Также он придает интерактивность веб-страницам, что необходимо для реализации данной тестирующей системы.

Теперь рассмотрим интерфейс Web-сайта с тестом.

Для начала требуется ввести параметры испытуемого: имя, фамилия, пол, возраст (рис. 9). Тест не начнётся пока все поля в анкете не будут заполнены. Этот этап выполняется под контролем психолога.

На рисунке 10 представлен первый тест на осведомленность. Тест представляет собой вопрос и 4 варианта

Имя:
Имя

Пожалуйста, заполните это поле.

Пол:
 Мальчик
 Девочка

Сколько полных лет:
лет

Сколько полных месяцев:
месяцев

Начать

Рис. 9. Параметры испытуемого.



1) Сколько у тебя ушей?
 3 2 1 0

2) Сколько пальцев на руке?
 5 4 1 2

3) Сколько ног у собаки?
 5 4 1 2

4) От какого животного мы получаем молоко?
 корова змея цапля

5) Что нужно сделать, чтобы вода закипела?
 налить нагреть выпить

6) В каком магазине продают сахар?
 в мясном в продовольственном в рыбном

7) Сколько копеек в пятаке?
 1 2 3 4 5

8) Сколько дней в неделе?
 5 7 3 6

Рис. 10. Тест на осведомленность.

ответа, ребёнку нужно выбрать из предложенных вариантов один верный ответ. Если ребенок еще плохо читает, то вопрос может быть озвучен. Для этого требуется подвести курсор мыши к тексту вопроса. Ответы также могут быть озвучены при подведении курсора в место выбора ответа.

После ответа по первому тесту выполняется следующий тест.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Работоспособность системы была проверена на данных взятых из публикаций. Определение IQ выполнено с помощью разработанной системы. Хотя при использовании этой системы все равно требуется присутствие педагога или сотрудника с педагогическим образованием, количество детей участвующих в компьютерном тестировании может больше, чем при традиционном тестировании.

В работе представлен вариант реализации системы для детей, что весьма актуально, так как именно в детском возрасте следует своевременно диагностировать возможные отклонения в развитии и их корректировку.

Разработанная система может иметь широкое применение благодаря своей простоте, возможностям онлайн тестирования и централизованной обработки результатов. Данное направление следует развивать в тесном взаимодействии с практикующимися психологами



Литература

1. *Хазиева Т.* Тест Векслера (детский вариант). Исследование интеллекта (с 5 до 16 лет) [Электронный ресурс] Социальная сеть работников образования – 2012.
2. *Морозова М.* Тест Векслера [Электронный ресурс] 2016.
3. *Никсон Р.* Создание динамические веб-сайты с помощью PHP, MySQL, JavaScript, css и HTML5. 3-е изд. – СПб. Питер, 2015. – 688 с.
4. *Мишель Е., Филипс Дж.* Изучаем PHP и MySQL. – 2-е изд. Санкт-Петербург, 2008. – 442 с.



Testing System Based on D. Wexler's Intelligence Model for Children

Sergey B. Tarasov*

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9220-7580>

e-mail: tserg2005@mail.ru

The article describes the development of a testing system for preschool and primary school children in determining intelligence and detecting pathology at an early age. The main attention in the development of the testing system was paid to the creation of a user-friendly interface that allows children to be tested. The developed system can be widely used due to its simplicity, online testing capabilities and centralized processing of results.

Keywords: testing system, database, D. Wexler's model of intelligence, children.

For citation:

Tarasov S.B Testing System Based on D. Wexler's Intelligence Model for Children. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 56–66.

DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120404> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Khazieva T. Test Vekslera (detskii variant). Issledovanie intellekta (s 5 do 16 let) [Elektronnyi resurs] Sotsial'naya set' rabotnikov obrazovaniya – 2012.
2. Morozova M. Test Vekslera [Elektronnyi resurs] 2016.
3. Nikson R. Sozdanie dinamicheskie veb-saity s pomoshch'yu PHP, MySQL, JavaScript, css i HTML5.3-e izd. – SPb. Piter, 2015. – 688 p.
4. Mishel' E., Filips Dzh. Izuchaem PHP i MySQL. – 2-e izd. Sankt-Peterburg, 2008–442 p.

***Sergey B. Tarasov**, Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies of the Faculty of Information Technology, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9220-7580>, e-mail: tserg2005@mail.ru

◇◇◇◇◇ МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ ◇◇◇◇◇

УДК 372.851

Всестороннее рассмотрение математических понятий как методический приём

Куланин Е.Д.*

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>
e-mail: lucas03@mail.ru

Степанов М.Е.**

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>
e-mail: mestepanov@yandex.ru

Статья продолжает цикл ([1]–[4], [8]–[11]) методических разработок авторов. В ней обсуждаются некоторые проблемы, связанные с путями повышения культуры математического мышления студентов-математиков. Авторы опираются на опыт работы на факультете информационных технологий МГППУ.

Ключевые слова: высшее образование, методика преподавания математики, аналитическая геометрия, аффинная геометрия, кривые второго порядка, эллипс Штейнера, геометрические преобразования, экстремальные задачи.

Для цитаты:

Куланин Е.Д., Степанов М.Е. Всестороннее рассмотрение математических понятий как методический приём // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 67–84.
DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120405>

***Куланин Евгений Дмитриевич**, кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: lucas03@mail.ru

****Степанов Михаил Евграфович**, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: mestepanov@yandex.ru



1. ВВЕДЕНИЕ

На факультете информационных технологий МГППУ изучение математики проводится во многом по классической форме, выработанной отечественной высшей школой. Это касается, как набора изучаемых предметов, так и их содержания. Естественно, что каждый предмет имеет свою специфику и присущий только ему круг понятий. В то же время есть и понятия, которые являются центральными сразу для нескольких предметов. Например, понятие функции, так или иначе, рассматривается в теории множеств, математической логике, математическом анализе, комплексном анализе, теории дифференциальных уравнений, теории уравнений в частных производных, а также в других математических курсах, например, связанных с задачами оптимизации.

Преподаватель должен учитывать это обстоятельство и постоянно иметь в виду, что, преподавая свой предмет, он может дополнительно объяснить студентам, в чём состоит специфика именно изучаемого в данном предмете вида функций и в чём его отличие от других видов функций. Можно предположить, что подобные экскурсы в смежные математические курсы позволяют повышать культуру математического мышления студентов-математиков.

Очевидно, что пока речь шла только о благих пожеланиях без конкретных соображений о том, какие вопросы нужно затронуть преподавателю. Для эффективного использования подобного подхода нужна разработанная методика, направленная на установление внутренних связей между различными курсами математического цикла [1].

В советское время разработкой методик занимались и высшие учебные заведения, и специализированные научные учреждения. Конечно, это в первую очередь относилось к среднему образованию, но и высшее образование попадало на соответствующую орбиту. Этот, несомненно, положительный факт обеспечивал хорошую проработку методических материалов. Была в подобной работе и отрицательная сторона. Многие методики, направленные на изучение определённой темы, руководители образования делали обязательными для всех преподавателей. Конечно, такое принуждение являлось ошибочным. Любая методика должна рассматриваться как полезный инструмент обучения, но вопрос о её применении в тех или иных случаях должен решаться преподавателем. Именно на возможность использования их методических разработок надеются авторы статьи. Не исключено, что их разработки окажут помощь кому-нибудь из их коллег.

Естественно, что и кроме понятия функции имеется целая группа важных понятий, появляющихся в математических курсах повсеместно. Речь идёт о действительных числах, многочленах, линейных пространствах, геометрических преобразованиях и т.д. Все подобные объекты напрашиваются на их всестороннее рассмотрение с позиций различных математических дисциплин. Но есть возможность выбора в качестве центрального понятия и достаточно специфического объекта, который, если и появляется в учебных курсах, то всего лишь на их периферии. В данной статье авторы как раз рассматривают круг вопросов, связанных с подобным понятием.



Целями построения всестороннего рассмотрения второстепенных понятий являются:

1. Демонстрация того факта, что математические теории пересекаются не только в точках первостепенной важности.
2. Демонстрация того, что на первый взгляд утерявшие актуальность математические понятия связаны с кругом достаточно современных идей.
3. Построение примера конкретной методики разностороннего рассмотрения некоторых математических понятий и связанных с ними объектов.

Рассматриваемым в статье центральным понятием является эллипс Штейнера, введённый в геометрию в девятнадцатом веке Якобом Штейнером. Поскольку эллипс Штейнера – геометрическое понятие, то важное значение при его рассмотрении являются образы. Вопрос об использовании образов математических понятий представляется авторам статьи весьма важным [2–4]. По этой причине в статье будут приведены программы на языке программирования Small Basic, которые позволяют строить соответствующие образы на экране компьютера, в том числе видеть их изменение в динамике.

Перейдём, наконец, к рассмотрению вопросов, связанных с эллипсом Штейнера. Изложение отдельных вопросов будет проводиться в различных формах. Речь идёт либо о постановке совокупности задач, решение которых позволяет освоить соответствующий материал, либо о последовательном описании идей и методов, используемых в изучаемой теме. Возможно и сочетание этих форм изложения.

Определение эллипса Штейнера основано на использовании аффинных преобразований. С их изучения мы и начнём. При этом следует отметить, что соответствующие вопросы изучаются в курсе аналитической геометрии.

2. АФФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПЛОСКОСТИ

Аффинные преобразования являются частным видом геометрических преобразований плоскости.

В данной статье мы будем использовать то обстоятельство, что любое **геометрическое преобразование плоскости** обязательно является непрерывным и взаимно однозначным отображением плоскости на себя.

Аффинным называется геометрическое преобразование плоскости, при котором любая прямая переходит в прямую [5].

Задание 1. Доказать, что прямая AB , проходящая через точки декартовой плоскости с координатами $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, описывается параметрическими уравнениями

$$x = x_1 + t \cdot (x_2 - x_1);$$

$$y = y_1 + t \cdot (y_2 - y_1).$$

Указание. Рассмотреть вектор $AB(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$ и показать, что концы коллинеарных ему векторов, исходящих из точки A заматают прямую AB .



Задание 2. Доказать, что преобразование декартовой плоскости, заданное формулами:

$$u = a_{11} \cdot x + a_{12} \cdot y + c_1,$$

$$v = a_{21} \cdot x + a_{22} \cdot y + c_2$$

является аффинным преобразованием.

Указание. Пусть точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ при соответствующем преобразовании переходят в точки $A_1(u_1; v_1)$ и $B_1(u_2; v_2)$. Тогда прямая AB переходит в прямую A_1B_1 .

Задание 3. Какие ограничения на параметры $a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}$ накладывает условие взаимной однозначности отображения из предыдущего задания.

Указание. С помощью констант c_1 и c_2 задаётся параллельный перенос плоскости. Геометрическое преобразование, задаваемое матрицей a_{ij} должно быть обратимым, то есть определитель этой матрицы должен отличаться от нуля.

Задание 4. Доказать, что при аффинном преобразовании параллельные прямые переходят в параллельные.

Указание. Показать, что допущение пересечения образов двух параллельных прямых приводит к противоречию с взаимной однозначностью аффинного преобразования.

Задание 5. Доказать, что при аффинном преобразовании сохраняется отношение длин отрезков, лежащих на одной прямой на параллельных прямых.

Указание. Использовать формулу из задания 2.

Задание 6. Доказать, что при аффинном преобразовании декартовой плоскости единичный квадрат переходит в параллелограмм (рис. 1). Таким образом, сетка единичных квадратов при аффинном преобразовании переходит в сетку из параллелограммов.

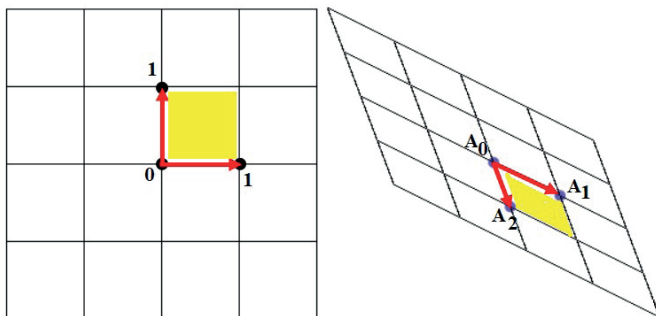


Рис. 1.

Задание 7. На декартовой плоскости указаны три точки $A_0(x_0; y_0)$, $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$, которые задают параллелограмм, изображённый на рис. 1. Получить формулы аффинного преобразования, описанного в предыдущем задании.



Указание. Рассматриваемое преобразование переводит базисные вектора декартовой плоскости в вектора A_0A_1 и A_0A_2 . Таким образом, точка $(x; y)$ переходит в точку, которая является концом вектора $x \cdot A_0A_1 + y \cdot A_0A_2$. Вычислив координаты указанной точки получим уравнения аффинного преобразования.

$$u = x_0 + x \cdot (x_1 - x_0) + y \cdot (x_2 - x_0);$$

$$v = y_0 + x \cdot (y_1 - y_0) + y \cdot (y_2 - y_0).$$

Задание 8. Написать программу на языке Small Basic, которая строит сетку из параллелограммов.

Решение. Текст программы:

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 500
x0 = 300
y0 = 250
x1 = 380
y1 = 230
x2 = 350
y2 = 200
GraphicsWindow.FillEllipse(x0-5, y0-5, 10, 10)
GraphicsWindow.FillEllipse(x1-5, y1-5, 10, 10)
GraphicsWindow.FillEllipse(x2-5, y2-5, 10, 10)
For x = -2 To 2 Step .01
  For y = -2 To 2 Step 1
    u = x0 + (x1 - x0)*x + (x2 - x0)*y
    v = y0 + (y1 - y0)*x + (y2 - y0)*y
    GraphicsWindow.SetPixel(u, v, "")
  EndFor
EndFor
For x = -2 To 2 Step 1
  For y = -2 To 2 Step .01
    u = x0 + (x1 - x0)*x + (x2 - x0)*y
    v = y0 + (y1 - y0)*x + (y2 - y0)*y
    GraphicsWindow.SetPixel(u, v, "")
  EndFor
EndFor
```

Выбор точек $A_0(x_0; y_0)$, $A_1(x_1; y_1)$, $A_2(x_2; y_2)$ определяет характер аффинного преобразования. В частности, аффинное преобразование, сохраняющее расстояние между точками, называется движением.

Задание 9. Доказать, что в случае когда точка A_0 совпадает с началом координат O , а вектора OA_1 и OA_2 имеют единичную длину и перпендикулярны, преобразование является поворотом. Вывести формулы, описывающие поворот.

Указание. Пусть единичный вектор OA_1 наклонён к оси абсцисс под углом φ (этот угол отсчитывается против часовой стрелки). Тогда вектор OA_1 имеет координаты



$(\cos \varphi; \sin \varphi)$. Пусть вектор OA_2 повернут на угол 90° , а, значит, имеет координаты $(-\sin \varphi; \cos \varphi)$. При этих условиях формула из задания 7 превращается в формулу поворота на угол φ .

$$u = x \cdot \cos \varphi - y \cdot \sin \varphi;$$

$$v = x \cdot \sin \varphi + y \cdot \cos \varphi.$$

Задание 10. Написать программу на языке Small Basic, которая строит график функции в наклонной системе координат (рис. 2).

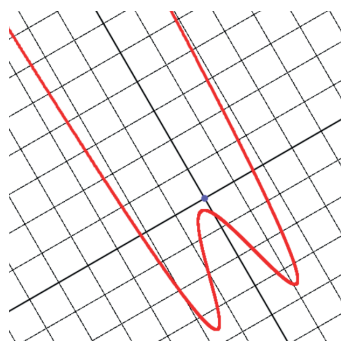


Рис. 2.

Решение. Текст программы:

```
GraphicsWindow.Width = 600
GraphicsWindow.Height = 600
pi = Math.Pi
xekr0 = 300
yekr0 = 300
ed = 50
u0 = pi/6
a11 = ed* Math.Cos(u0)
a12 = -ed* Math.Sin(u0)
a21 = -ed* Math.Sin(u0)
a22 = -ed* Math.Cos(u0)
For x = -8 To 8 Step 1
  For y = -8 To 8 Step .01
    u = xekr0 + a11* x + a21* y
    v = yekr0 + a21* x + a22* y
    GraphicsWindow.SetPixel(u,v,"")
  EndFor
EndFor
For x = -8 To 8 Step 0.01
  For y = -8 To 8 Step 1
    u = xekr0 + a11* x + a21* y
    v = yekr0 + a21* x + a22* y
```



```
GraphicsWindow.SetPixel(u,v,"")
EndFor
EndFor
u1 = xekr0 + a21* (-8)
v1 = yekr0 + a22* (-8)
u2 = xekr0 + a21* 8
v2 = yekr0 + a22* 8
GraphicsWindow.DrawLine(u1,v1,u2,v2)
u1 = xekr0 + a11* (-8)
v1 = yekr0 + a21* (-8)
u2 = xekr0 + a11* 8
v2 = yekr0 + a21* 8
GraphicsWindow.DrawLine(u1,v1,u2,v2)
GraphicsWindow.FillEllipse(xekr0-5,yekr0-5,10,10)
GraphicsWindow.BrushColor = "red"
For x = -5 To 5 Step 0.001
y = (x + 2)*(x + 1)*(x - .5)*(x - 1.5) - 2
u = xekr0 + a11* x + a21* y
v = yekr0 + a21* x + a22* y
GraphicsWindow.FillEllipse(u-2,v-1,4,4)
EndFor
```

Задание 11. Сжатием с коэффициентом k к оси абсцисс называется преобразование, при котором все вертикальные расстояния умножаются на этот коэффициент, а горизонтальные расстояния не меняются. Докажите, что это преобразование является аффинным. Выведите соответствующие формулы.

Указание. Формулы сжатия к оси абсцисс имеют вид: $u = x; v = k \cdot y$. Очевидно, что эти формулы являются частным видом аффинных преобразований. Сетка единичных квадратов переходит в сетку прямоугольников (рис. 3).

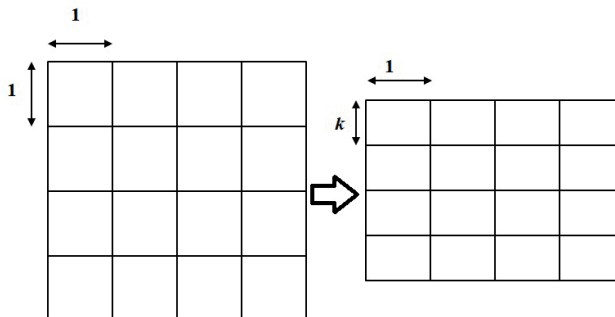


Рис. 3.

Задание 12. Доказать, что существует аффинное преобразование, которое любые три точки A, B, C , не лежащие на одной прямой, переводит в произвольно выбранные точки A_1, B_1, C_1 , также не лежащие на одной прямой.



Указание. В задании 7 объясняется, как получить формулы аффинных преобразований, переводящих единичный квадрат как в точки A, B, C (обозначим это преобразование через φ), так и в точки A_1, B_1, C_1 (обозначим это преобразование через ψ). Любое аффинное преобразование имеет обратное, которое тоже является аффинным. Преобразование $\varphi^{-1} \cdot \psi$ является искомым.

3. ЭЛЛИПС КАК СЖАТАЯ ОКРУЖНОСТЬ И ЭЛЛИПТИЧЕСКИЙ ПОВОРОТ

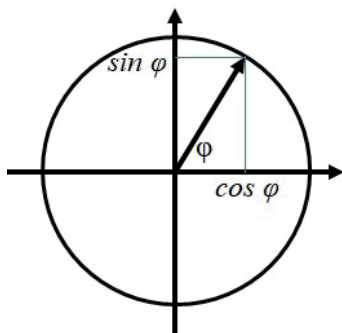


Рис. 4.

Определение синуса и косинуса тесно связано с операцией, имеющей простой механический смысл. Пусть на плоскости задана декартова система координат и окружность единичного радиуса с центром в начале координат. Положение вращающегося единичного радиус-вектора определяется углом, который он образует с положительным направлением оси абсцисс. Этот угол измеряется в радианах и может включать в свой состав по несколько оборотов. Пусть угол наклона единичного радиуса вектора равен φ , тогда синусом угла φ называется абсцисса конца радиуса-вектора, а косинусом угла φ – соответствующая ордината (рис. 4).

Задание 13. Получить параметрические уравнения окружности радиуса r с центром в начале координат. Параметром должно быть значение угла наклона радиуса.

Пояснение. Хотя формулы $x = r \cdot \cos \varphi$; $y = r \cdot \sin \varphi$ очевидны, следует иметь в виду, что они описывают переход от полярной системы координат к декартовой.

Задание 14. Используя тот факт, что поворот на угол φ в полярной системе координат описывается уравнениями $r_1 = r$; $\alpha_1 = \alpha + \varphi$ и формулы поворота в декартовой системе координат, получить тригонометрические формулы синуса и косинуса суммы и разности углов.

Задание 15. Положение точки на окружности радиуса r определяется углом α . Положение этой же точки после поворота на угол φ определяется углом $\alpha_1 = \alpha + \varphi$. Написать программу, которая строит на экране правильный многоугольник, вписанный в окружность (рис. 5).

Решение. Текст программы:

```
x0 = 320
y0 = 220
r = 200
pi = Math.Pi
n = 5
```

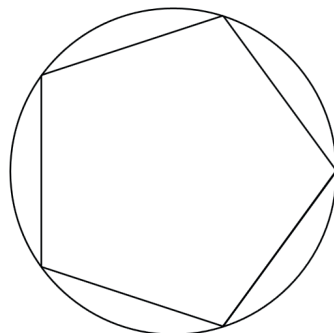


Рис. 5.



```
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-r,y0-r,2*r,2*r)
For u = 0 To 2*pi Step 2*pi/n
  u1 = u + 2*pi/n
  x1 = x0 + r*Math.Cos(u)
  y1 = y0 + r*Math.Sin(u)
  x2 = x0 + r*Math.Cos(u1)
  y2 = y0 + r*Math.Sin(u1)
GraphicsWindow.DrawLine(x1,y1,x2,y2)
EndFor
```

Задание 16. Написать программу, создающую анимационный эффект вращения правильного многоугольника.

Решение. Текст программы:

```
x0 = 320
y0 = 220
r = 200
pi = Math.Pi
n = 7
For du = 0 To 6*pi Step pi/100
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-r,y0-r,2*r,2*r)
For u = 0 To 2*pi Step 2*pi/n
  u1 = u + 2*pi/n
  x1 = x0 + r*Math.Cos(u+du)
  y1 = y0 + r*Math.Sin(u+du)
  x2 = x0 + r*Math.Cos(u1+du)
  y2 = y0 + r*Math.Sin(u1+du)
GraphicsWindow.DrawLine(x1,y1,x2,y2)
EndFor
Program.Delay(100)
GraphicsWindow.Clear()
EndFor
```

Одним из определений эллипса является следующее: **эллипс – сжатая окружность**. Обычно используется сжатие окружности радиуса a с центром в начале координат к оси абсцисс с коэффициентом k . При этом горизонтальный диаметр окружности переходит в горизонтальный диаметр эллипса длины $2a$, вертикальный диаметр окружности переходит в вертикальный диаметр эллипса длины $2b = k \cdot 2a$.

Задание 17. Вывести параметрическое уравнение эллипса с полуосями a и b .

Указание. Окружность описывают формулы $x = a \cdot \cos \varphi$; $y = a \cdot \sin \varphi$. При сжатии к оси абсцисс первая координата останется неизменной, а вторая будет умножена на коэффициент сжатия k . Таким образом, будут получены параметрическое уравнение эллипса: $x = a \cdot \cos \varphi$; $y = b \cdot \sin \varphi$.

Задание 18. Доказать, что уравнение эллипса имеет вид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Указание. Нужно подставить в уравнение параметрические выражения для x и y .

Традиционным способом определения эллипса является его свойство, связанное с так называемыми фокусами эллипса. Оно состоит в следующем.



Рассмотрим эллипс, уравнение которого имеет вид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. Тогда точки F_1 и F_2 , лежащие на оси абсцисс и отстоящие от начала координат на расстояние $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, называются фокусами эллипса (рис. 6).

Задание 19. Доказать, что сумма расстояний от произвольной точки M , лежащей на эллипсе, до фокусов постоянна и равна $2a$, то есть $F_1M + F_2M = 2a$.

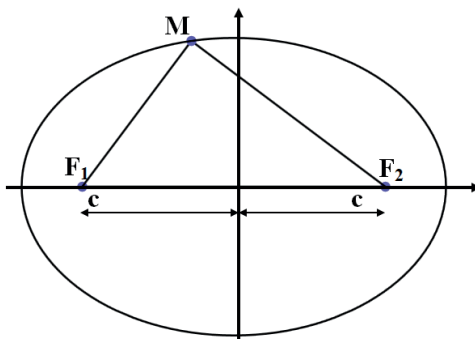


Рис. 6.

Указание. Общий ход доказательства аналогичен выводу канонического уравнения эллипса, который можно найти в любом учебнике аналитической геометрии [6]. Пусть точка M на эллипсе имеет координаты $(a \cdot \cos \varphi; b \cdot \sin \varphi)$. Тогда $F_1M + F_2M$ можно записать в виде $\sqrt{(c + a \cdot \cos \varphi)^2 + b^2 \cdot \sin^2 \varphi} + \sqrt{(c - a \cdot \cos \varphi)^2 + b^2 \cdot \sin^2 \varphi} = 2a$. Чтобы доказать это равенство следует второй корень перенести вправо, возвести обе части уравнения в квадрат, выполнить сокращения, уединить оставшийся корень, снова возвести в квадрат и сократить всё, что можно.

Мы уже видели, как можно вращать окружность, смещая все её точки на один и тот же угол. Если параллельно рассматривать эллипс, который получен из исходной окружности с помощью сжатия, то при вращении окружности точки эллипса также будут двигаться по эллипсу, не покидая его. Фактически мы приходим к преобразованию, которое называется эллиптическим поворотом. Эллиптический поворот можно повсеместно наблюдать в быту. Дело в том, что вращающееся колесо под углом наблюдатель воспринимает как эллипс.

Пусть на эллипсе находится точка $M (a \cdot \cos \alpha; b \cdot \sin \alpha)$. Тогда повороту окружности на угол φ будет соответствовать перемещение точки M в точку $M_1 (a \cdot \cos(\alpha + \varphi); b \cdot \sin(\alpha + \varphi))$.

Задание 20. Написать программу, создающую анимационный эффект вращения пирамиды.

Решение. Текст программы:

```
pi=3.14159  
x0 = 320  
y0 = 320
```

```
r = 100
k = .3
h = 200
x3 = x0
y3 = y0 - h
For du = 0 To 6*pi Step pi/100
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0 - r, y0 - k*r, 2*r, 2*r*k)
For u=.5 To 2*pi+.5 Step 2*pi/5
x1 = x0 + r*Math.Cos(u+du)
y1 = y0 + k*r*Math.Sin(u+du)
x2 = x0 + r*Math.Cos(u+2*pi/5+du)
y2 = y0 + k*r*Math.Sin(u+2*pi/5+du)
GraphicsWindow.DrawLine(x1,y1,x2,y2)
GraphicsWindow.DrawLine(x1,y1,x3,y3)
EndFor
Program.Delay(100)
GraphicsWindow.Clear()
EndFor
```

Любые два взаимно перпендикулярных диаметра окружности переходят в два диаметра эллипса (вообще говоря, не перпендикулярных). Такие диаметры эллипса называются сопряжёнными (рис. 7).

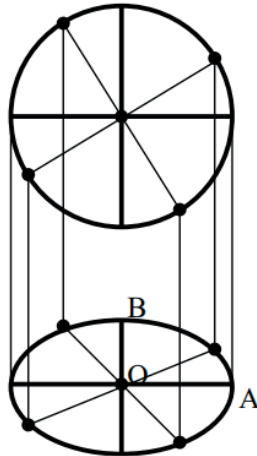


Рис. 7.

Задание 21. Доказать, что середины хорд, параллельных какому-то диаметру эллипса лежат на диаметре, сопряжённом к исходному.

Указание. Нужно доказать следующую теорему, связанную с окружностью: «Доказать, что середины хорд, параллельных какому-то диаметру окружности лежат на диаметре, перпендикулярном к исходному». Затем следует использовать свойства аффинных преобразований.



4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЛИПСА ШТЕЙНЕРА

Если подвергнуть кривую второго порядка аффинному преобразованию, она снова перейдёт в кривую второго порядка. Это следует из того, что в формулы аффинного преобразования входят либо переменные в первой степени, либо константы, и по этой причине при замене переменных в кривой второго порядка снова будет получена кривая второго порядка.

Все невырожденные кривые второго порядка распадаются на три класса: параболы, гиперболы и эллипсы. При этом только эллипсы расположены в ограниченных областях плоскости, а аффинные преобразования переводят ограниченные области в ограниченные.

Таким образом, если подвергнуть окружность не только сжатию, но и любому другому аффинному преобразованию, она превратится в эллипс.

Задание 22. Доказать, что в случае, когда аффинное отображение переводит окружность ω_1 в эллипс ε_1 , это преобразование переводит в эллипс ε_2 и любую другую окружность ω_2 . При этом эллипсы ε_1 и ε_2 можно совместить параллельным сдвигом, если окружности ω_1 и ω_2 равны между собой. Если же размеры окружностей различны, то эллипсы ε_1 и ε_2 гомотетичны.

Указание. Как было показано выше ε_1 и ε_2 являются эллипсами. Проводя через их центры параллельные прямые и используя сохранение отношений длин параллельных отрезков, можно доказать предлагаемое утверждение.

Теперь можно дать определение эллипса Штейнера, вернее двух эллипсов Штейнера – вписанного и описанного [7].

Пусть заданы правильный треугольник $A_0B_0C_0$ и произвольный треугольник ABC . Существует аффинное преобразование, которое переводит вершины первого треугольника в соответствующие вершины второго. Образ вписанной в правильный треугольник окружности называется **вписанным эллипсом Штейнера**. Образ описанной вокруг правильного треугольника окружности называется **описанным эллипсом Штейнера**.

Задание 23. Выяснить, в каком отношении точки касания вписанного эллипса Штейнера делят стороны треугольника ABC .

Задание 24. Доказать, что вписанный и описанный эллипсы Штейнера гомотетичны. Найти центр гомотетии и коэффициент гомотетии (рис. 8).

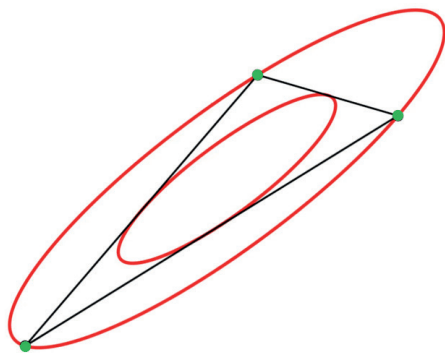


Рис. 8.

5. МНОЖЕСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ, СВЯЗАННЫХ С ЭЛЛИПСОМ ШТЕЙНЕРА ФИКСИРОВАННОЙ ФОРМЫ

Определение эллипса Штейнера даёт способ построения этого эллипса для любого произвольно выбранного треугольника. Рассмотрим иную задачу, которая заключается в следующем.

Задание 25. Построить треугольник, эллипс Штейнера которого имеет заданный коэффициент сжатия $k = \frac{b}{a}$.

Указание. Нужно подвергнуть правильный треугольник сжатию с коэффициентом сжатия $k = \frac{b}{a}$ к некоторой прямой, например, к одной из высот этого треугольника. Приведём программу, осуществляющую соответствующее построение, результат работы которой можно увидеть на рис. 9.

Текст программы:

```
pi = Math.Pi
x0 = 320
y0 = 220
r0 = 200
r1 = r0/2
k = 1/3
x1 = x0 + r0* Math.Cos(0)
y1 = y0 + k*r0* Math.Sin(0)
x2 = x0 + r0* Math.Cos(2*pi/3)
y2 = y0 + k*r0* Math.Sin(2*pi/3)
x3 = x0 + r0* Math.Cos(4*pi/3)
y3 = y0 + k*r0* Math.Sin(4*pi/3)
GraphicsWindow.DrawLine(x1,y1,x2,y2)
GraphicsWindow.DrawLine(x2,y2,x3,y3)
GraphicsWindow.DrawLine(x3,y3,x1,y1)
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-r0,y0-k*r0,2*r0,2*k*r0)
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-r1,y0-k*r1,2*r1,2*k*r1)
GraphicsWindow.DrawLine(x0-r0,y0,x0+r0,y0)
```

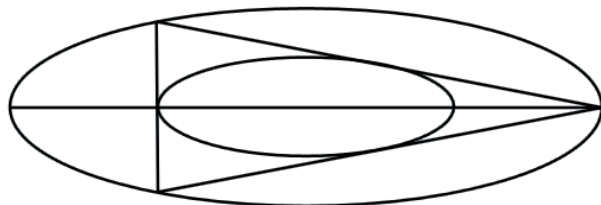


Рис. 9.



Задание 26. Указать способ построения любых других треугольников, эллипс Штейнера которых имеет ту же форму (рис. 10).

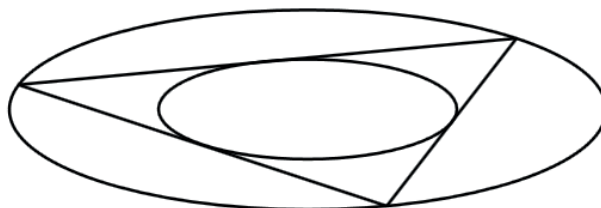


Рис. 10.

Указание. Нужно использовать эллиптический поворот образа правильного треугольника. Эллипс остаётся неизменным, а треугольник, для которого этот эллипс является эллипсом Штейнера, скользит вокруг него.

Текст программы для построения рисунка 10:

```
pi = Math.Pi
x0 = 320
y0 = 220
r0 = 200
r1 = r0/2
k = 1/3
u = 1.3
x1 = x0 + r0* Math.Cos(u)
y1 = y0 + k*r0* Math.Sin(u)
x2 = x0 + r0* Math.Cos(u+2*pi/3)
y2 = y0 + k*r0* Math.Sin(u+2*pi/3)
x3 = x0 + r0* Math.Cos(u+4*pi/3)
y3 = y0 + k*r0* Math.Sin(u+4*pi/3)
GraphicsWindow.DrawLine(x1,y1,x2,y2)
GraphicsWindow.DrawLine(x2,y2,x3,y3)
GraphicsWindow.DrawLine(x3,y3,x1,y1)
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-r0,y0-k*r0,2*r0,2*k*r0)
GraphicsWindow.DrawEllipse(x0-r1,y0-k*r1,2*r1,2*k*r1)
```

Задание 27. Написать программу, создающую анимационный эффект вращения эллипса Штейнера.

6. ТОЧКИ С ЦЕЛОЧИСЛЕННЫМИ КООРДИНАТАМИ НА ЭЛЛИПСЕ ШТЕЙНЕРА

Решим ещё одну задачу, связанную с эллипсом Штейнера.

Задание 28. Указать способ получения треугольника с целочисленными координатами вершин и вывести уравнение эллипса Штейнера этого треугольника. Построить соответствующее изображение.

Решение. Рассмотрим каноническое уравнение эллипса с неизвестными пока полуосями a и b . Пусть точка M_c с целочисленными координатами $(x_1; y_1)$ лежит на эллипсе, и её положение определяется углом α . Тогда $x_1 = a \cdot \cos \alpha$, $y_1 = b \cdot \sin \alpha$.

Таким образом, $\cos \alpha = \frac{x_1}{a}$ и $\sin \alpha = \frac{y_1}{b}$.

Точка M_A с координатами $(x_1; y_1)$ лежит на эллипсе, и её положение определяется углом $\alpha + \frac{2\pi}{3}$. Следовательно, $x_2 = -\frac{1}{2}a \cdot \cos \alpha - \frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \sin \alpha$ и $y_2 = -\frac{1}{2}b \cdot \cos \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}b \cdot \sin \alpha$. После замены $\cos \alpha = \frac{x_1}{a}$ и $\sin \alpha = \frac{y_1}{b}$ получим формулы

$x_2 = -\frac{x_1}{2} - y_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{b}$ и $y_2 = -\frac{y_1}{2} + x_1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{b}{a}$. Чтобы обеспечить целочисленность x_1 и y_1 , нужно нейтрализовать $\sqrt{3}$. Для этого достаточно выбрать a и b так, чтобы их отношение равнялось $\sqrt{3}$. Кроме того, a^2 должно быть целым числом. В этом случае уравнение эллипса принимает вид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{3y^2}{a^2} = 1$. Поэтому для вычисления a^2 по значениям x_1 и y_1 можно использовать уравнение $a^2 = x^2 + 3y^2$.

Положим $x_1 = 1$ и $y_1 = 3$, тогда $a^2 = 28$. Вычисление координат x_2 и y_2 позволяет получить точку $(-5; -1)$. Наконец для координат x_3 и y_3 аналогичные вычисления дают точку $(4; -2)$.

Эллипс Штейнера и соответствующий треугольник показаны на рис. 11.

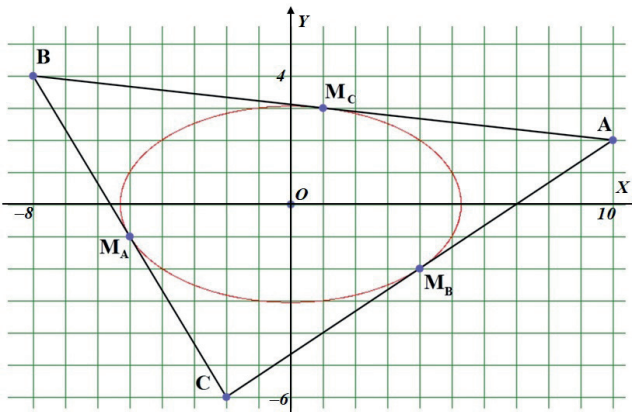


Рис. 11.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье были рассмотрены вопросы, так или иначе связанные с эллипсами Штейнера. В целом их изучение позволяет несколько с иных позиций посмотреть на



аналитическую геометрию. Кроме того, самостоятельное решение предлагаемых задач позволяет повысить математическую культуру студентов.

Тематика, связанная с эллипсами Штейнера, далеко не исчерпана. Авторы продолжают её описание в следующей статье, в которой делается акцент на экстремальных свойствах эллипсов Штейнера.

Литература

1. *Степанов М.Е.* Межпредметные связи в общем курсе высшей математики. Моделирование и анализ данных. Том 11. № 2., 2021. Моделирование и анализ данных. Том 10. № 2., 2020.
2. *Степанов М.Е.* Некоторые вопросы методики преподавания высшей математики. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. 2017.
3. *Степанов М.Е.* Компьютерные технологии как средство приобщения учащегося к математической реальности. Моделирование и анализ данных. Научный журнал. № 1, 2018.
4. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* Роль образного мышления в научном мышлении. Моделирование и анализ данных. Том 10. № 2., 2020.
5. *Яглом И.М., Ашкингузе В.Г.* Идеи и методы аффинной и проективной геометрии. Часть I. Аффинная геометрия. М. Государственное учебно-педагогическое издательство министерства просвещения РСФСР. 1962.
6. *Александров П.С.* Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М., Наука, 1979.
7. *Прасолов В.В.* Задачи по планиметрии. М., Издательство МЦИМО, 2006.
8. *Куланин Е.Д., Нуркаева И.М.* О двух геометрических задачах на экстремум. Математика в школе. 2019. № 4. С. 35–40.
9. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики. Моделирование и анализ данных. 2019. № 4. С. 127–144.
10. *Куланин Е.Д., Нуркаева И.М.* Еще раз о задаче Мавло. Математика в школе. 2020. № 2. С. 76–79.
11. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М.* О различных подходах к решению экстремальных задач. Моделирование и анализ дан ных. 2020. Т.11. № 1. С. 40–60.



Comprehensive Consideration of Mathematical Concepts as a Methodical Technique

Yevgeny D. Kulanin*

Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>
e-mail: lucas03@mail.ru

Mikhail E. Stepanov**

Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>
e-mail: mestepanov@yandex.ru

The article continues the cycle ([1]-[4], [8]-[11]) methodological developments of the authors. It discusses some problems related to ways to improve the culture of mathematical thinking of mathematics students. The authors rely on the experience of working at the Faculty of Information Technology of MSUPE.

Keywords: higher education, methods of teaching mathematics, analytical geometry, affine geometry, second-order curves, Steiner ellipse, geometric transformations, extreme problems.

For citation:

Kulanin Y.D., Stepanov M.E. Comprehensive Consideration of Mathematical Concepts as a Methodical Technique. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 67–84. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120405> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Stepanov M.E. Interdisciplinary connections in the general course of higher mathematics. Modeling and data analysis. Volume 11. No. 2., 2021. Modeling and data analysis. Tom 10. № 2., 2020.
2. Stepanov M.E. Some questions of teaching methods of higher mathematics. Modeling and data analysis. Scientific Journal. 2017.
3. Stepanov M.E. Computer technologies as a means of introducing a student to mathematical reality. Modeling and data analysis. Scientific journal. № 1, 2018.
4. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. The role of imaginative thinking in scientific thinking. Modeling and analysis of data. Tom 10. № 2., 2020.

****Yevgeny D. Kulanin***, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: lucas03@mail.ru

*****Mikhail E. Stepanov***, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: mestepanov@yandex.ru



5. Yaglom I.M., Ashkinuse V.G. Ideas and methods of affine and projective geometry. Part I. Affine Geometry. M. State Educational and Pedagogical Publishing House of the Ministry of Education of the RSFSR. 1962.
6. Alexandrov P.S. Course of analytical geometry and linear Algebra. M., Nauka, 1979.
7. Prasolov V.V. Problems in Planimetry. M., Publishing House of the Moscow Institute of Physics and Technology, 2006.
8. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. On two geometric problems on the extremum. Math at school. 2019. No. 4. pp. 35–40.
9. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. Propaedeutics of solving extreme problems in the school course of mathematics. Data modeling and analysis. 2019. No. 4. pp.127–144.
10. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. Once again about the Mavlo problem. Math at school. 2020. No. 2. pp. 76–79.
11. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. On various approaches to solving extreme problems. Modeling and analysis of data. 2020. Vol.11. No. 1. pp. 40–60.

Получена 07.11.2022

Принята в печать 28.11.2022

Received 07.11.2022

Accepted 28.11.2022

Мотивирование интереса у детей с ОВЗ и инвалидностью к занятиям математикой и информатикой на примере проведения олимпиады на факультете «Информационные технологии»

Червен-Водали Е.Б.*

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6871-9105>
e-mail: cervenvodali@mgppu.ru

Антипова С.Н.**

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6642-7953>
e-mail: antipovasn@mgppu.ru

Сидорова В.Б.***

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6391-5361>
e-mail: sidorovavb@mgppu.ru

Васина Л.Г.****

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9902-2511>
e-mail: vasinalg@mgppu.ru

В статье описан один из вариантов поддержки и развития одаренных детей-инвалидов – олимпиада по математике и информатике для учеников с ОВЗ и инвалидностью, проводимая на факультете ИТ МГППУ. Описаны цели, которые ставит факультет при проведении олимпиады и даны примеры заданий.

Ключевые слова: выявление одаренности, проведение олимпиад, школьники с ОВЗ.

Для цитаты:

Червен-Водали Е.Б., Антипова С.Н., Сидорова В.Б., Васина Л.Г. Мотивирование интереса у детей с ОВЗ и инвалидностью к занятиям математикой и информатикой на примере проведения олимпиады на факультете «Информационные технологии» // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 85–93. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120406>



***Червен-Водали Елена Борисовна**, преподаватель кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6871-9105>, cervenvodali@mgppu.ru

****Антипова Светлана Николаевна**, заместитель декана по внеучебной работе факультета информационных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет, г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6642-7953>, e-mail: antipovasn@mgppu.ru

*****Сидорова Валерия Борисовна**, преподаватель кафедры прикладной информатики и мультимедийных технологий, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6391-5361>, e-mail: sidorovavb@mgppu.ru

******Васина Людмила Григорьевна**, специалист по УМП, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9902-2511>, e-mail: vasinalg@mgppu.ru

1. ВВЕДЕНИЕ

Проблемы специального образования сегодня являются одними из самых актуальных в работе всех подразделений системы образования, а также специальных коррекционных учреждений. Это связано, в первую очередь с тем, что число детей с ограниченными возможностями здоровья и детей-инвалидов, неуклонно растет, так только за последний год это число выросло на 9,4 %. Кроме роста числа почти всех категорий детей с ограниченными возможностями здоровья, отмечается и тенденция качественного изменения структуры дефекта. Нарушение здоровья у детей приобретает все более комплексный характер. В настоящее время в России количество обучающихся с ограниченными возможностями здоровья насчитывается более 1,15 миллионов человек, из них около 530 тыс. составляют дети-инвалиды в возрасте от 8 до 17 лет.

Образование детей с ограниченными возможностями здоровья и детей-инвалидов предусматривает создание для них специальной коррекционно-развивающей среды, обеспечивающей адекватные условия и равные с обычными детьми возможности для получения общего образования. В связи с этим обеспечение реализации права детей с ограниченными возможностями здоровья на образование рассматривается как одна из важнейших задач государственной политики не только в области образования, но и в области демографического и социально-экономического развития Российской Федерации.

В национальной доктрине образования на период до 2025 года поставлена задача создания максимально благоприятных условий для выявления и развития интеллектуальных и творческих способностей каждого учащегося.

В Конституции РФ и Законе «Об образовании» сказано, что дети с проблемами в развитии имеют равные со всеми права на образование. Важнейшей задачей модернизации является обеспечение доступности качественного образования, его



индивидуализация и дифференциация, систематическое повышение уровня профессиональной компетентности педагогов всех уровней, а также создание условий для достижения нового современного качества общего образования.

Дети с ограниченными возможностями здоровья – это дети, которые имеют некоторые зафиксированные нарушения функции организма, состояние здоровья которых препятствует освоению образовательных программ вне специальных условий обучения и воспитания. Не каждый ребенок с ОВЗ – инвалид, в то время как ребенок-инвалид является и ребенком с ОВЗ.

Группа детей с ОВЗ чрезвычайно неоднородна. Это определяется, прежде всего тем, что в нее входят дети с разными нарушениями развития: нарушение слуха, зрения, речи, опорно-двигательного аппарата, интеллекта, с выраженными расстройствами эмоционально-волевой сферы, с задержкой и комплексными нарушениями развития.

Дети и подростки с ограниченными возможностями здоровья (ОВЗ) так же, как и здоровые дети, обладают талантами, способностями, одаренностью. Одаренные дети с ОВЗ и инвалидностью – это дети, которые признаны образовательной и медицинской системами, превосходящими уровень интеллектуального, творческого развития других детей своего уровня и диагноза.

Понимание сути одаренности исключительно важно.

Существуют три условных группы одаренности:

1. Дети с необыкновенно высоким общим уровнем умственного развития при прочих равных условиях.
2. Дети с признаками специальной умственной одаренности – одаренности в определенной области науки (такие учащиеся чаще обнаруживаются в подростковом возрасте).
3. Учащиеся, не достигающие по каким-либо причинам успехов в учении, но обладающие яркой познавательной активностью, оригинальностью психического склада, незаурядными умственными резервами (возможности таких учащихся нередко раскрываются в старшем школьном возрасте).

На развитие одаренности и ее своеобразие влияет много факторов.

К основным факторам относятся:

- личностные характеристики;
- характеристики окружения;
- мотивация достижения цели;
- ожидание успеха;
- стремление к знаниям;
- критические события жизни;
- способность к преодолению стресса;
- ролевые ожидания по отношению к высокой одаренности;
- успешный и неуспешный опыт;
- образование родителей;
- микроклимат в семье, в классе, на уроке.



Одаренных детей отличают:

- высокоинтеллектуальные способности;
- креативность (оригинальность, гибкость, продуктивность мышления);
- быстрое усвоение и выдающаяся память;
- интеллектуальное любопытство и стремление к знаниям;
- высокая личностная ответственность;
- убежденность в собственной эффективности и самостоятельность суждений;
- позитивная система представлений ребенка о самом себе, связанная с адекватной самооценкой. Все это чрезвычайно важно для детей с ОВЗ.

Один из вариантов поддержки и развития одаренных детей-инвалидов – это проведение различного вида конкурсов, олимпиад, конференций, фестивалей и т.п. Большой опыт поддержки одаренных детей-инвалидов сложился на факультете информационных технологий ФГБОУ ВО МГППУ.

Вот уже более 15 лет факультет информационных технологий МГППУ проводит олимпиаду по математике и информатике для учеников с ОВЗ и инвалидностью. Олимпиада не только дает ценный материал для суждения о степени подготовленности учащихся, но и выявляет наиболее одаренных и подготовленных, стимулирует углубленное изучение предмета.

В отличие от конкурсов, написания рефератов или исследовательских работ, олимпиада охватывает более широкий круг знаний, выходящий за рамки школьных предметов, и способствует формированию более широкой эрудиции. В предметных олимпиадах, таких как олимпиада по математике и информатике, проводимых на факультете информационных технологий МГППУ основой успеха является не сумма конкретных знаний учащегося, а его способность логически мыслить, умение создать за короткий срок достаточно сложную и, главное, новую для него логическую конструкцию.

Цели, которые ставит факультет при проведении олимпиады:

- развитие интереса и способностей учащихся к занятиям математикой и информатикой;
- создание необходимых условий для выявления одаренных детей среди учащихся с ограниченными возможностями здоровья;
- стимулирование инновационной деятельности в государственных образовательных учреждениях;
- активизация потенциала студенчества как «двигателя» городского развития; вовлечение студентов и молодых преподавателей в процесс организации инклюзивного образования путем участия в организации и проведении олимпиады по математике и информатике.

Проведение олимпиад не только позволяет выявлять и поддерживать талантливую молодежь с ограниченными возможностями здоровья в г. Москве, но и мотивирует молодое поколение с ограниченными возможностями здоровья к научно-исследовательской деятельности и техническому творчеству, содействует вовлечению молодежи с ограниченными возможностями здоровья в инновационную деятельность,



активизирует работу научных обществ и других форм внеучебной работы для детей с ограниченными возможностями здоровья, содействует в профориентации детей с ограниченными возможностями здоровья.

2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССА ПРОВЕДЕНИЯ И ОРГАНИЗАЦИИ ОЛИМПИАДЫ

Для участия в олимпиаде школьников с ОВЗ и детей инвалидов силами факультета создаются специальные условия для обеспечения возможности их участия, учитывающие состояние их здоровья, особенности психофизического развития, в том числе:

- максимальная самостоятельность – учащийся должен иметь возможность для самостоятельного решения заданий, благодаря собственным усилиям, затраченным в процессе подготовки;
- принцип активности знаний – потребность у учащихся держать всю новую информацию, полученную в процессе подготовки;
- принцип опережения уровня сложности – учащемуся необходимо вести подготовку с целью применения полученных знаний ориентируясь на задания повышенной сложности;
- анализ результатов олимпиады – позволяет учащимся увидеть свои сильные и слабые аспекты подготовки. По итогу олимпиады, учащийся увидит свои упущения, удачные решения и недоработки. Более того, учащийся сможет в дальнейшем скорректировать программу и методы своей подготовки к олимпиаде, чтобы в дальнейшем убрать лишнее и отточить этот процесс под наибольший результат.

Олимпиада помогает понять, какой уровень знаний имеет ребенок на данный момент, как происходит его адаптация к таким мероприятиям, как олимпиада, что в дальнейшем может дать представление об их поведении в каких-то других жизненных ситуациях.

Проведение олимпиады на факультете подразумевает установку не только на выявление одаренности, но и на социализацию детей с ОВЗ и инвалидностью. Целевая установка социализации состоит в том, чтобы каждого растущего человека приобщить к основам культуры и социальной жизни, сделать способным адаптироваться в обществе, что требует развития отношений, взглядов, чувств, готовности участвовать в социальной деятельности. Ребёнок с ОВЗ, участвуя в такой деятельности, может пройти путь от интереса, через приобретение конкретных навыков, к профессиональному самоопределению, что также важно для успешной социализации, помогает найти зоны интереса.

3. ПРИМЕР ЗАДАНИЙ

Один из вариантов олимпиады по математике и информатике для предвыпускных классов:



Фамилия, имя _____ Школа _____ Класс _____

1	2	3	4	5	6	7	8	Сумма

Задача 1

Решить уравнение: $\cos \sqrt{x} + \sqrt{\cos x} = 2$.

Задача 2

Когда пассажиры вошли в пустой трамвай, половина их заняла места для сидения. Сколько было пассажиров, если после первой остановки их число увеличилось ровно на 8 % и известно, что трамвай вмещает не больше 70 человек.

Задача 3

Полуокружность радиуса $2\sqrt{3}$ с центром на гипотенузе АВ прямоугольного треугольника ABC проходит через вершину А и касается катета ВС этого треугольника в точке М. Найдите длину отрезка CM, если $\angle ABX = 30^\circ$.

Задача 4

Чему равно произведение $\operatorname{tg}1^\circ * \operatorname{tg}2^\circ * \dots * \operatorname{tg}88^\circ * \operatorname{tg}89^\circ$?

Задача 5

Найти значение x , заданное уравнением (нижний индекс означает систему счисления): $12_4 + 12_8 + 12_{10} + 12_{12} + 12_{16} = 12_x$

Задача 6

Алексей, Виктор, Сергей и Денис отправились сдавать экзамен по информатике. Они сделали следующие предположения:

- если сдаст Виктор, то сдаст и Денис;
- если сдаст Алексей, то сдадут и Виктор, и Денис;
- неверно, что если не сдаст Денис, то не сдаст и Сергей.

Предположения оказались верными. Кто сдал, и кто не сдал экзамен?

Задача 7

Дан массив, содержащий N целых чисел. Написать программу, которая располагает, сохраняя порядок, в начале массива те числа, у которых вторая или третья цифры от конца числа нечетные. Затем эта программа должна расположить, сохраняя прежний порядок, остальные числа массива.

Задача 8

Дана блок-схема (см. рис. блок-схема, стр. 91). Какое значение будет выдано на печать?

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Олимпиада помогает выявить одаренность и развить её, становясь своеобразным стартом в карьере. Следует отметить, что, как правило, победа в предметной олимпиаде становится заделом для успешности во взрослой жизни.

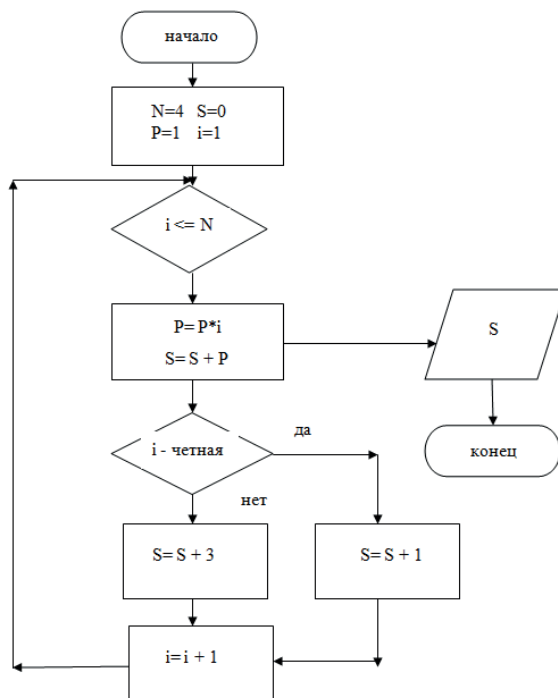


Рис. блок-схема.

Литература

1. Зайцев Д.В. Социальная интеграция детей-инвалидов в современной России. – Саратов: Научная книга, 2003. – 255 с. – URL: https://pedlib.ru/Books/3/0482/3_0482-1.shtml (дата обращения: 25.10.2022).
2. Минпросвещения России, Дети с особыми образовательными потребностями – URL: https://edu.gov.ru/activity/main_activities/limited_health/ (дата обращения: 25.10.2022).
3. Мёдова Н.А. Обучение и развитие детей со сложными комплексными нарушениями: метод. рекомендации / Том. обл. универ. науч. б-ка им. А.С. Пушкина, Отд. орг. обслуживания инвалидов по зрению; МБЛПУ ЗОТ «Центр медицинской профилактики»; отв. за выпуск А.А. Коваленко. – Томск, 2013. – 44 с.; 21 см. – URL: <https://www.elib.tomsk.ru/elib/data/2014/2014-0452/2014-0452.pdf> (дата обращения: 25.10.2022).
4. Панишева О.В., Логинов А.В. Открытая олимпиада как средство математического просвещения школьников – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otkrytaya-olimpiada-kak-sredstvo-matematicheskogo-prosvescheniya-shkolnikov> (дата обращения: 25.10.2022).
5. «Особенности обучения студентов с ОВЗ по зрению дисциплинам математического и компьютерного циклов на факультете «Информационные технологии» с применением дистанционных технологий», Червен-Водали Е.Б, Сидорова В.Б., Антипова С.Н., Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 1. С. 60–78.
6. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М., Степанов М.Е. Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики // Моделирование и анализ данных. – М.: ФГБОУ ВО МГППУ, 2019 – № 4. – С. 127–144.



Motivating the Interest of Children with Disabilities to Study Mathematics and Computer Science on the Example of the Olympiad at the Faculty of Information Technology

Elena B. Cherven-Vodali*

Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6871-9105>

e-mail: cervenvodali@mgppu.ru

Svetlana N. Antipova**

Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6642-7953>

e-mail: antipovasn@mgppu.ru

Valeriya B. Sidorova***

Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6391-5361>

e-mail: sidorovavb@mgppu.ru

Lyudmila G. Vasina****

Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9902-2511>

e-mail: vasinalg@mgppu.ru

The article describes one of the options for the support and development of gifted children with disabilities – the olympiad in mathematics and computer science for students with disabilities and disabilities, held at the Faculty of IT MSUPE. The goals set by the faculty during the olympiad are described and examples of tasks are given.

Keywords: identification of giftedness, conducting mathematical olympiads, students with disabilities.

For citation:

Cherven-Vodali E.B., Antipova S.N., Sidorova V.B. Vasina L.G. Motivating the Interest of Children with Disabilities to Study Mathematics and Computer Science on the Example of the Olympiad at the Faculty of Information Technology. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 85–93. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120406> (In Russ., abstr. in Engl.).

****Elena B. Cherven-Vodali***, Lecturer of the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies, Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6871-9105>, e-mail: cervenvodali@mgppu.ru

*****Svetlana N. Antipova***, Deputy Dean for Extracurricular Activities of the Faculty of Information Technology, Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6642-7953>, e-mail: antipovasn@mgppu.ru



*****Valeriya B. Sidorova**, Lecturer of the Department of Applied Informatics and Multimedia Technologies, Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6391-5361>, e-mail: sidorovavb@mgppu.ru

******Lyudmila G. Vasina**, Specialist in UMR, Moscow state University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9902-2511>, e-mail: vasinalg@mgppu.ru

References

1. Zaitsev D.V. Sotsial'naya integratsiya detei-invalidov v sovremennoi Rossii. – Saratov: Nauchnaya kniga, 2003. – 255 p. – URL: https://pedlib.ru/Books/3/0482/3_0482-1.shtml (data obrashcheniya: 25.10.2022).
2. Minprosveshcheniya Rossii, Deti s osobymi obrazovatel'nymi potrebnyami – URL: https://edu.gov.ru/activity/main_activities/limited_health/ (data obrashcheniya: 25.10.2022).
3. Medova, N.A. Obuchenie i razvitie detei so slozhnymi kompleksnymi narusheniyami: metod. rekomendatsii / Tom. obl. univers. nauch. b-ka im. A.S. Pushkina, Otd. org. obsluzhivaniya invalidov po zreniyu; MBLPU ZOT “Tsentr meditsinskoj profilaktiki”; otv. za vypusk A.A. Kovalenko. – Tomsk, 2013. – 44 p.; 21 sm. – URL: <https://www.elib.tomsk.ru/elib/data/2014/2014-0452/2014-0452.pdf> (data obrashcheniya: 25.10.2022).
4. Panisheva O.V., Loginov A.V. Otkrytaya olimpiada kak sredstvo matematicheskogo prosveshcheniya shkol'nikov – URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otkrytaya-olimpiada-kak-sredstvo-matematicheskogo-prosveshcheniya-shkolnikov> (data obrashcheniya: 25.10.2022).
5. «Osobennosti obucheniya studentov s OVZ po zreniyu distsiplinam matematicheskogo i komp'yuternogo tsiklov na fakul'tete «Informatsionnye tekhnologii» s primeneniem distantsionnykh tekhnologii», Cherven-Vodali E.B, Sidorova V.B., Antipova S.N., Modelirovanie i analiz dannykh. 2022. Tom 12. № 1. – pp. 60–78.
6. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M., Stepanov M.E. Propedevtika resheniya ekstremal'nykh zadach v shkol'nom kurse matematiki // Modelirovanie i analiz dannykh. – M.: FGBOU VO MGPPU, 2019. № 4. – pp. 127–144.

Получена 03.10.2022

Received 03.10.2022

Принята в печать 02.11.2022

Accepted 02.11.2022

О визуализации решений некоторых экстремальных задач

Куланин Е.Д.*

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>
e-mail: lucas03@mail.ru

Степанов М.Е.**

Московский государственный психолого-педагогический университет
(ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>
e-mail: mestepanov@yandex.ru

В статье обсуждается задача нахождения прямой на плоскости, сумма квадратов расстояний до которой от n данных точек этой плоскости будет наименьшей. Показывается, как свести эту задачу к решению аналогичной задачи для трех точек, решением которой служит прямая, содержащая большую ось эллипса Штейнера треугольника с вершинами в этих точках. Высказывается также гипотеза о связи рассматриваемой тематики с задачей об областях притяжения в теории фракталов.

Ключевые слова: визуализация, экстремальные задачи, сумма квадратов расстояний, комплексная плоскость, многочлен, производная многочлена, среднее арифметическое корней, центр тяжести корней, эллипс Штейнера, минимальная прямая, главная компонента, фрактал.

Для цитаты:

Куланин Е.Д., Степанов М.Е. О визуализации решений некоторых экстремальных задач // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 94–104. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120407>

***Куланин Евгений Дмитриевич**, кандидат физико-математических наук, профессор, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: lucas03@mail.ru

****Степанов Михаил Евграфович**, кандидат педагогических наук, доцент, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: mestepanov@yandex.ru



1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящей заметкой мы продолжаем серию статей [1]-[4], посвященных решению экстремальных задач.

2. ЗАДАЧА О НАХОЖДЕНИИ МИНИМАЛЬНОЙ ПРЯМОЙ

Рассмотрим сначала известную задачу нахождения прямой на плоскости, сумма квадратов расстояний до которой от n данных точек этой плоскости будет наименьшей, следуя в основном изложению в [5]. Эта прямая имеет следующий механический смысл: если поместить в данные точки одинаковые массы, то она совпадет с осью, относительно которой полученная система масс имеет наименьший момент инерции.

Пусть z_1, z_2, \dots, z_n – комплексные числа, соответствующие данным n точкам на комплексной плоскости. Составим многочлен $P(z) = (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n)$, корнями которого являются числа z_1, z_2, \dots, z_n . После раскрытия скобок получим $P(z) = z^n - c_1 z^{n-1} + c_2 z^{n-2} - \dots + (-1)^n c_n$, где $c_1 = z_1 + z_2 + \dots + z_n$, $c_2 = z_1 z_2 + z_1 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n$, $c_n = (-1)^n z_1 z_2 \dots z_n$.

Среднее арифметическое корней многочлена обозначим через g :

$$g = (z_1 + z_2 + \dots + z_n)/n, \text{ откуда } c_1 = z_1 + z_2 + \dots + z_n = ng \quad (1)$$

и найдем среднее арифметическое корней производной многочлена $P(z)$: $P'(z) = nz^{n-1} - (n-1)c_1 z^{n-2} + \dots + (-1)^{n-1} c_{n-1}$.

По теореме Виета сумма корней многочлена $P'(z)$ равна $(n-1)c_1/n = (n-1)ng/n = (n-1)g$, т.е. среднее арифметическое корней z'_1, z'_2, \dots, z'_n многочлена $P'(z)$ равно $(z'_1 + z'_2 + \dots + z'_n)/(n-1)$ и, таким образом, средние арифметические корней многочлена $P(z)$ и его производной $P'(z)$ совпадают.

Если поместить в данные точки одинаковые массы, то можно сказать, что центры тяжести корней многочлена $P(z)$ и его производной $P'(z)$ совпадают.

Понятно, что число g будет единственным корнем $(n-1)$ -ой производной многочлена $P(z)$. Действительно, $P^{(n-1)}(z) = n(n-1) \dots 2z - c_1(n-1)(n-2) \dots 2 = 0$, откуда после сокращения на $(n-1)! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (n-1)$ получим $nz - c_1 = 0$, $z = c_1/n = g$. Обозначим через u и v корни многочлена $P^{(n-2)}(z)$, т.е. корни уравнения $n(n-1)z^2 - 2(n-1)c_1 z + 2c_2 = 0$. Тогда по теореме Виета

$$u + v = 2(n-1)c_1 / (n(n-1)) = 2c_1/n = 2g, \quad (2)$$

$uv = 2c_2 / (n(n-1)) = 2(z_1 z_2 + z_2 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n) / (n(n-1))$, откуда

$$z_1 z_2 + z_2 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n = n(n-1)uv/2. \quad (3)$$

Выразим сумму квадратов корней многочлена $P(z)$ через корни u и v $(n-2)$ -ой производной этого многочлена: $(z_1 + z_2 + \dots + z_n)^2 = (z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2) + 2(z_1 z_2 + z_2 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n)$, откуда, учитывая (1) и (3), получим $z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2 = (z_1 + z_2 + \dots + z_n)^2 -$

$2(z_1 z_2 + z_2 z_3 + \dots + z_{n-1} z_n) = n^2 g^2 - n(n-1)uv$. Отсюда легко найти сумму квадратов $(z_1 - g)^2 + (z_2 - g)^2 + \dots + (z_n - g)^2 = z_1^2 + z_2^2 + \dots + z_n^2 - 2g(z_1 + z_2 + \dots + z_n) + ng^2 = n^2 g^2 - n(n-1)uv - 2g \cdot ng + ng^2 = ng^2(n-1) - n(n-1)uv = n(n-1)(g^2 - uv)$.

Поскольку $g = (u + v)/2$ (см.(2)), то $g^2 - uv = ((u + v)/2) - uv = (u^2 + v^2 - 2uv)/4 = (u - v)^2 / 4$, т.е. $n(n-1)(g^2 - uv) = n(n-1)(u - v)^2 / 4$ и $(z_1 - g)^2 + (z_2 - g)^2 + \dots + (z_n - g)^2 = n(n-1)(u - v)^2 / 4$.

Обозначим через $(x_k : y_k)$ координаты комплексного числа $z_k - g$ ($k = 1, 2, \dots, n$) в декартовой системе координат, начало которой совпадает с точкой g , а ось абсцисс проходит через точки u и v (рис.1). Тогда при делении $z_k - g$ на $x_k + iy_k$ из аргумента комплексного числа $z_k - g$ будет вычитаться угол, образуемый вектором $z_k - g$ с осью uv (рис.1), поэтому аргументы чисел $(z_k - g)/(x_k + iy_k)$ равны аргументу числа $v - u$.

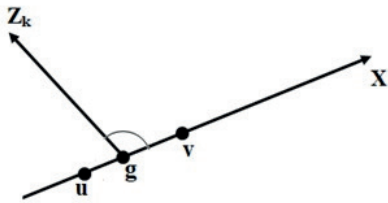


Рис. 1.

Учитывая, что $|z_k - g| = |x_k + iy_k|$, получим: $(z_k - g)/(x_k + iy_k) = \dots = (z_k - g)/(x_k + iy_k) = (v - u)/(2c)$, $2c = |v - u|$, откуда $(x_k + iy_k)^2 = 4c^2 (z_k - g)^2 / (u - v)^2$, $k = 1, 2, \dots, n$ и $(x_1 + iy_1)^2 + \dots + (x_n + iy_n)^2 = 4c^2 / (u - v)^2 ((z_1 - g)^2 + (z_2 - g)^2 + \dots + (z_n - g)^2) = (4c^2 / (u - v)^2) n(n-1) (u - v)^2 / 4 = n(n-1)c^2$.

Итак,

$$(x_1 + iy_1)^2 + \dots + (x_n + iy_n)^2 = n(n-1)c^2.$$

Раскрыв скобки в левой части равенства (3), получим:

$x_1^2 - y_1^2 + \dots + x_n^2 - y_n^2 + 2i(x_1 y_1 + \dots + x_n y_n) = n(n-1)c^2$, а выражение $n(n-1)c^2$ является действительным числом, то

$$x_1^2 - y_1^2 + \dots + x_n^2 - y_n^2 = n(n-1)c^2, x_1 y_1 + \dots + x_n y_n = 0. \quad (4)$$

Учитывая то, что мы приняли g за начало новой системы координат, имеем:

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0, y_1 + y_2 + \dots + y_n = 0. \quad (5)$$

Пусть $x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0$ – нормальное уравнение искомой минимальной прямой, где α – угол между нормалью к прямой и осью абсцисс, p – расстояние от начала координат до этой прямой.

Так как φ – внешний угол прямоугольного треугольника OAB , то $\varphi = \pi/2 + \alpha$ (рис.2), откуда $\alpha = \varphi - \pi/2$, $\cos \alpha = \cos(\varphi - \pi/2) = \sin \varphi$, $\sin \alpha = \sin(\varphi - \pi/2) = -\sin(\pi/2 - \varphi) = -\cos \varphi$ и, таким образом, нормальное уравнение прямой примет вид

$$x \sin \varphi - y \cos \varphi - p = 0, \quad (6)$$

где φ – угол между искомой прямой и осью абсцисс uv новой системы координат. Обозначим

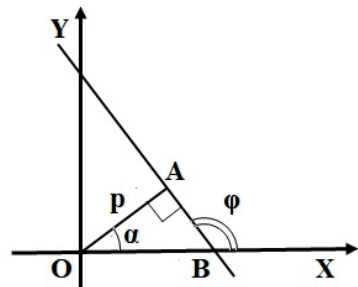


Рис. 2.



через d_k расстояния от точек z_k до прямой (6) ($k = 1, 2, \dots, n$). Тогда $d_k = |x_k \sin \varphi - y_k \cos \varphi - p|$ и $d_1^2 + \dots + d_n^2 = |x_1 \sin \varphi - y_1 \cos \varphi - p|^2 + \dots + |x_n \sin \varphi - y_n \cos \varphi - p|^2 = (x_1 \sin \varphi - y_1 \cos \varphi - p)^2 + \dots + (x_n \sin \varphi - y_n \cos \varphi - p)^2 = (x_1^2 + \dots + x_n^2) \sin^2 \varphi + (y_1^2 + \dots + y_n^2) \cos^2 \varphi + np^2 - 2(x_1 y_1 + \dots + x_n y_n) \sin \varphi \cos \varphi - 2p \sin \varphi (x_1 + x_2 + \dots + x_n) + 2p \cos \varphi (y_1 + y_2 + \dots + y_n)$. Три последних слагаемых равны нулю, поскольку согласно (4) и (5) $x_1 y_1 + \dots + x_n y_n = 0$, $x_1 + x_2 + \dots + x_n = 0$, $y_1 + y_2 + \dots + y_n = 0$.

Итак, $d_1^2 + \dots + d_n^2 = (x_1^2 + \dots + x_n^2) \sin^2 \varphi + (y_1^2 + \dots + y_n^2) \cos^2 \varphi + np^2 = (1/2) (x_1^2 + \dots + x_n^2) \sin^2 \varphi + (1/2) (x_1^2 + \dots + x_n^2) (1 - \cos^2 \varphi) + (1/2) (y_1^2 + \dots + y_n^2) \cos^2 \varphi + (1/2) (y_1^2 + \dots + y_n^2) (1 - \sin^2 \varphi) + np^2 = (1/2) (x_1^2 + y_1^2 + \dots + x_n^2 + y_n^2) + (1/2) (x_1^2 + \dots + x_n^2) (\sin^2 \varphi - \cos^2 \varphi) + (1/2) (y_1^2 + \dots + y_n^2) (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi) + np^2 = (1/2) (x_1^2 + y_1^2 + \dots + x_n^2 + y_n^2) - (1/2) (x_1^2 + \dots + x_n^2) \cos 2\varphi + (1/2) (y_1^2 + \dots + y_n^2) \cos 2\varphi + np^2 = (1/2) (x_1^2 + y_1^2 + \dots + x_n^2 + y_n^2) - (1/2) (x_1^2 - y_1^2 + \dots + x_n^2 - y_n^2) \cos 2\varphi + np^2 = (1/2) (x_1^2 + y_1^2 + \dots + x_n^2 + y_n^2) - (1/2) n(n-1) c^2 \cos 2\varphi + np^2 \geq (1/2) (x_1^2 + y_1^2 + \dots + x_n^2 + y_n^2) - (1/2) n(n-1) c^2$, причем равенство в последнем неравенстве достигается только в случае $\varphi = 0$, $p = 0$.

Таким образом, минимальная прямая, т.е. прямая в плоскости n данных точек, для которой сумма расстояний от этих точек является наименьшей, проходит через корни u и v $(n-2)$ -ой производной $P^{(n-2)}(z)$ многочлена $P(z)$.

Рассмотрим случай $n=3$. Тогда первое из соотношений (4), а именно

$$x_1^2 - y_1^2 + \dots + x_n^2 - y_n^2 = n(n-1)c^2$$

примет вид

$$x_1^2 - y_1^2 + x_2^2 - y_2^2 + x_3^2 - y_3^2 = 3 \cdot 2 \cdot c^2 = 6c^2. \quad (7)$$

Положим

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 6a^2, \quad a y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 6b^2. \quad (8)$$

Тогда равенство (7) преобразуется в $x_1^2 - y_1^2 + x_2^2 - y_2^2 + x_3^2 - y_3^2 = (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) = 6a^2 - 6b^2 = 6(a^2 - b^2) = 6c^2$, откуда

$$a^2 - b^2 = c^2, \quad \text{где } 2c = |v - u|. \quad (9)$$

Таким образом, фокусы эллипса с уравнением

$$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1, \quad (10)$$

где a , b и c определяются равенствами (8) – (9) совпадают с точками u и v .

Покажем, что середины сторон треугольника ABC , где $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$ лежат на этом эллипсе. Пусть M_a , M_b , M_c – середины сторон BC , CA , AB треугольника ABC соответственно. Тогда $M_a((x_2 + x_3)/2; (y_2 + y_3)/2)$, $M_b((x_1 + x_3)/2; (y_1 + y_3)/2)$, $M_c((x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2)$. Поскольку начало выбранной нами системы координат совпадает с центром тяжести треугольника ABC , то

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0, \quad y_1 + y_2 + y_3 = 0. \quad (11)$$

Кроме того, с учетом (4), имеем

$$x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 = 0, \quad (12)$$



откуда $x_3y_3 = -x_1y_1 - x_2y_2$, но согласно (11) $y_3 = -y_1 - y_2$, поэтому $x_3(-y_1 - y_2) = -x_1y_1 - x_2y_2$ или $x_3y_1 + x_3y_2 = x_1y_1 + x_2y_2$, $x_3y_1 - x_1y_1 = x_2y_2 - x_3y_2$, $y_1(x_3 - x_1) = y_2(x_2 - x_3)$, т.е. $y_1/(x_2 - x_3) = y_2/(x_3 - x_1)$.

Аналогично, $y_2/(x_3 - x_1) = y_3/(x_1 - x_2)$. Итак,

$$y_1/(x_2 - x_3) = y_2/(x_3 - x_1) = y_3/(x_1 - x_2) = k$$

и

$$y_1 = k(x_2 - x_3), y_2 = k(x_3 - x_1), y_3 = k(x_1 - x_2). \quad (13)$$

Но согласно (8) $y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 = 6b^2$, поэтому

$$k^2((x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_1)^2 + (x_1 - x_2)^2) = 6b^2, \\ k^2(2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)) = 6b^2.$$

После возведения в квадрат обеих частей равенства $x_1 + x_2 + x_3 = 0$ (см.(11)), получим $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) = 0$, откуда

$$2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) = -x_1^2 - x_2^2 - x_3^2$$

и

$$k^2(2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) - 2(x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3)) = \\ k^2(2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = 3k^2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) = 3k^2 * 6a^2 = 6b^2,$$

т.е.

$$3k^2a^2 = 6b^2, k^2 = b^2/3a^2. \quad (14)$$

Найдем значение выражения $x_1^2/a^2 + y_1^2/b^2$, учитывая (13) и (14):

$$x_1^2/a^2 + y_1^2/b^2 = x_1^2/a^2 + k^2(x_2 - x_3)^2/b^2 = \\ x_1^2/a^2 + b^2(x_2 - x_3)^2/3a^2b^2 = (3x_1^2 + (x_2 - x_3)^2)/3a^2 = \\ (2x_1^2 + x_1^2 + (x_2 - x_3)^2)/3a^2 = (2x_1^2 + (-x_2 - x_3)^2 + (x_2 - x_3)^2)/3a^2 = \\ 2(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)/3a^2 = 2*6a^2/3a^2 = 4.$$

Итак,

$$x_1^2/a^2 + y_1^2/b^2 = 4. \quad (15)$$

Подставим теперь в уравнение (10) координаты точки $M_a((x_2 + x_3)/2; (y_2 + y_3)/2)$, заменив $x_2 + x_3$ и $y_2 + y_3$ на $-x_1$ и $-y_1$ соответственно (см. (11) и (15)): $(-x_1/2)^2/a^2 + (-y_1/2)^2/b^2 = (1/4)(x_1^2/a^2 + y_1^2/b^2) = (1/4)*4 = 1$.

Таким образом, координаты точки M_a удовлетворяют уравнению (10), т.е. точка M_a лежит на этом эллипсе. Точно так же можно убедиться в том, что и середины M_b и M_c сторон AC и AB тоже лежат на эллипсе (10) с центром в центре тяжести треугольника ABC и фокусами в точках u и v , совпадающих с корнями производной кубического многочлена, корнями которого являются вершины треугольника ABC . Поскольку любой треугольник можно перевести аффинным преобразованием в правильный треугольник, то при таком преобразовании центр тяжести треугольника ABC перейдет в центр правильного треугольника, а середины сторон треугольника ABC – в середины сторон правильного треугольника, а наш эллипс –



во вписанную окружность правильного треугольника. Итак, рассматриваемый эллипс касается сторон треугольника ABC в их серединах. Такой эллипс называется вписанным эллипсом Штейнера. Прямая, проходящая через фокусы эллипса Штейнера, и дает решение задачи о минимизации суммы квадратов расстояний от вершин треугольника до произвольной прямой в плоскости этого треугольника. В общем случае эта минимальная прямая наклонена как к сторонам треугольника, так и к осям системы координат.

Приведем теперь определение эллипса Штейнера, вернее двух эллипсов Штейнера – вписанного и описанного.

Пусть заданы правильный треугольник $A_0B_0C_0$ и произвольный треугольник ABC . Существует аффинное преобразование, которое переводит вершины первого треугольника в соответствующие вершины второго. Образ вписанной в правильный треугольник окружности называется **вписанным эллипсом Штейнера**. Образ описанной вокруг правильного треугольника окружности называется **описанным эллипсом Штейнера**. Различные задачи, связанные с эллипсами Штейнера, рассматриваются в статье авторов [10].

Для того, чтобы сделать картинку более наглядной, рассмотрим обратную задачу: пусть дан эллипс. Найти треугольники, для которых прямая, содержащая большую ось этого эллипса является минимальной.

Выберем систему координат Oxy так, чтобы её начало совпало с центром эллипса, а его фокусы лежали на оси Ox . Тогда координаты точек должны удовлетворять соотношениям (11) – (12): $x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $y_1 + y_2 + y_3 = 0$, $x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = 0$. Легко подобрать следующее целочисленное решение этих уравнений: $x_1 = 1$, $y_1 = 5$, $x_2 = 2$, $y_2 = -4$, $x_3 = -3$, $y_3 = -1$.

Для того, чтобы координаты середин сторон треугольника ABC также были целочисленными, достаточно удвоить найденные координаты.

Тогда $A(10; 2)$, $B(-8; 4)$, $C(-2; 6)$, $M_a(-5; -1)$; $M_b(4; -2)$, $M_c(1; 3)$.

Треугольник, имеющий такие координаты вершин, вместе с его вписанным эллипсом Штейнера изображен на рис.3. Минимальная прямая этого треугольника совпадает с осью Ox .

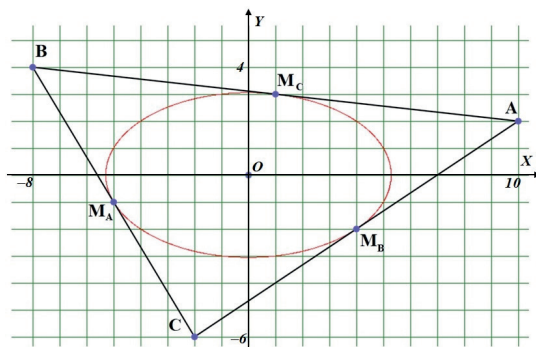


Рис. 3.



То, что ось Ox действительной прямой, легко проверить непосредственно. Сумма квадратов расстояний от вершин A, B, C до оси Ox равна $2^2 + 4^2 + 6^2 = 56$. Понятно, что минимальная прямая должна проходить через центр тяжести треугольника ABC , т.е. через начало координат O . Сумма квадратов расстояний от вершин A, B, C до оси Oy равна $10^2 + 8^2 + 2^2 = 168 > 56$. Уравнение любой прямой, проходящей через начало координат и отличной от оси Oy , имеет вид $y = kx$, поэтому $d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 = ((kx_1 - y_1)^2 + (kx_2 - y_2)^2 + (kx_3 - y_3)^2)/(k^2 + 1) = (4/(k^2 + 1)) * ((5k - 1)^2 + (-4k - 2)^2 + (-k + 3)^2) = 4(42k^2 + 14)/(k^2 + 1) = 56(3k^2 + 1)/(k^2 + 1) = 56(k^2 + 1 + 2k^2)/(k^2 + 1) = 56(k^2 + 1)/(k^2 + 1) + 56 * 2k^2/(k^2 + 1) = 56 + 112k^2/(k^2 + 1) \geq 56$, причем минимум, равный 56, достигается при $k = 0$. В этом случае $y = 0$, т.е. минимальная прямая действительно совпадает с осью Ox .

3. ПРИМЕНЕНИЯ В МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКЕ

Заметим, что в математической статистике минимальная прямая называется главной компонентой. Основы метода главных компонент (англ.

Principal component analysis, PCA) были заложены знаменитым английским ученым, основателем математической статистики Карлом Пирсоном (1857–1936) в статье [6]. Именно в этой статье и была поставлена задача нахождения прямой, минимизирующей сумму квадратов расстояний от n данных точек плоскости до этой прямой. В настоящее время метод главных компонент разросся до обширной прикладной дисциплины, занимающейся в том числе и вопросами визуализации данных ([7]-[8]).

4. ГИПОТЕЗА ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОБЛЕМЫ А. КЭЛИ ДЛЯ КОМПЛЕКСНЫХ ПОЛИНОМОВ

Рассмотрим в заключение некоторую гипотезу относительно проблемы А. Кэли (1821–1895) для комплексных полиномов. В заметке «Комплексная проблема Ньютона-Фурье», опубликованной в 1879г., Кэли предложил применить метод, названный им методом Ньютона-Фурье к комплексным многочленам.

В действительном случае метод Ньютона состоит в построении рекуррентной последовательности

$$\{x_k - p(x_k)/p'(x_k), k = 0, 1, 2, \dots\} \quad (16)$$

В формулировке Кэли «... задача состоит в разделении плоскости на области так, чтобы, выбрав по желанию точку P (начальную точку x_0 в (16)), где бы то ни было внутри одной области, мы в конечном счете пришли бы к точке A (равной корню, т.е. $p(A) = 0$); где бы то ни было внутри другой области пришли бы к точке B и так далее для каждой из нескольких точек, представляющих корни нашего уравнения.

В случае квадратного уравнения решение оказывается простым и изящным, но уже следующий сменяющий его случай кубического уравнения, по-видимому, представляет значительную трудность [9]. Действительно, для квадратных уравнений данная последовательность всегда сходится к ближайшему корню, за исключением случая, когда начальная точка x_0 лежит на серединном перпендикуляре отрезка



с концами, совпадающими с корнями данного квадратного уравнения. В этом случае точки z_k будут все время оставаться на этом серединном перпендикуляре, совершая хаотическое движение. Для многочленов более высоких степеней, например, кубических, эта задача так и осталась нерешенной, хотя еще в 1879 г. Артур Кэли соби-рался представить решение в следующей публикации, но она, увы, так никогда и не появилась [9].

Компьютерные эксперименты для кубических многочленов показали, что суще-ствуют хорошие по отношению к методу Ньютона многочлены, т.е. такие, для кото-рых почти все начальные точки сходятся к одному из корней, и плохие, для которых начальные точки не сходятся ни к одному из корней уравнения. Однако оказалось, что центр тяжести корней может служить хорошей контрольной точкой: если после-довательность с начальной точкой в центре тяжести корней сходится к одному из корней многочлена, то этот многочлен хороший. Если же после достаточно большого числа итераций она не подходит близко ни к одному из корней, то велика вероят-ность того, что многочлен плохой [9].

Поскольку минимальная прямая проходит через центр тяжести корней и фокусы эллипса Штейнера, совпадающие с корнями производной кубического многочлена, то естественно предположить, что существует какая-то связь между проблемой Нью-тона-Фурье для кубического многочлена и геометрией треугольника с вершинами в корнях этого кубического многочлена. Тогда эта связь будет иметь место и для многочленов высших степеней, так как центр тяжести корней многочлена степени n совпадает с центром тяжести корней его производной $(n-3)$ -го порядка, т.е. с центром тяжести корней кубического многочлена.

К сожалению, авторы не имеют доступа к быстродействующей вычислительной технике и мониторам с высоким разрешением и, таким образом, не имеют возможно-сти экспериментально проверить эту гипотезу.

Литература

1. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. О двух геометрических задачах на экстремум. Математика в школе. 2019. № 4. С. 35–40.
2. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. Пропедевтика решения экстремальных задач в школьном курсе математики. Моделирование и анализ данных. 2019. № 4. С. 127–144.
3. Куланин Е.Д., Нуркаева И.М. Еще раз о задаче Мавло. Математика в школе. 2020. № 2. С. 76–79.
4. Куланин Е.Д., Степанов М.Е., Нуркаева И.М. О различных подходах к решению экстре-мальных задач. Моделирование и анализ данных. 2020. Т.11. № 1. С. 40–60.
5. Чезаро Э. Элементарный учебник алгебраического анализа и исчисления бесконечно ма-лых. Часть первая. ОНТИ, Л-М: 1936.
6. Pearson K. On lines and planes of closest fit to systems of points in space, Philosophical Magazine, (1901) 2, 559–572; <http://pca.narod.ru/>
7. Зиновьев А.Ю. Визуализация многомерных данных, Красноярск, Изд. КГТУ, 2000.
8. (Электронный ресурс) URL: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1105612?ysclid=la3pdtnhsn961871750>



9. *Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х.* Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем. М: «Мир», 1993.
10. *Куланин Е.Д., Степанов М.Е.* Всестороннее рассмотрение математических понятий как методический прием. Моделирование и анализ данных. 2022. Т. 12. № 4.



On Visualization of Solutions to Some Extreme Problems

Yevgeny D. Kulanin*

Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>

e-mail: lucas03@mail.ru

Mikhail E. Stepanov**

Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>

e-mail: mestepanov@yandex.ru

The article discusses the problem of finding a straight line on a plane, the sum of the squares of the distances to which from n given points of this plane will be the smallest. It is shown how to reduce this problem to solving a similar problem for three points, the solution of which is a straight line containing the major axis of the Steiner ellipse of a triangle with vertices at these points. There is also a hypothesis about the connection of the subject under consideration with the problem of the fields of attraction in the theory of fractals.

Keywords: visualization, extreme problems, sum of squared distances, complex plane, polynomial, derivative of polynomial, arithmetic mean of roots, center of gravity of roots, Steiner ellipse, minimum straight line, principal component, fractal.

For citation:

Kulanin Y.D., Stepanov M.E. Comprehensive Consideration of Mathematical Concepts as a Methodical Technique. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 94–104. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120407> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. On two geometric problems on extremums. *Mathematics at school*. 2019. No. 4. P. 35–40.
2. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. Propaedeutics of solving extremal problems in the school course of mathematics. *Modeling and data analysis*. 2019. No. 4. P. 127–144.
3. Kulanin E.D., Nurkaeva I.M. Once again about the Mavlo problem. *Mathematics at school*. 2020. No. 2. P. 76–79.

****Yevgeny D. Kulanin***, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6093-7012>, e-mail: lucas03@mail.ru

*****Mikhail E. Stepanov***, Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Moscow State University of Psychology & Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4803-8211>, e-mail: mestepanov@yandex.ru



4. Kulanin E.D., Stepanov M.E., Nurkaeva I.M. About different approaches to solving extreme problems. *Modeling and data analysis*. 2020. T.11. No. 1. P. 40–60.
5. Cesaro E. Elementary textbook of algebraic analysis and infinitesimal calculus. Part one. ONTI, L-M: 1936.
6. Pearson K. On lines and planes of closest fit to systems of points in space, *Philosophical Magazine*, (1901) 2, 559–572; <http://pca.narod.ru/>
7. Zinoviev A. Yu. Visualization of multidimensional data, Krasnoyarsk, KSTU Publishing House, 2000.
8. (Electronic resource) URL: <https://dic.academic.ru/dic.nsf/ruwiki/1105612?ysclid=la3pdt-hsn961871750>
9. Paytgen H.-O., Richter P.H. The beauty of fractals. Images of complex dynamic systems. Moscow: Mir, 1993.
10. Kulanin Y.D., Stepanov M.E. Comprehensive Consideration of Mathematical Concepts as a Methodical Technique. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4.

Получена 07.11.2022

Received 07.11.2022

Принята в печать 28.11.2022

Accepted 28.11.2022

◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆ **КРАТКИЕ СООБЩЕНИЕ** ◆◆◆◆◆◆◆◆◆◆

УДК 004.6

Кластеризация и многоступенчатый семантический анализ научных текстов

Исаков С.С.*

Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>

e-mail: isakovss@mgppu.ru

На сегодняшний день многие проблемы компетентного подхода остаются не решенными как в методологическом и методическом плане, так и в плане организации деятельности и создания соответствующих технологий. Для формирования научно-исследовательских компетенций университета соответствующие сведения о проектах, научных работах и специализации сотрудников университета необходимо собирать и обрабатывать, что в современных условиях при большом разнообразии научных направлений и количестве отдельных работ и проектов требует создания специализированной информационной системы. Задача выявления компетенций сотрудников научной организации может быть решена путем кластеризации текстов их научных работ.

Ключевые слова: информационная система, формирование компетенций, научно-исследовательская компетенция, ключевые слова, научная специальность, научно-исследовательский проект, специализация сотрудников, веб-ресурс, реляционная база данных, формальная семантика.

Для цитаты:

Исаков С.С. Кластеризация и многоступенчатый анализ научных текстов // Моделирование и анализ данных. 2022. Том 12. № 4. С. 105–109. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120408>

***Исаков Сергей Сергеевич**, преподаватель, аспирант, Московский государственный психолого-педагогический университет (ФГБОУ ВО МГППУ), г. Москва, Российская Федерация, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>, e-mail: isakovss@mgppu.ru



1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Известно, что перед высшей профессиональной школой сегодня поставлена задача подготовки выпускников к проведению научных исследований, что в терминах компетентностного подхода звучит как формирование научно-исследовательской компетентности.

На сегодняшний день многие проблемы компетентностного подхода остаются не решенными как в методологическом и методическом плане, так и в плане организации деятельности и создания соответствующих технологий. Научно-исследовательские компетенции университета в первую очередь определяются составом его сотрудников, преподавателями и научными работниками, которые могут осуществлять различные научно-исследовательские работы на должном уровне. Поэтому научно-исследовательские компетенции университета, по-видимому, следует и можно определять по тем проектам и научно-исследовательским работам, которые осуществляет университет с учетом общей квалификации его научного персонала (образования и специализации сотрудников). При этом профессиональная направленность этих компетенций так или иначе связана с известными научными специальностями научных сотрудников. Для формирования научно-исследовательских компетенций университета соответствующие сведения о проектах, научных работах и специализации сотрудников университета необходимо собирать и обрабатывать, что в современных условиях при большом разнообразии научных направлений и количестве отдельных работ и проектов требует создания специализированной информационной системы.

Цель работы по созданию веб-ресурса для формирования научно-исследовательских компетенций заключалась в разработке компьютерной информационной системы для определения научно-исследовательских компетенций МГППУ и планирования научной деятельности высшего учебного заведения с функциями частичной автоматизации формирования описаний научно-исследовательских компетенций.

Задачи проекта включали: анализ вопросов формализации описаний научно-исследовательских компетенций; определение функциональных требований к ИС и составление технического задания на разработку ИС; синтаксический и семантический анализ структуры и алгоритмизация отношений между составляющими научно-исследовательских компетенций; разработка механизмов реляционной базы данных научной специализации и научно-исследовательских работ и проектов университета; синтаксический и семантический анализ структуры и алгоритмизация отношений между составляющими научно-исследовательских компетенций; разработка механизмов реляционной базы данных научной специализации и научно-исследовательских работ и проектов университета; разработка алгоритмов автоматизации формирования описаний научно-исследовательских компетенций.

Такая информационная система может обеспечить систематизацию, упорядочение и автоматизацию сведений о научно-исследовательских компетенциях университета и упрощение работы с этой информацией, даст возможность лучше



координировать и планировать дальнейшую научно-исследовательскую деятельность университета и осуществлять экспертизу постановки новых научных задач, позволит провести рекламу и продвижение проектов университета. Это в результате может дать университету необходимые конкурентные преимущества на рынке. В настоящее время стандартных информационных систем такого типа на рынке не существует, что делает проект по разработке информационной системы «научно-исследовательские компетенции университета» актуальным.

2. ТЕХНИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

Программная реализация информационной системы представляет из себя веб-ресурс, хранящийся на сервере МГППУ. В качестве приложения-сервера используется широко распространенное приложение Apache. Система написана с использованием языков: PHP, JavaScript, CSS, HTML. В качестве приложения базы данных используется приложение MySQL. Так как разрабатываемый веб-ресурс является информационной системой сложной структуры, то для разработки используется фреймворк Laravel, включающий в себя фреймворк Symfony.

В качестве языка представления шаблонов графических HTML элементов в системе используется язык Twig. Гибкое и эффективное взаимодействие с базой данных совершается с использованием библиотеки Eloquent. Вся передача данных внутри системы и от сервера к клиентскому приложению производится на языке структуризации данных JSON. В целом архитектура приложения создана на шаблоне проектирования MVC (Model View Controller).

Шаблон проектирования MVC предполагает разделение данных приложения, пользовательского интерфейса и управляющей логики на три отдельных компонента: Модель, Представление и Контроллер – таким образом, что модификация каждого компонента может осуществляться независимо. Такой систематизированный подход позволяет в достаточной степени и с наилучшей эффективностью использовать концепцию объектно-ориентированного программирования, основанную на представлении программы в виде совокупности объектов, каждый из которых является экземпляром определённого класса, а классы образуют иерархию наследования.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Задача выявления компетенций сотрудников научной организации может быть решена путем кластеризации текстов их научных работ. При этом необходимо учитывать наличие у сотрудников утвержденной научной квалификации и их распределение по научным специальностям соответствующей номенклатуры. Наиболее простой вариант решения задачи сводится к формализованному представлению текстов с последующей оценкой их семантической близости. Связь представлений текстов и научных специальностей представляется матрицей в метрике TF-IDF.

Предлагаемый подход предполагает вычисление оценок согласованности документов с ключевыми фрагментами описаний научных специальностей. Размерность пространства, в котором представлены эти тексты, понижается с помощью сингулярного разложения матриц в метрике TF-IDF. Это обеспечивает понижение размерности задачи и удаление несущественной информации. Последующее многомерное шкалирование позволяет получить представления научных текстов в пространстве малой размерности, что является исходными данными для последующей кластеризации. Сингулярное разложение матрицы, связывающей сотрудников и кластеры научных текстов, с последующим многомерным шкалированием позволяет выполнить кластеризацию носителей компетенций.

Литература

1. *Андреев А.В., Митрофанова О.А., Соколов К.В.* Введение в формальную семантику. СПб.: СПбГУ. РИО. Филол. фак., 2014. 88 с.
2. *Бах Э.* Неформальные лекции по формальной семантике. М.: УРСС, 2010. 224 с.
3. *Гуружапов В.А., Марголис А.А.* Проектирование модели практико-ориентированной подготовки педагогических кадров по программам бакалавриата по направлению подготовки «Психолого- педагогическое образование (Учитель начальных классов)» на основе сетевого взаимодействия образовательных организаций, реализующих программы высшего образования и начального общего образования // Психологическая наука и образование. 2014. Т.19. № 3. С.143–159.
4. *Хамел, Г.* Конкурируя за будущее. Создание рынков завтрашнего дня / Г. Хамел, К.К. Прахалад; пер. с англ. М.: ЗАО «Олимп-Бизнес», 2002. 288 с.
5. *Хван А.А.* Теоретические и прикладные проблемы измерения компетенций // В сборнике: Оценка качества обучения в образовательных учреждениях. Уральский государственный педагогический университет. 2012. С. 105–110.
6. *Хисамиева Л.Г.* Компетенции и компетентность в структуре научно-исследовательской деятельности // Вестник ОГУ. 2014. № 9 (170). С. 33–37.



Clustering and Multistage Semantic Analysis of Scientific Texts

Sergey S. Isakov *

Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>

e-mail: isakovss@mgppu.ru

To date, many problems of the competency-based approach remain unresolved both in terms of methodology and methodological, and in terms of organizing activities and creating appropriate technologies. To form the research competencies of the university, relevant information about projects, scientific work and specialization of university staff must be collected and processed, which in modern conditions, with a wide variety of scientific areas and the number of individual works and projects, requires the creation of a specialized information system. The task of identifying the competencies of employees of a scientific organization can be solved by clustering the texts of their scientific works.

Keywords: information system, competence formation, research competence, keywords, scientific specialty, research project, employee specialization, web resource, relational database, formal semantics.

For citation:

Isakov S.S. Clustering and Multistage Semantic Analysis of Scientific Texts. *Modelirovanie i analiz dannykh = Modelling and Data Analysis*, 2022. Vol. 12, no. 4, pp. 105–109. DOI: <https://doi.org/10.17759/mda.2022120408> (In Russ., abstr. in Engl.).

References

1. Andreev A.V., Mitrofanova O.A., Sokolov K.V. Introduction to formal semantics. St. Petersburg: St. Petersburg State University. RIO. Philol. faculty, 2014. 88 p.
2. Bach E. Informal lectures on formal semantics. M.: URSS, 2010. 224 p.
3. Guruzhapov V.A., Margolis A.A. Designing a model of practice-oriented training of teaching staff in undergraduate programs in the direction of training “Psychological and pedagogical education (Primary school teacher)” based on the network interaction of educational organizations implementing programs of higher education and primary general education. *Psychological Science and Education*. 2014. Vol.19. No. 3. P. 143–159.
4. Hamel, G. Competing for the future. Creating the markets of tomorrow. G. Hamel, K.K. Prahalad; per. from English. M.: CJSC “Olimp-Business”, 2002. 288 p.
5. Khvan A.A. Theoretical and applied problems of measuring competencies. In the collection: Evaluation of the quality of education in educational institutions. Ural State Pedagogical University. 2012. P. 105–110.
6. Khisamieva L.G. Competence and competence in the structure of research activities. *Bulletin of OSU*. 2014. No. 9 (170). pp. 33–37.

***Sergey S. Isakov**, Lecturer, Postgraduate student, Moscow State University of Psychology and Education (MSUPE), Moscow, Russia, ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1719-2355>, e-mail: isakovss@mgppu.ru

Получена 19.11.2022

Принята в печать 19.12.2022

Received 19.11.2022

Accepted 19.12.2022

Моделирование и анализ данных 2022. Том 12. № 4.
Научный журнал

Издаётся с 2011 года

Учредитель
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный психолого-педагогический университет»

Адрес редколлегии:
г. Москва, ул. Сретенка, 29, факультет информационных технологий
Тел.: +7 (499) 167-66-74
E-mail: mad.mgppu@gmail.com

Журнал зарегистрирован в Государственном комитете РФ по печати.
Свидетельство о регистрации средств массовой информации
ПИ № ФС77-52058 от 7 декабря 2012 года

ISSN: 2219-3758
ISSN: 2311-9454 (online)

Подписано в печать: 27.12.2022.
Формат: 70*90/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Times. Печать цифровая.
Усл. печ. п. 6,9. Усл.-изд. л. 6,3.
Тираж 500 экз.